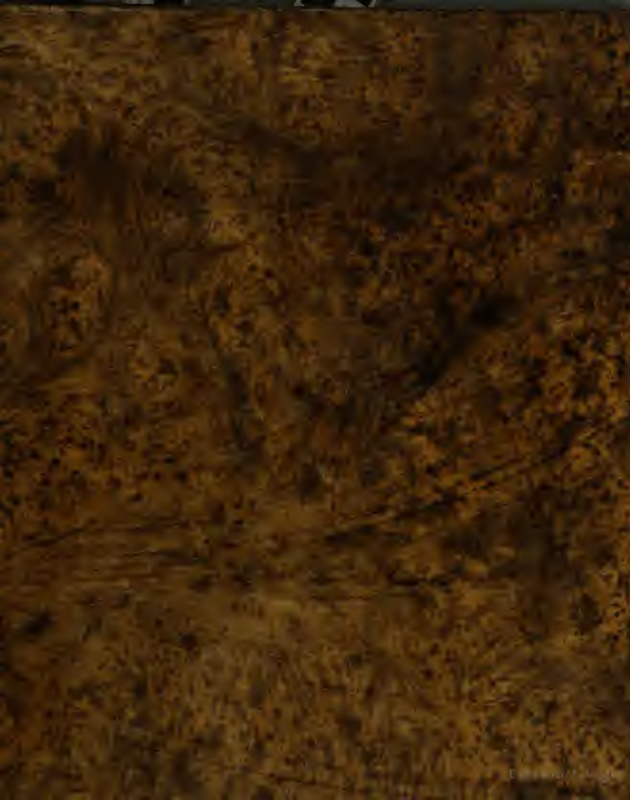
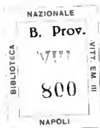



UNDO PIZZOFALCONE

NAZIONALE
B. Prov.
800
BIBLIOTECA
VITT. EM. III
NAPOLI


BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio
Palchetto
Num° d' ordine

DIOPTRICAE

PARS TERTIA,

CONTINENS

LIBRVM TERTIVM,

DE

CONSTRVCTIONE

MICROSCOPIORVM

TAM

SIMPLICIVM,

QVAM

COMPOSITORVM.





AVCTORE

LEONHARDO EVLERO.

ACAD. SCIENT. BORVSSIAE DIRECTORE VICENNALI ET SOCIO

ACAD. PETROP. PARISIN. ET LOND.

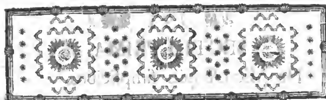


PETROPOLI,

Impensis Academiae Imperialis Scientiarum.

1771.





INDEX CAPITVM.

In Tomo III. contentorum.

INTRODVCTIO.

)o(

SECTIO PRIMA.

De Microſcopiis ſimplicibus.

SECTIO SECVNDA.

De Microſcopiis compoſitis, in quibus nulla imago realis occurrit.

SECTIO TERTIA.

De Microſcopiis compoſitis, in quibus vnica imago realis occurrit: quo omnia microſcopia hucusque vſitata ſunt referenda.

CAPVT I.

SECTIO QVARTA.

De Microſcopiis compoſitis, in quibus duae imagines reales occurrunt.



∴ ∴ ∴

Monendus est lector, pro littera z, qua in toto hoc opere semidiametrum campi apparentis designauimus, saepenumero et praesertim in Tomo II. per errorem typographicum positam esse litteram ζ. Ceteros errores vel calculi, si qui irrepserint, vel typographi ob temporis angustiam ipsi lectoris iudicio emendandos relinquere cogimur.

∴ ∴ ∴

LIBRI TERTII,

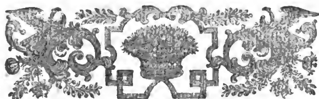
DE

CONSTRVCTIONE MICROSCOPIORVM

SECTIO PRIMA.

DE

MICROSCOPIIS SIMPLICIBVS.



INTRODVCTIO.

DE

MICROSCOPIIS IN GENERE

VEL

PRAECEPTA GENERALIA CIRCA CONSTRVCTIONEM MICROSCOPIORVM.

Definitio.

§. 1.

Microſcopium eſt inſtrumentum dioptricum per quod *obiecta propinqua* multo maiora, quam nudis oculis, clare et diſtincte conſpicere licet, quodque vna pluribusue lentibus ſuper eodem axe conſtitutis conſtare ſolet.

Coroll. I.

2. Quod ad magnitudinem viſam attinet, conſtat quidem idem obiectum, quo propius oculo admo-

moueatur, ſub eo maiore angulo apparere; verum ſi nimis fuerit propinquum non ſine maxima confuſione conſpici poſſe; quare vt obiectum diſtincte appareat, per microſcopium ita debet repraeſentari, quaſi in iuſta ab oculo diſtantia exiſteret. Hinc quia oculus bene conſtitutus in diſtantia maxima diſtincte cernere ſolet; iuſtam illam diſtantiam, quam in primo libro poſuimus $= l$, perinde ac in libro de teleſcopiis infinitam aſſumemus.

Coroll. 2.

3. Siue igitur microſcopium vna ſiue pluribus lentibus conſtet, eae ita diſpoſitae eſſe debent, vt radii ex quolibet obiecti puncto per omnes lentes transmiſſi inter ſe reddantur paralleli, ideoque pro lente oculari diſtantia determinatrix poſterior fiat infinita; ex quo prior ipſi huius lentis diſtantiae focali erit aequalis.

Coroll. 3.

4. Multiplicatio autem, quam hic etiam littera m indicabimus, ita intelligi debet, vt obiectum, quod per microſcopium contemplamur, nobis ſub angulo m vicibus maiore appareat, quam ſi idem obiectum ad certam diſtantiam $= b$ remotum nudis oculis intueremur, quae diſtantia b vulgo octo digitorum aſſumi ſolet.

Coroll. 4.

5. Tum vero etiam lentes ita diſpoſitas eſſe oportet, vt repraeſentatio obiecti fiat ſatis diſtincta ſeu

seu vt confusio certum quendam limitem non excedat, quem in finem semidiameter confusionis supra in genere inuentus infra certum limitem deprimi debet, praeterea vero etiam hanc repraesentationem a margine colorato liberari conueniet, ac si fieri potest, omnis plane confusio a diuersa radiorum refractione orjunda tolli debebit.

Scholion.

6. Quando autem insignis multiplicatio desideratur, vix ac ne vix quidem effici poterit, vt claritas ad nostrum arbitriam determinetur; quemadmodum id in telescopiis est factum, sed plerumque pro maioribus multiplicationibus minore claritatis gradu contenti esse debemus; cui defectui autem remedium adferri solet, ipsum obiectum forti lumine illuminando, quod quia obiecta vicina in nostra sunt potestate, sine difficultate fieri potest. Deinde etiam in id maxime est incumbendum, vt haec instrumenta perinde ac telescopia notabilem campum apparentem obtineant seu vt non nimis exigua portio obiecti obtutui repraesentetur; quae portio non simpliciter per angulum ad lentem obiectiuam formatum definiri potest, quia etiam minima portiuncula, si lenti obiectiuae proxime admoueatur, ingentem angulum formare posset, sed verus semidiameter huius portionis visae, quem supra posuimus $= \zeta$, in computum duci debet, denique

que etiam cum diſtantia obiecti a lente obiectiua, quam ponimus $= a$, ab arbitrio noſtro pendeat, haec tractatio plurimum a praecedente diſcrepabit, ſiquidem non ſolum gradus claritatis, ſed etiam campi apparentis iudicium, longe aliam inueſtigationem requirat. Quamobrem in hoc primo capite formulas generales in primo libro inuentas ad has circumſtantias accommodari neceſſe erit ante, quam in ipſam conſtructionem microſcopiorum inquiramus.

Problema 1.

7. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum, ſingula elementa exhibere, quibus tam lentium diſpoſitio, quam earum interualla et diſtantiae focales determinantur.

Solutio.

Diſtantias determinatrices ſingularum lentium ſequenti modo conſpectui exponamus:

Diſtantiae.	*Diſtantiae.*
obiecti a lente $1^{ma} = a$	a lente 1ma ad imaginem $1^{mam} = \alpha$
ab imagin. 1ma ad lent. $2^{dam} = b$	a lente 2da ad imaginem $2^{dam} = \beta$
ab imagin. 2da ad lent. $3^{tiam} = c$	a lente 3^{tia} ad imaginem $3^{tiam} = \gamma$
ab imagin. 3^{tia} ad lent. $4^{tam} = d$	a lente 4ta ad imaginem $4^{tam} = \delta$
:	:
:	:
ab imag. penult. ad lent. vlt. $= l$	a lente vlt. ad imag. vltim. $= \lambda = \infty$

Hic

Hic ſcilicet intelligendum eſt a ſingulis lentibus imagines projici, ſiue eae ſint reales ſiue fictae, quarum diſcrimen, vti iam obſeruauimus, in eo eſt ſitum, vt imagines reales intra lentem, a qua formantur, et lentem ſequentem cadant; fictae vero extra hoc ſpatium.

Deinde vero quo commodius haec elementa inter ſe comparemus, litteras maiusculas duplicis generis introducamus:

$$\alpha = A\,a;\ \beta = B\,b;\ \gamma = C\,c;\ \delta = D\,d;\ \varepsilon = E\,e \text{ etc.}$$
$$\tfrac{\alpha}{b} = -P;\ \tfrac{\beta}{c} = -Q;\ \tfrac{\gamma}{d} = -R;\ \tfrac{\delta}{e} = -S \text{ etc.}$$

vbi litterarum A, B, C, D etc. vltima ſit $L = \infty$. litterarum vero P, Q, R etc. vltima ſit $= Z$ interuallo inter binas vltimas lentes reſpondens. His litteris introductis omnia elementa ſequenti modo per primum a exprimentur

$$\alpha = A\,a;\ \beta = -\tfrac{AB}{P}.a;\ \gamma = \tfrac{ABC}{PQ}.a;\ \delta = -\tfrac{ABCD}{PQR}.a \text{ etc.}$$
$$b = -\tfrac{Aa}{P};\ c = \tfrac{AB}{PQ}.a;\ d = -\tfrac{ABC}{PQR}.a;\ e = \tfrac{ABCD}{PQRS}.a \text{ etc.}$$

et litterarum b, c, d etc. vltima $l = \mp \frac{ABC\ldots K}{PQR\ldots Z}.a$

et litterarum α, β, γ etc. vltima $\lambda = \pm \frac{ABC\ldots L}{PQR\ldots Z}.a = \infty$

ex quibus interualla lentium ita ordine repraeſentantur:

I^{mum} $\alpha + b = A\,a\,(1 - \frac{1}{P})$;

II^{dum} $\beta + c = -\frac{AB}{P}\,a\,(1 - \frac{1}{Q})$;

$$\text{III}^{tium}\ \gamma + d = \frac{ABC}{PQ}.a\left(1 - \frac{1}{R}\right);$$

$$\text{IV}^{tum}\ \delta + e = -\frac{ABCD}{PQR}.a\left(1 - \frac{1}{S}\right);\ \text{etc.}$$

quae cum omnia debeant esse positiua, etiam quodlibet per praecedens diuisum quotum dare debet positiuum, sicque esse oportet

$$1^\circ.\ -\frac{B}{Q}.\frac{Q-1}{P-1} > 0;\quad 2^\circ.\ -\frac{C}{R}.\frac{R-1}{Q-1} > 0.$$

$$3^\circ.\ -\frac{D}{S}.\frac{S-1}{R-1} > 0;\quad 4^\circ.\ -\frac{E}{T}.\frac{T-1}{S-1} > 0;$$

etc.

quo denique distantias focales singularum lentium, quas litteris minusculis, p, q, r, s, t etc. indicamus, concinnius exprimamus, litteras maiusculas germanicas $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ etc. introducamus, ita, vt sit

$$\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1};\ \mathfrak{B} = \frac{B}{B+1};\ \mathfrak{C} = \frac{C}{C+1};\ \mathfrak{D} = \frac{D}{D+1}\ \text{etc.}$$

hincque vicissim

$$A = \frac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{A}};\ B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}};\ C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}};\ D = \frac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}}\ \text{etc.}$$

ita, vt pro vltima harum litteram sit

$$\mathfrak{L} = \frac{L}{L+1} = 1\ \text{ob}\ L = \infty;\ \text{et}\ L = \frac{\mathfrak{L}}{1-\mathfrak{L}} = \infty.$$

Ex his ergo litteris distantiae focales ita exprimentur;

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;$$

$$r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.a;\ s = -\frac{ABC\mathfrak{D}}{PQR}.a\ \text{etc.}$$

vltimae autem lentis distantia focalis fiet $= l$.

Coroll.

Coroll. 1.

8. Litterae ergo A, B, C, D etc. ſingulis lentibus primae, ſecundae, tertiae etc. ordine reſpondent; at litterae P, Q, R etc. ad ſingula interualla, primum, ſecundum, tertium etc. ordine referuntur; quamob cauſſam numerus harum poſteriorum litterarum vnitate minor erit, quam priorum.

Coroll. 2.

9. Quatenus litterae P, Q, R etc. vt poſitiuae ſpectantur, imagines erunt fictae, ita, vt ſi omnes iſtae litterae eſſent poſitiuae, nulla imago realis in microſcopio occurreret, ſin autem omnes hae litterae eſſent negatiuae in ſingulis interuallis imago realis reperiretur; vnde quot fuerint imagines reales in teleſcopio, tot iſtarum litterarum valores ſortientur negatiuos.

Coroll. 3.

10. Cum iſtae litterae P, Q, R etc. per bina elementa ad lentes ſibi ſuccedentes pertinentia determinentur, ſi huiusmodi littera fuerit poſitiua, binorum elementorum, ex quibus oritur, alterum erit poſitiuum, alterum negatiuum, ſin autem talis littera fuerit negatiua, ambo elementa, ex quibus oritur, erunt poſitiua; quippe quia omnia interualla debent eſſe poſitiua.

Problema 2.

11. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum ſingularum imaginum, ſiue ſint fictae, ſiue reales, quantitatem definire hincque multiplicationem, quam inſtrumentum producit, aſſignare, tam pro repraeſentatione erecta, quam inuerſa.

Solutio.

Poſito ſemidiametro obiecti, quatenus id per microſcopium eſt conſpicuum, $= \zeta$, ſemidiametri ſingularum imaginum per ipſa elementa ſequenti modo ſupra ſunt expreſſi:

Semidiameter

imaginis primae $= \frac{\alpha}{a}. \zeta = A. \zeta$ (inuerſa)

- - - - ſecundae $= \frac{\alpha\beta}{ab}. \zeta = A\,B. \zeta$ (erecta)

- - - - tertiae $= \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} \zeta = A\,B\,C. \zeta$ (inuerſa)

- - - - quartae $= \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} \zeta = A\,B\,C\,D. \zeta$ (erecta)

etc.

vnde imaginis vltimae ſemidiameter erit $= A\,B\,C \ldots L. \zeta$ quae imago erit erecta, ſi litterarum A. B. C.... L numerus ſit par; inuerſa autem, ſi is ſit impar; quae vltima imago cum fiat obiectum viſionis, poſt vltimam lentem ad diſtantiam infinitam $\lambda = L\,l$ cadens, quam oculus circa vltimam lentem conſtitutus ideoque in diſtantia $L\,l$ contemplatur; ei apparebit ſub

angu-

angulo A B C....K. $\frac{\zeta}{1}$. Vt nunc hinc multiplicationem, quae fit $= m$, definiamus; iſtum angulum comparare debemus cum angulo, ſub quo ipſum obiectum ζ ad diſtantiam $= b$ oculo eſſet appariturum, qui angulus cum ſit $\frac{\zeta}{b}$; manifeſtum eſt, fore multiplicationem $m =$ A B C....K. $\frac{b}{1}$. An autem haec repraeſentatio futura ſit erecta, ſiue inuerſa; duo caſus ſunt perpendendi.

I. Si numerus lentium ideoque etiam litterarum A B C....L fuerit impar, vltima imago erit inuerſa; quae cum poſt oculum ad diſtantiam infinitam cadat, eam oculus ante ſe in ſitu erecto conſpiciet. Quare ſi in formula noſtra pro m inuenta numerus litterarum A. B. C.....K fuerit par; obiectum ſitu erecto cernetur, quatenus ſcilicet haec formula poſitiuum valorem obtinet.

II. Sin autem numerus lentium ideoque etiam litterarum A B C D....L fuerit par; facile intelligitur, contrarium locum habere debere. Quare ſi in expreſſione ipſius m numerus litterarum A B C....K fuerit impar; obiectum ſitu inuerſo cernetur, quatenus ſcilicet iſta expreſſio fuerit poſitiua.

Quodſi vero in ſuperiores formulas litteras P Q R etc. introducamus; inuenietur

Semidiameter

imaginis primae $= \alpha . \frac{\zeta}{a}$

- - - - ſecundae $= P \beta . \frac{\zeta}{a}$

- - - - tertiae $= P Q \gamma . \frac{\zeta}{a}$

- - - - quartae $= P Q R \delta . \frac{\zeta}{a}$

etc.

- - - - vltimae $= P Q R \ldots . Z . \lambda . \frac{\zeta}{a}$

quae imagines omnes ſunt inuerſae, ſiquidem iſtae formulae valores habuerint poſitiuos. Quare cum hic omnis ambiguitas ceſſet, haecque vltima imago ad diſtantiam infinitam $= \lambda$ poſt oculum cadat; oculus eam ante ſe ſitu erecto conſpiciet ſub angulo $= P Q R \ldots . Z . \frac{\zeta}{a}$; vnde ſequitur, multiplicationem fore $m = P Q R \ldots . Z . \frac{b}{a}$ pro ſitu erecto, ſi ſcilicet haec formula fuerit poſitiua; ſin autem ea valorem habeat negatiuum; repraeſentatio erit inuerſa; tum vero hoc caſu ipſam litteram m negatiue capi conveniet. Facile autem intelligitur, hanc poſteriorem expreſſionem pro multiplicatione priori longe eſſe anteferendam; quia nulla ambiguitate laborat, eaque in ſequentibus perpetuo vtemur.

Coroll.

Coroll. 1.

12. Quodsi ergo in locis imaginum realium diaphragmata constitui conueniat, ex his formulis statim intelligimus, quantum foramen iis induci oporteat; postquam scilicet cognouerimus, quantam obiecti portionem, cuius semidiametrum hic vocamus $= \zeta$; instrumentum spectandam offerat.

Coroll. 2.

13. Si omnes litterae P, Q, R etc. fuerint positiuae ideoque nulla plane imago realis occurrat; tunc instrumentum semper obiecta situ erecto repraesentabit; sin autem vnica occurrat imago realis; ideoque vnica istarum litterarum fuerit negatiua; tum repraesentatio semper fiet situ inuerso; quo casu ipsa littera *m* signo contrario in calculum introduci debebit; at si duae imagines reales locum habeant; repraesentatio iterum erit erecta.

Coroll. 3.

14. Hinc adparet, quanti momenti sit introductio harum litterarum P, Q, R, S etc. cum eae tam perspicue distinctionem inter imagines reales et fictas commonstrent, praecipue cum hunc tractatum aeque ac praecedentem de Telescopiis secundum imagines reales diuidi conueniat, quippe in quo essentiale discrimen inter diuersa microscopiorum genera continetur.

Problema 3.

15. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum, ſi detur apertura primae lentis obiectiuae, per quam radii ex obiecti quaſi centro transmittantur, definire aperturas ſingularum lentium ad vlteriorem transmiſſionem neceſſarias & gradum claritatis, quo oculus obiectum contuebitur.

Solutio.

Ex principiis fundamentalibus ſupra ſatis expoſitis hae aperturae facillime definiuntur ex apertura primae lentis cognita; vnde ſemidiametri ſingularum aperturarum ſequenti modo per litteras P, Q, R etc. exprimentur:

Semidiameter aperturae

lentis primae $= x$

- - - ſecundae $= \frac{b}{a}.\, x = \frac{1}{P}\, x$

- - - tertiae $= \frac{bc}{\alpha\beta}.\, x = \frac{1}{PQ}.\, x$

- - - quartae $= \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}\, x = \frac{1}{PQR}.\, x.$

etc.

vnde concludimus pro vltima lente requiri ſemidiametrum aperturae $= \frac{x}{PQR...Z}$; cum autem ante inuenerimus $m = PQR \ldots . Z. \frac{b}{a}$; erit iſta formula $= \frac{b}{ma}.\, x$. Tantam nempe aperturam lens ocularis ad mini-

minimum habere debet, vt radios per lentem obiectivam ingressos transmittat et cum nunc radii inter se sint paralleli, ii quasi penicillum radiosum repraesentabunt, qui a centro obiecti in oculum intrat; ex quo si semidiameter huius penicilli $\frac{bx}{ma}$ semidiametro pupillae aequaretur, tunc visio plena claritate frueretur; quatenus autem ista expressio minor est, quam semidiameter pupillae, eatenus gradus claritatis euadit minor. Vnde cum supra gradus claritatis littera y fuerit expressus, erit hic $y = \frac{bx}{ma}$, qui valor quoties fuerit minor semidiametro pupillae, qui circiter $\frac{1}{20}$ dig. aestimatur, toties claritas minor erit censenda, quam naturalis seu plena, vel potius in ratione duplicata, prouti per se est manifestum.

Coroll. 1.

16. Data igitur claritate y cum multiplicatione m reperitur $x = \frac{may}{b}$; vnde apertura lentis obiectiuae innotescit, quae, ceteris paribus, eo maior esse debet, quo maior fuerit distantia obiecti a lente obiectiua siue a. Cum igitur x a distantia focali lentis obiectiuae pendeat; hinc colligere licet, quomodo haec lens ratione distantiae a debeat esse comparata.

Coroll. 2.

17. Tam hinc, quam ex praecedente problemate etiam patet, quomodo multiplicatio m ad distan-

ſtantiam illam b, quae vulgo 8 dig. aſſumitur, referatur; quandoquidem in hoc negotio multiplicationem m non abſolute definire licet, ſicque $\frac{m}{b}$ proprie id denotat, quod ſub notione multiplicationis menti offertur.

Problema 4.

18. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum, momenta, quae a ſingulis lentibus ad campum apparentem conferuntur, earumque aperturam definiunt, exponere locumque oculi aſſignare.

Solutio.

Ad hoc ſupra litteras peculiares in calculum introduximus, cum enim cuiusque lentis apertura ita ab eius diſtantia focali pendeat, vt certam eius partem ſuperare non debeat, ſemidiameter aperturae cuiusque lentis poſt primam ſequenti modo per eius diſtantiam focalem eſt ſtabilita:

$$2^{dae} = \pi q;\ 3^{tiae} = \pi' r;\ 4^{tae} = \pi'' s;\ 5^{tae} = \pi''' t \text{ etc.}$$

vnde ſi ſemidiameter obiecti conſpicui ſit $= \zeta$, voceturque $\frac{\zeta}{a} = \Phi$, oſtendimus eſſe

$$\zeta = a\Phi = -\frac{\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi'''' \text{ etc.}}{ma - b}\, a b$$

quod intelligendum eſt de ſitu erecto; pro inuerſo enim ſitu multiplicatio m negatiue accipi debet.

Nunc

Nunc autem quo facilius de quantitate campi iudicare queamus, sit aperturae maximae quam quaepiam lens, cuius distantia focalis sit v. gr. $= q$, recipere potest, semidiameter $= \xi q$, cuius scilicet haec lens foret capax, si esset vtrinque aequalis, denotante ξ vulgo $\frac{1}{4}$: pro singulis lentibus, quatenus minores habere possunt aperturas, introducamus nouas litteras et ponamus

$$\pi = -\mathfrak{q}\,\xi;\ \pi' = +\mathfrak{r}\,\xi;\ \pi'' = -\mathfrak{s}\,\xi;\ \pi''' = +\mathfrak{t}\,\xi \text{ etc.}$$

vt fiat

$$\zeta = a\,\Phi = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}+\mathfrak{t}\text{ etc.}}{m a - b}.\ a.\ b.\ \xi$$

in qua porro breuitatis gratia ponamus

$$M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}+\mathfrak{t}\text{ etc.}}{m a - b}.\ b, \text{ vt fiat}$$

$$\zeta = a\,\Phi = M\,a\,\xi \text{ seu } \Phi = M\,\xi;$$

quibus positis nouae hae litterae $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$, $\mathfrak{t}$ etc. sequenti modo ad ante introductas referentur:

1°. $\mathfrak{B}\,\mathfrak{q} = (P - 1)\,M$

2°. $\mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = (P\,Q - 1)\,M - \mathfrak{q}$

3°. $\mathfrak{D}\,\mathfrak{s} = (P\,Q\,R - 1)\,M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r}$

4°. $\mathfrak{E}\,\mathfrak{t} = (P\,Q\,R\,S - 1)\,M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r} - \mathfrak{s}.$

etc.

quarum formarum differentiae etiam notatu dignae sunt, nimirum

1°. $\mathfrak{C}\,\mathfrak{r} - \mathfrak{B}\,\mathfrak{q} = P\,(Q - 1)\,M - \mathfrak{q}$

$$2^\circ.\ \mathfrak{D}\mathfrak{s} - \mathfrak{C}\mathfrak{r} = PQ(R-1)M - \mathfrak{r}$$

$$3^\circ.\ \mathfrak{E}\mathfrak{t} - \mathfrak{D}\mathfrak{s} = PQR(S-1)M - \mathfrak{s}.$$

etc.

Illarum igitur aequationum vltima ita erit expressa:

$$\mathfrak{L}\mathfrak{z} = (PQR \ldots Z - 1)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r} \ldots\ldots - \mathfrak{y}.$$
$$= \left(\tfrac{ma}{b} - 1\right)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r} \ldots\ldots - \mathfrak{y}.$$

Ante vero ostendimus esse $\mathfrak{L} = 1$; vnde fiet

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s} \ldots\ldots + \mathfrak{z} = \left(\tfrac{ma}{b} - 1\right)M;$$

quae est ipsa illa aequatio, qua littera M determinatur. Nunc igitur superest, vt locum oculi seu eius distantiam post vltimam lentem, quam supra vocauimus $= O$, definiamus; quod quidem primo secundum lentium numerum ex superioribus repetamus:

Pro vna lente $O = 0$.

Pro duabus lentibus

$$O = \frac{\mathfrak{B}b\pi}{\pi - \mathfrak{P}} = \frac{qb}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = \frac{\mathfrak{q}}{M} \cdot \frac{b}{ma}$$

Pro tribus lentibus

$$O = \frac{\mathfrak{C}c\pi'}{\pi' - \pi + \mathfrak{P}} = \frac{rc}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = \frac{\mathfrak{r}}{M} \cdot \frac{b}{ma}$$

Pro quatuor lentibus

$$O = \frac{\mathfrak{D}d\pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \mathfrak{P}} = \frac{sd}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = \frac{\mathfrak{s}}{M} \cdot \frac{b}{ma}$$

etc.

vnde

vnde concludimus pro lentium numero quocunque fore

distantiam oculi $O = \frac{k.l}{Ma} \cdot \frac{b}{m}$.

Coroll. 1.

19. Hinc igitur nouas determinationes pro aperturis singularum lentium sumus consecuti, quas scilicet adparitio campi postulat et quae non sunt confundendae cum superioribus, quas gradus claritatis postulat, cuilibet autem lenti ea apertura, quae est maior, tribui debet; vnde sequentes formulae probe sunt obseruandae:

Semidiameter aperturae

Pro prima lente $= o.p \, \xi \ldots . x$

secunda ... $= \mathfrak{q} \, \xi \, q \ldots . \frac{x}{P}$

tertia .... $= \mathfrak{r} \, \xi \, r \ldots . \frac{x}{PQ}$

quarta .... $= \mathfrak{s} \, \xi \, s \ldots . \frac{x}{PQR}$

vnde pro vltima lente $= \mathfrak{z}. \, \xi \, l \ldots . \frac{bx}{ma}$. vbi notetur, litteras $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$ etc. fractiones esse vnitate minores, quarum valores vnitatem superare nequeant.

Coroll. 2.

20. Si forte repraesentatio fuerit inuersa, quo casu, vt supra iam monuimus, multiplicatio *m* negatiue accipitur seu $-m$ loco *m* scribi debet, eo casu

 quo-

quoque fingulis litteris q, r, ʂ, t fignum negatiuum tribui debet, ita, vt tum fiat

$$M = \frac{q+r+ʂ+t}{ma+b} \cdot b.$$

Coroll. 3.

21. Quoniam circumftantiae quaedam poftulare folent, vt pro vtroque cafu litterarum q, r, ʂ etc. vna vel altera negatiuum valorem fortiri debeat; hoc praecipue, vti in telefcopiis vidimus, in prioribus harum litterarum vfu venit; pofteriores vero femper pofitiuae atque adeo ipfi vnitati aequales tuto affumi poffunt; ita, vt earum vltima certo pro vnitate haberi poffit; ex quo perfpicuum eft, diftantiam oculi O femper fore pofitiuam, quoties poftrema lens fuerit conuexa; fin autem haec lens fuerit concaua, tum etiam diftantia O prodibit negatiua.

Scholion.

22. Ceterum hic monendum eft, cum in primo libro littera *l* vfurpata fit ad iuftam oculi diftantiam fignificandam, quae hic perpetuo vt infinita fpectatur, hic eandem litteram longe alio fignificatu adhiberi, fiquidem hic femper fignificat diftantiam focalem lentis vltimae feu ocularis, quae eadem eft diftantia penultimae imaginis ante vltimam lentem; ex quo fequitur, fi vltima lens fuerit conuexa, penultimam imaginem certe ante eam repraefentari debere;

bere; quocirca ante vltimam lentem certe imago, realis eſſet caſura. Hinc igitur perſpicuum eſt, id quod ſupra non tam clare patebat, ſi nulla plane adſit imago realis, tum lentem vltimam conuexam eſſe non poſſe ideoque pro loco oculi diſtantiam O ſemper prodire negatiuam; pro quo caſu etiam coacti fuimus peculiarem formulam pro margine colorato deſtruendo tradere, quae penitus diuerſa eſt ab ea, quae locum habet, quoties quantitas O eſt poſitiua; quos ergo duos caſus etiam hic ſeorſim tractari conueniet.

Problema 5.

23. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum, ſi diſtantia oculi poſt vltimam lentem O prodierit poſitiua; deſtruere marginem coloratum, ex quacunque vitri ſpecie ſingulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Quoniam hic ſolutionem ita generalem poſtulamus, quae etiam ad lentes ex diuerſis vitri ſpeciebus paratas pateat, rationem refractionis pro prima lente ponamus $= n$; pro ſecunda $= n'$, pro tertia $= n''$ etc. vti in ſuperioribus libris fecimus atque hinc ſtatuamus formulas differentiales, quibus diſperſio radiorum exprimitur, ſequenti modo

$$\frac{dn}{n-1} = N; \ \frac{dn'}{n'-1} = N'; \ \frac{dn''}{n''-1} = N'' \text{ etc.}$$

 qui-

quibus rotatis supra ostendimus, pro destructione marginis colorati satisfieri debere huic aequationi:

$$o = \frac{N' \cdot b\pi}{A a \Phi} + \frac{N'' \cdot c\pi'}{A B a \Phi} + \frac{N''' \cdot d\pi''}{A B C a \Phi} + \frac{N'''' \cdot e\pi'''}{A B C D a \Phi} \text{ etc.}$$

quae aequatio si tam loco litterarum π, π' etc. quam loco b, c, d etc. valores ante assignati substituantur; transibit in hanc formam:

$$o = \frac{N' \cdot q}{P} + \frac{N'' \cdot r}{PQ} + \frac{N''' \cdot s}{PQR} + \frac{N'''' \cdot t}{PQRS} \text{ etc.}$$

in qua aequatione terminus vltimus ita erit expressus $\frac{N^{\cdots} i b}{m a}$.

Coroll. 1.

24. Patet ergo marginem coloratum tolli non posse, nisi vel litterarum q, r, s, t etc. vel P, Q, R etc. vna pluresue fuerint negatiuae; quia alioquin omnes termini essent positiui eorumque aggregatum nihilo aequari non posset.

Coroll. 2.

25. Si ergo nulla adsit imago realis, quod euenit, si omnes litterae P, Q, R etc. fuerint positiuae, tum necessario litterarum q, r, s etc. vna vel altera debet esse negatiua; quae autem earum fuerint negatiuae, iis campus apparens diminuitur.

Problema 6.

26. Ex quotcunque lentibus microscopium fuerit compositum, si distantia oculi O prodeat negatiua,

tiua, ideoque oculus vltimae lenti immediate adplicari debeat, destruere marginem coloratum, ex quacunque vitri specie singulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Manentibus iisdem, quae in praecedente problemate circa diuersitatem vitri sunt posita, supra pro hoc casu secundum lentium numerum peculiares formulae sunt datae, quae ad nostrum institutum translatae ita se habent:

Pro vna lente $o = o$.

Pro duabus $o = \bar{N}(A + 1)q$

Pro tribus $o = N(A + 1)Br - \frac{N'}{P}((B + 1)r + q)$

Pro quatuor

$$o = N(A + 1)BC\delta - \frac{N'}{P}((B + 1)C\delta - q) + \frac{N''}{PQ}((C + 1)\delta + r)$$

Pro quinque

$$o = N.(A + 1)BCDt - \frac{N'}{P}((B + 1)CDt + q) + \frac{N''}{PQ}((C + 1)Dt - r) - \frac{N'''}{PQR}((D + 1)t + \delta)$$

Pro sex lentibus

$$o = N(A + 1)BCDEu - \frac{N'}{P}((B + 1)CDEu - q) + \frac{N''}{PQ}((C + 1)DEu + r) - \frac{N'''}{PQR}((D + 1)Eu - \delta) + \frac{N''''}{PQRS}((E + 1)u + t)$$

Pro

Pro feptem lentibus

$$0 = N(A+1)BCDEF\mathfrak{v} - \frac{N'}{P}((B+1)CDEF\mathfrak{v}+\mathfrak{q})$$
$$+\frac{N''}{PQ}((C+1)DEF\mathfrak{v}-\mathfrak{r}) - \frac{N'''}{PQR}((D+1)EF\mathfrak{v}+\mathfrak{s})$$
$$+\frac{N''''}{PQRS}((E+1)F\mathfrak{v}-\mathfrak{t}) - \frac{N'''''}{PQRST}((F+1)\mathfrak{v}+\mathfrak{u})$$

quas formulas concinnius exhibere non licet ideoque iis quouis cafu oblato erit vtendum.

Problema 7.

27. Ex quotcunque lentibus microfcopium fuerit compofitum, omnem plane confufionem, quae ob diverfam radiorum refrangibilitatem praeter marginem coloratum eft metuenda, ad nihilum redigere; ex quacunque vitri fpecie fingulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Introductis etiam litteris N, N′ etc. vti in praecedentibus problematibus eft factum, aequatio in libro primo inuenta, cui eft fatisfaciendum, fequenti modo generatim pro quouis lentium numero expresfa reperietur:

$$0 = N.\frac{A+1}{A} - \frac{N'}{P}.\frac{B+1}{AB} + \frac{N''}{PQ}.\frac{C+1}{ABC} - \frac{N'''}{PQR}.\frac{D+1}{ABCD}$$

etc.

quae etiam hoc modo exhiberi poteft

$$0 = N.\frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2}.\frac{1}{q} + \frac{N''}{P^2Q^2}.\frac{1}{r} + \frac{N'''}{P^2Q^2R^2}.\frac{1}{s} \text{ etc.}$$

vel

vel etiam, si libuerit, hoc modo

$$0 = N.\frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{N'}{P}\cdot\frac{1}{A\mathfrak{B}} + \frac{N''}{PQ}\cdot\frac{1}{AB\mathfrak{C}} - \frac{N'''}{PQR}\cdot\frac{1}{ABC\mathfrak{D}} \text{ etc.}$$

Coroll. 1.

28. Cum productum omnium litterarum P, Q, R, S .... multiplicationem praebeat, si haec fuerit valde magna, termini huius aequationis mox fient tam parui, vt sufficiat binos vel ternos terminos initiales assumsisse ex quibus commode vel littera $\mathfrak{B}$ vel $\mathfrak{C}$ definiri poterit.

Coroll. 2.

29. Iam supra autem ostensum est, nisi litterae N, N′ etc. fuerint inter se diuersae, hanc vltimam aequationem nullo modo adimpleri posse; vnde eatenus tantum huic conditioni satisfieri poterit, quatenus lentes non ex eadem vitri specie conficiuntur.

Scholion.

30. Istud quidem tantum pro Telescopiis supra demonstrauimus, idem autem quoque pro casu praesente demonstrari potest hoc modo: Ad hoc scilicet vtamur prima forma nostrae aequationis in eaque litterae N inter se ponantur aequales, cuius singuli termini in duas partes discerpantur, vt prodeat haec forma:

$$0 = 1 + \frac{1}{A} - \frac{1}{ABP} + \frac{1}{ABCPQ}$$
$$- \frac{1}{AP} + \frac{1}{ABPQ} - \frac{1}{ABCPQR} \text{ etc.}$$

quae per a multiplicata censeatur et cum sit ex elementis

$$a = \frac{\alpha}{A} = -\frac{P.b}{A} = -\frac{P\beta}{AB} = \frac{PQc}{AB} = \frac{PQ\gamma}{ABC} \text{ etc.}$$

hi valores successiue in nostra aequatione substituantur et aequatio nostra abibit in hanc formam

$$0 = a + \frac{\alpha + b}{A^2} + \frac{\beta + c}{A^2 B^2} + \frac{\gamma + d}{A^2 B^2 C^2} + \frac{\delta + e}{A^2 B^2 C^2 D^2} \text{ etc.}$$

vbi cum numeratores interualla lentium designent, denominatores vero omnes sint numeri quadrati, omnes isti termini necessario sunt positiui. Tantum de vltima parte solitaria dubium superesse posset, scilicet hic quousque hos terminos continuauimus, insuper adiungi deberet terminus $\frac{\varepsilon}{A^2 B^2 C^2 D^2 E^2}$ qui est casus quinque lentium, pro quo ε quidem est ∞; notandum autem est, esse etiam $E = \infty$. cum sit $\varepsilon = E e$ quo valore substituto istum terminum insuper adiungendum sponte euanescere manifestum est. Ceterum, vti iam saepius monuimus, etiam diuersa vitra adhibendo neutiquam necesse est, vt huic vltimae aequationi accuratissime satisfiat, cum iam satis praeclare nobis agatur, si modo eius valor satis exiguus reddi queat, id quod etiam de duabus praecedentibus aequationibus est tenendum; neque enim natura rei ipsa huiusmodi solutionem rigorosam permittit, cum nunquam sit speran-

randum, per experimenta valores litterarum N, N′ etc. ita exacte definiri posse, vt non notabiliter a veritate aberrent, et quia vnicam vitri speciem vsurpando semper coacti sumus hanc vltimam confusionem tolerare, si modo eam minorem reddere licuerit, id certe pro maximo lucro erit habendum.

Problema 8.

31. Ex quotcunque lentibus microscopium fuerit compositum, semidiametrum confusionis, quae a lentium apertura oritur, assignare totamque hanc confusionem infra datum limitem reducere, vt repraesentationi non amplius officiat.

Solutio.

Ad hoc praestandum nouae litterae λ, λ′ etc. pro singulis lentibus in calculum sunt introducendae, quemadmodum in primo libro sufficienter est explicatum. Tum vero si singulas lentes ex peculiari vitri specie factas consideremus, expressio pro semidiametro confusionis supra inuenta litteris P, Q, R etc. adhibendis ad sequentem formam reuocabitur:

$$\frac{mx^3}{4a^2b}\Big(\mu\Big(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\Big)-\frac{\mu'}{A^3P}\Big(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3}+\frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\Big)$$
$$+\frac{\mu''}{A^3B^3PQ}\Big(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3}+\frac{\nu''}{C\mathfrak{C}}\Big)$$
$$-\frac{\mu'''}{A^3B^3C^3PQR}\Big(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3}+\frac{\nu'''}{D\mathfrak{D}}\Big)$$
$$+\frac{\mu''''}{A^3B^3C^3D^3PQRS}\Big(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^3}+\frac{\nu''''}{E\mathfrak{E}}\Big)\Big) \text{ etc.}$$

quae formula succinctior reddetur distantias focales introducendo; cum enim sit

$$\mathfrak{A} = \frac{p}{a};\ A\,\mathfrak{B} = -\frac{Pq}{a};\ A\,B\,\mathfrak{C} = \frac{PQr}{a};\ ABC\mathfrak{D} = -\frac{PQRs}{a}$$

etc.

his valoribus substitutis fiet nostra formula

$$\frac{max^3}{4b}\left(\frac{\mu}{p^3}\left(\lambda + \frac{\mathfrak{A}^2}{A}.\nu\right) + \frac{\mu'}{P^4q^3}\left(\lambda' + \frac{\mathfrak{B}^2}{B}.\nu'\right)\right.$$
$$\left. + \frac{\mu''}{P^4Q^4r^3}\left(\lambda'' + \frac{\mathfrak{C}^2}{C}.\nu''\right)\right) \text{ etc.}$$

Sit nunc limes, quem valor huius formulae superare non debet, $= \frac{1}{4k^3}$, vbi notandum est, pro telescopiis supra sumtum esse $k = 50$ circiter; quare si breuitatis gratia ponamus

$$\Lambda = \frac{\mu}{p^3}\left(\lambda + \frac{\mathfrak{A}^2}{A}.\nu\right) + \frac{\mu'}{P^4q^3}\left(\lambda' + \frac{\mathfrak{B}^2}{B}.\nu'\right)$$
$$+ \frac{\mu''}{P^4Q^4r^3}\left(\lambda'' + \frac{\mathfrak{C}^2}{C}.\nu''\right) \text{ etc.}$$

debebit esse $\frac{max^3}{b}.\Lambda < \frac{1}{k^3}$ vnde commodissime definitur semidiameter lentis obiectiuae $x < \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{b}{ma\Lambda}}$ ac si licuerit, formulam hanc Λ penitus ad nihilum redigere, tunc hunc semidiametrum x, nihil impedit, quominus tantum statuamus, quam figura lentis obiectiuae permittit.

Corollarium.

32. Quando ergo hinc quantitas x fuerit definita; tum demum gradum claritatis assignare poterimus,

rimus, ex aequatione enim supra inuenta $y = \frac{hx}{ma}$ cognoscimus semidiametrum penicillorum radiosorum, qui a singulis obiecti punctis in oculum transmittuntur, qui ad pupillam relatus gradum claritatis determinabit.

Coroll. 2.

33. De Telescopiis quidem vidimus, sufficientem claritatis gradum produci, si modo y non multo minor sit, quam $\frac{1}{50}$ dig. in microscopiis autem nos plerumque multo minore claritate contentos esse oportebit.

Coroll. 3.

34. At si loco x valorem inuentum substituamus, pro gradu claritatis habebimus

$$y = \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{h}{ma}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\lambda}}$$

vnde intelligitur, quo longius obiectum a microscopio remouere velimus, eo minore claritate obiectum esse apparitūrum; quae caussa est, vt in omnibus microscopiis distantia obiecti a lente obiectiua tam exigua capi debeat.

Coroll. 4.

35. Ex vltima forma nostrae expressionis manifestum est, si omnes lentes fuerint conuexae, seu litterae p, q, r etc. positiuae; omnes terminos litteras λ, λ', λ'' etc. continentes fore quoque positiuos;

vnde, cum litterae ν, ν', ν'' etc. ſint valde paruae, quantitas illa Λ nullo modo ad nihilum redigi poterit, ſin autem vna vel altera lens fuerit concaua, tum vtique fieri poterit, vt haec quantitas Λ euaneſcat.

Scholion.

36. Haec igitur formula praecipue litteris λ, λ', λ'' etc. conuenienter definiendis inſeruit, quandoquidem reliquae litterae iam per conditiones praecedentes plerumque ſuas determinationes adipiſcuntur. Meminiſſe autem oportet, quamlibet lentem ſibi adiunctum habere numerum λ, qui quidem vnitate minor eſſe nequit, ex quo cum binis diſtantiis determinatricibus ambae facies determinantur. Supra autem formulae pro radiis facierum iam ſunt datae, ſed eas in calculi commodum hic aliquantisper mutatas exhibeamus: Exemplo ſit lens prima, cuius diſtantiae determinatrices ſunt a et α, numerus autem iis adiungendus $= \lambda$, ex quibus binae eius facies ſupra ita ſunt definitae, vt ſit

$$\text{rad. fac. anter.} = \frac{a\alpha}{\alpha\rho + a\sigma \pm \tau(a+\alpha)\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. poſter.} = \frac{a\alpha}{a\rho + \alpha\sigma \mp \tau(a+\alpha)\sqrt{\lambda - 1}}$$

Cum autem ſit $\alpha = A\,a$. fient iſtae formulae

$$\text{rad. fac. ant.} = \frac{A a}{A\rho + \sigma \pm \tau(1+A)\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. poſt.} = \frac{A a}{\rho + A\sigma \mp \tau(1+A)\sqrt{\lambda - 1}}$$

Diui-

Diuidantur nunc numeratores et denominatores vtriusque fractionis per $1 + A$ et cum ſit $\frac{A}{1+A} = \mathfrak{A}$ ideoque $\mathfrak{A} a = p$ et $\frac{1}{1+A} = 1 - \mathfrak{A}$, noſtrae formulae abibunt in ſequentes

$$\text{rad. fac. ant.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau \sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. poſt.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau \sqrt{\lambda - 1}}$$

vbi litterae ϱ, σ et τ ex ratione refractionis, quae cuilibet lenti conuenit, ſunt deſumendae, pariter atque litterae μ et ν vti in primo libro oſtendimus. Ne autem opus habeamus, eas inde depromere, tabulam ibi datam hic adiungamus:

n.	ϱ.	σ.	τ.	μ.	ν.	$\mu\nu$.
1.50	0.2858.	1.7143.	0.9583.	1.0714.	0.2000.	0.2143.
1.51.	0.2653.	1 6956.	0.9468.	1.0420.	0.2065.	0.2151.
1.52.	0.2456.	1.6776.	0.9358.	1.0140.	0.2129.	0.2159.
1.53.	0.2267.	1.6601.	0.9252	0.9875.	0.2196	0.2168.
1.54.	0.2083.	1.6434.	0.9149.	0.9622.	0.2260.	0.2176.
1.55.	0.1907.	1.6274.	0.9051.	0.9381	0.2326.	0.2182.
1.56.	0.1737.	1.6119	0 8956.	0 9151.	0.2393.	0.2192.
1.57.	0.1573	1.5970.	0.8864.	0.8932.	0.2461.	0.2199.
1.58.	0.1414.	1.5827.	0.8775	0 8724	0.2529	0.2206.
1.59.	0.1259	1.5689.	0.8689	0.8525.	0.2597.	0.2214.
1.60.	0,1111.	1.5555.	0.8607.	0.8333.	0.2666.	0.2221.

Scho-

Scholion 2.

37. His principiis praemissis facile intelligitur, quomodo hanc de microscopiis doctrinam tractari et in sectiones subdiuidi conueniat, primo scilicet microscopia simplicia, quae vnica constant lente contemplabimur, idque duplici modo, prout huius lentis crassities negligitur vel eius ratio in calculo habetur. Deinde tria genera microscopiorum compositorum considerabimus, prouti in telescopiis fecimus in primo scilicet genere nulla prorsus occurret imago realis seu omnes litterae P, Q, R etc. erunt positiuae; in secundo autem genere vnica occurret imago realis ideoque vnica illarum litterarum negatiuum habebit valorem, quaecunque ea fuerit; in tertio denique genere duae imagines reales locum habebunt, sicque binae illarum litterarum, quaecunque eae fuerint, valores sortientur negatiuos. Plures autem imagines reales introducere prorsus foret superfluum. Notandum vero est, tam microscopia simplicia, quam composita primi et tertii generis obiecta situ erecto esse repraesentatura, dum microscopia composita secundi generis ea situ inuerso referent. Quamobrem haec tractatio quatuor sequentibus sectionibus absoluetur.

CAPVT

CAPUT I.

DE

MICROSCOPIIS SIMPLICIBUS,

VNICA LENTE CONSTANTIBUS, TAM NEGLECTA LENTIS CRASSITIE, QUAM EIUS RATIONE HABITA.

Problema 1.

§. 38.

Microscopium simplex conficere, quod obiecta secundum datam rationem aucta repraesentet, neglecta lentis crassitie.

Solutio.

Sit multiplicatio praescripta $= m$, quae scilicet ad distantiam pro arbitrio assumtam b referatur, denotante b vulgo distantiam 8 dig. sitque p distantia focalis lentis, quae sola microscopium constituit. Cum igitur esse debeat $\alpha = \infty$ erit quoque $A = \infty$; vnde fit $\mathfrak{A} = 1$ ideoque $a = p$, ita, vt distantia obiecti ante lentem praecise eius distantiae focali p aequalis esse debeat. Cum igitur sit in genere $m = P\,Q\,R \ldots Z.\frac{b}{a}$;

pro noſtro caſu, quo vnica adeſt lens, haec formula per omnes litteras P Q R ... Z debet diuidi; ita, vt fiat $m = \frac{b}{a}$; quod etiam hoc modo facillime oſtenditur, cum enim haec imago cadat ad diſtantiam $\alpha = A a$ eius ſemidiameter ſit $A \zeta$, exiſtente ζ ſemidiametro obiecti, haec imago ab oculo cernetur ſub angulo $\frac{\zeta}{a}$, dum idem obiectum ad diſtantiam b exiſtens nudo oculo appariturum eſſet ſub angulo $= \frac{\zeta}{b}$, ex quo ille angulus per hunc diuiſus ipſam dat multiplicationem, ita, vt ſit $m = \frac{b}{a}$; quare cum haec multiplicatio m ſit data, hinc colligitur $a = p = \frac{b}{m}$ ſicque tam diſtantia focalis lentis, quam diſtantia obiecti ante lentem per ſolam multiplicationem praeſcriptam determinatur, ex quo conſtructio microſcopii iam innoteſcit. Tantum igitur ſupereſt, vt reliquas conditiones eo pertinentes percurramus. Primo igitur ſit ſemidiameter aperturae huius lentis $= x$, quem deinceps ex confuſione determinari oportebit et ex problemate tertio Introd. patet, fore gradum claritatis $y = \frac{bx}{ma} = x$ ob $a = \frac{b}{m}$, quod quidem per ſe eſt perſpicuum, cum penicillus radioſus transmiſſus ipſi aperturae manifeſto ſit aequalis. Ex IVto probl. cum praeter lentem obiectiuam nulla alia adſit, litterae q, r, s etc. hic nullum locum inueniunt, at pro loco oculi hic habebimus $O = o$ ſiue oculum lenti immediate adplicari oportet; campusque apparens hic plane non deter

terminatur, ita, vt viſus oculi nusquam terminetur. Ex Vto porro problemate intelligitur, hic nullum marginem coloratum eſſe pertimeſcendum, quia is tantum a lentibus ſequentibus producitur. VItum vero problema huc prorſus non pertinet. VIItum dein problema hanc dat aequationem $o = N. \frac{1}{p}$, quod cum fieri nequeat, haec confuſio tolli omnino non poteſt, ſed potius eo maior fiet, quo minus erit p ſeu quo maior deſideretur multiplicatio. Ex VIIIto denique problemate deducimus pro noſtro caſu hanc aequationem:

$$\frac{max^3}{b} \cdot \frac{\mu}{p^3} \left(\lambda + \frac{\mathfrak{M}^2}{A} \cdot \nu\right) < \frac{1}{k^3}$$

quae ob $A = \infty$ et $ma = b$ abit in hanc:

$$\frac{\mu \lambda x^3}{p^3} < \frac{1}{k^3}; \text{ ex qua fit } x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu \lambda}}$$

ſicque apertura lentis innoteſcit ſimulque etiam gradus claritatis; hocque modo omnia, quae ad microſcopium pertinent, ſunt definita.

Coroll. 1.

39. Cum igitur pro apertura lentis inuentus ſit eius ſemidiameter $x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu \lambda}}$, euidens eſt, vt claritatem, quantum fieri poteſt, ſine detrimento diſtinctionis augeamus, ſumi debere $\lambda = 1$ et quia μ non multum ab vnitate differt, fiet $x = y = \frac{p}{k}$ vnde cum ſit circiter $k = 50$, nullum eſt dubium, quin lens

 hanc

hanc aperturam admittat. Ante autem vidimus, esse $p = \frac{b}{m}$; ita, vt nunc habeamus $x = y = \frac{b}{km}$. Quare si statuamus $k = 48$ et $b = 8$ dig., erit $x = y = \frac{1}{6m}$ dig. sicque statim ac multiplicatio m supra 8 excurrat, gradus claritatis minor euadet eo, quem supra telescopiis conciliauimus.

Scholion.

40. Lens autem, quae tantum octies multiplicat, vix nomen microscopii meretur, cum distantia focalis p prodeat vnius digiti; interim tamen hinc videmus, semidiametrum aperturae non vltra $\frac{1}{48}$ dig. augeri debere, si quidem tanto distinctionis gradu frui velimus, quantus in telescopiis exigi solet. Experientia autem constat, huiusmodi lentibus multo maiorem aperturam tribui, neque adeo ad mensuram definiri solere, at vero etiam indidem constat, huiusmodi repraesentationes non mediocri confusione esse inquinatas; quod adeo etiam de omnibus microscopiis valet, quorum repraesentatio plerumque multo magis confusa est, quam in telescopiis tolerari solet. Quocirca videtur, dum de microscopiis agitur litterae k multo minor valor, quam 50, tuto tribui posse, quem adeo in quibusdam microscopiis non spernendis ne ad 20 quidem assurgere comperi. Interim tamen nullum est dubium, quin haec instrumenta multo maiorem vtilitatem sint allatura, si a tam notabili confusio-

fuſione liberari queant, quare hic quidem litterae k valorem 20 ſum aſſignaturus; nullam tamen occaſionem praetermittam, quoties fieri licuerit, hunc confuſionis gradum diminuendi.

Coroll. 2.

41. Sumto ergo $k = 20$ ſemidiameter aperturae microſcopii debebit eſſe $x = \frac{2}{5m}$ dig. cui cum menſura claritatis ſit aequalis, ſtatim atque m ſuperat 8; quo caſu ſit $y = \frac{1}{15}$ dig., non amplius obiecta plena claritate videmus, ſed quo maior fuerit ratio $m : 8$, eo minore claritate contenti eſſe debemus.

Coroll. 3.

42. Quia autem ne tanta quidem claritas eſt expectanda, niſi capiatur $\lambda = 1$; patet, quanti interſit, lenti microſcopicae debitam figuram tribuiſſe, et cum ſit $\mathfrak{A} = 1$ hanc lentem ita conſtrui conueniet, vt ſit radius faciei anterioris $= \frac{p}{\rho}$; et poſterioris $= \frac{p}{\sigma}$. Si enim lente vtrinque aeque conuexa vti vellemus, confuſio vltra dimidium fieret maior.

Scholion.

43. Quo igitur conſtructio huiusmodi microſcopiorum pro qualibet multiplicatione facilius et clarius perſpiciatur, tabulam hic ſubiungamus, in qua pro praecipuis valoribus litterae m primo diſtantiam ob-

iecti a lente, quae eadem est eius distantia focalis, exhibeamus; deinde vero radios vtriusque lentis faciei in digitis expressos duabus columnis designemus; tum vero semidiametrum aperturae et gradum claritatis ita assignemus, vt posita claritate plena $= 1$, et pupillae semidiametro $= \frac{1}{15}$ dig. gradus claritatis per $20\,y = \frac{8}{m}$ exprimatur, etiamsi proprie quadratum huius fractionis sumi deberet, quoniam claritas pendet non a diametro penicillorum, sed a tota eorum crassitie. Quod autem semel monuisse sufficit. Pro refractione autem vitri sumamus $n = 1,55$, vt sit

$$\varrho = 0,1907;\ \sigma = 1,6274, \text{ eritque}$$

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 5,2416.p = 41,9328.\frac{8}{m} \\ \text{poster.} = 0,6145.p = 4,9160.\frac{1}{m} \end{cases}$$

ob $p = \frac{8}{m}$ digit. $= a$; tum vero est semidiameter aperturae $x = \frac{2}{5m}$ dig. et mensura claritatis, vt modo vidimus, $= \frac{8}{m}$; vnde facile sequens tabula conficitur:

Multi-

Multiplic.	dist. focalis	Rad. faciei anter.	Rad. faciei poster.	semid. apert.	Mens. clarit.
10	0,800	4,193	0,492	0,040	0,800
20	0,400	2,096	0,246	0,020	0,400
30	0,266	1,398	0,164	0,013	0,266
40	0,200	1,048	0,123	0,010	0,200
50	0,160	0,839	0,098	0,008	0,160
60	0,133	0,699	0,082	0,006	0,133
70	0,114	0,599	0,070	0,006	0,114
80	0,100	0,524	0,062	0,005	0,100
90	0,088	0,466	0,055	0,004	0,088
100	0,080	0,419	0,049	0,004	0,080
120	0,066	0,349	0,041	0,003	0,066
140	0,051	0,299	0,035	0,003	0,057
160	0,050	0,262	0,031	0,002	0,050

Hinc euidens est, has multiplicationes vlterius continuari non posse, cum tam radii facierum lentis nimis fierent exigui, quam vt in praxi elaborari possint; tum vero apertura tam parua fieri deberet, vt ob defectum claritatis obiecta vix conspici possent. Ceterum cum apertura harum lentium tam exigua esse debeat, eas quoque ipsas tam paruas conficere licebit, vt earum crassities prae distantia focali, quantumuis ea parua fuerit, sine errore negligi queat; quia scilicet in his lentibus eadem, ac in maioribus, ratio est; tenuissimas nempe has lentes elaborari oportet, vt margines circumquaque inter se quasi conveniant. Cum autem plerumque his lentibus multo maior

maior craſſities tribui ſoleat, quae ad diſtantiam focalem ſatis notabilem teneat rationem eamque adeo ſuperet, vti ſit in globulis vitreis, qui loco huiusmodi lenticularum vſurpari ſolent; operae vtique pretium erit in determinatione talium microſcopiorum craſſitiei rationem habere.

Problema 2.

44. Si lentis craſſitiem negligere non liceat, microſcopia conficere, quae obiecta ſecundum datam rationem aucta repraeſentent.

Solutio.

Ad hoc problema ſoluendum conſideretur ſolutio problematis in L. I. §. 326 allati, cuius ſolutio huc transferetur, ſtatuendo $O = \alpha + l = 0$ ita, vt ſit $l = -\alpha$, exiſtente $\alpha = \infty$, vti hic aſſumimus. Tum igitur ſi diſtantia obiecti ante lentem ſit $= a$; craſſities lentis $= v$ radius faciei anterioris $= f$ et poſterioris $= g$; introducta quantitate adhuc indefinita $= k$, has ibi inuenimus formulas:

$$f = \frac{(n-1)a(k+v)}{k+v+2na};\quad g = \frac{(n-1)(v-k)}{2n};$$

quibus lens determinatur. Quodſi nunc ponatur $\frac{k-v}{k+v} = i$, definiuimus ibi multiplicationem

$$m = -\frac{1}{i}\cdot\frac{b}{a} = \frac{v+k}{k-v}\cdot\frac{b}{a}.$$

Deinde ſi aperturae ſemidiameter in faciei anteriore ſit x, in faciei poſteriore ea debet eſſe non minor, quam

quam $i\,x = \frac{v-k}{v+k}\,x$, proditque gradus claritatis

$$y = -\,i\,x = \frac{v-k}{v+k}\cdot x.$$

Poſtea vero pro ſemidiametro confuſionis inuenta eſt ſequens formula:

$$+\tfrac{1}{4}\,i\,x^3\,\frac{n}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{a}+\frac{2}{k+v}\right)\left(\frac{1}{1a}+\frac{2}{k-v}\right)^2-\frac{2}{k-v}\cdot\frac{4}{(k+v)^2}\right)$$

cuius valor non ſuperare debet limitem ante conſtitutum $\frac{1}{4k^3}$, exiſtente $k = 20$; reducitur autem ea ad hanc formam:

$$\frac{n}{8(n-1)^2}\cdot\frac{x^3}{k+v}\left(\left(\frac{n}{a}+\frac{2}{k+v}\right)\left(\frac{k+v}{a}+2\right)^2\cdot\frac{1}{k-v}-\frac{8}{(k+v)^3}\right)$$

vnde colligitur ſequens aequatio

$$\frac{n}{2(n-1)^2}\cdot x^3\left(\frac{n^2(k+v)}{a^3(k-v)}+\frac{4n+2}{a^2(k-v)}+\frac{4n+8}{a(k^2-v^2)}+\frac{16\,v}{(k+v)^3(k-v)}\right)=\frac{1}{k^3},$$

ex qua quantitas x definiri poterit. Porro ſupra locus oculi ita erat definitus, vt nunc fiat $O = \frac{(v-k)v}{n(v+k)}$; vnde conſpicietur in obiecto portio, cuius ſemidiameter $\zeta = \frac{na}{v}\cdot\frac{v-k}{v+k}\cdot x$; Vt margo coloratus tolleretur, deberet eſſe $k = \infty$, ſiquidem $O > 0$; at cum prodeat $O < 0$; debet eſſe $k = -\,2\,a - v$ et cum pro hac confuſione penitus tollenda deberet eſſe

$$(\alpha + v)(a + \alpha + v) = 0;$$

ob $\alpha = \infty$ euidens eſt, hanc confuſionem fore enormem.

Coroll. 1.

45. Cum inuenerimus $\frac{k+v}{k-v} \cdot \frac{b}{a} = m$; vt hic valor sit positiuus siue repraesentatio erecta, necesse est, vt quantitas k extra limites $+v$ et $-v$ contineatur, si enim intra hos limites contineretur, multiplicatio m prodiret negatiua ideoque repraesentatio inuersa, dum scilicet imago realis intra lentem formaretur.

Coroll. 2.

46. Duo ergo sunt casus considerandi, quibus multiplicatio m fit positiua, alter, quo non solum $k > 0$, sed etiam $k > v$; tum facies lentis anterior erit conuexa, posterior vero concaua et $m > \frac{b}{a}$; altero vero casu, quo $k < 0$ simulque $k < -v$ siue posito $k = -l$, si fuerit $l > v$ erit

$$f = \frac{(n-1)a(l-v)}{l-v-2na} \text{ et } g = \frac{(n-1)(l+v)}{2n};$$

ideoque facies posterior semper conuexa; anterior vero concaua, nisi sit $l > v + 2na$ nam si $l > v + 2na$ etiam anterior facies erit conuexa; hocque porro casu erit $m < \frac{b}{a}$.

Coroll. 3.

47. Quod ad locum oculi attinet, pro quo est $O = \frac{(v-k)v}{n(v+k)}$, quia $\frac{k+v}{k-v}$

est

eſt quantitas poſitiua, ſcilicet

$$= \frac{ma}{b}, \text{ erit } O = -\frac{vb}{mna}$$

ideoque ſemper negatiuus propter lentis craſſitiem, neque hic valor euaneſcet, niſi ſimul lentis craſſities fuerit euaneſcens.

Coroll. 4.

48. Pro gradu vero claritatis haec expreſſio eſt notatu digna, quod ſit $my = \frac{bx}{a}$ ideoque $y = \frac{bx}{ma}$, vnde patet craſſitiem lentis in gradu claritatis nihil mutare, ſi ſcilicet pro eadem multiplicatione m apertura x eundem adipiſcatur valorem.

Coroll. 5.

49. Cum priori caſu, quo erat $v = 0$, campus apparens fuiſſet indefinitus, hic ob lentis craſſitiem ita determinabitur, vt ſit $m\zeta = \frac{nbx}{v}$ ſiue $\zeta = \frac{nbx}{mv}$ vnde patet, quo minor fuerit craſſities, eo maiorem futurum eſſe campum, ac ſi loco x introducatur claritas y, prodibit $\zeta = \frac{nay}{v}$, ita, vt pro eadem craſſitiei ratione ad diſtantiam a ſemidiameter campi ſit claritati proportionalis.

Scholion 1.

50. Quoniam hic duo caſus principales conſiderandi veniunt, alter, quo $k > v$; alter vero quo

 $l > v$,

$l > v$, existente $l = -k$ pro priore aequatio confusionem reddens insensibilem in solutione est exhibita; pro posteriore vero ea ita se habebit:

$$\frac{n}{2(n-1)^2} \cdot x^3 \left(\frac{n(l-v)}{a^3(l+v)} - \frac{4n+2}{a^2(l+v)} + \frac{8n+8}{a(l^2-v^2)} \right.$$
$$\left. + \frac{16 \cdot v}{(l-v)^3(l+v)} \right) = \frac{1}{k^3}.$$

Quodsi nunc etiam multiplicationem m introducamus, litteram vero l vel k eliminemus, haec aequatio induet hanc formam:

$$\frac{n \cdot v}{2(n-1)^2 \cdot a^2 b} x^3 \left(m n - \frac{(2n+1)(b-ma)}{v} \right.$$
$$\left. + \frac{(n+2)(b-ma)^2}{m v^2} + \frac{(b-ma)^3}{m \cdot a v^3} \right) = \frac{1}{k^3}:$$

quae si breuitatis gratia ponatur $\frac{b-ma}{v} = s$ induet hanc formam:

$$\frac{n}{2(n-1)^2 a^2 b} x^3 \left(m n - (2n+1) s \right.$$
$$\left. + \frac{(n+2) s^2}{m} - \frac{s^3}{m^2} + \frac{b s^3}{m^3 a} \right) = \frac{1}{k^3}$$

quae porro mutatur in hanc:

$$\frac{n}{2(n-1)^2 \cdot a^2 b} \cdot x^3 \left(m \left(1 - \frac{s}{m}\right)^2 \left(n - \frac{s}{m}\right) + \frac{b s^3}{m^3 a} \right)$$

quae ad quoduis casus multo facilius adplicabitur. Ceterum cum inter binos casus memoratos quasi medius sit $k = \infty$, ponamus $k = \infty$ eritque

$$f = (n-1)a; \; g = \infty; \; m = \frac{b}{a}; \; y = +x;$$
$$O = -\frac{v}{n}; \; \zeta = \frac{nax}{v};$$

prae-

praeterea vero haec habebitur aequatio resoluenda

$\frac{n^2 x^3}{2a^3(n-1)^2} = \frac{1}{k^3}$ vnde colligitur $x = \frac{a}{k} \sqrt[3]{\frac{2(n-1)^2}{n^2}}$

ita, vt hic valor notabiliter minor sit, quam in problemate primo, quia in problemate primo facies anterior fere fuerat plana, hic casus inde oritur, si illa lens inuerteretur, quo facto ea sine dubio multo minorem aperturam pateretur: ceterum et ideo est notatu dignus, quod crassities lentis neque in multiplicatione neque in confusione quidquam mutet.

Scholion 2.

51. Quoniam nostrum institutum non est, omnes casus possibiles pertractare, sed eos tantum, quibus vnam saltem vel plures excellentes qualitates lenti tribuere licuerit, hic vnicus ille casus in problemate memoratus potissimum attentione nostra dignus videtur, quo marginis colorati est expers; quod vti vidimus euenit, si capiatur $k = -2a - v$. Interim tamen quaedam quasi necessitas nos cogit eum quoque casum euoluere, quo loco lenticulae globulus vitreus integer vsurpari solet, quandoquidem huiusmodi microscopia facillime parantur et frequenter in vsum sunt vocatae; quamobrem his duobus casibus duo sequentia huius capitis problemata destinamus.

Problema 3.

52. Non neglecta lentis crassitie eaque adeo data, microscopium construere, quod in data ratione multiplicet simulque obiecta sine margine colorato repraesentet.

Solutio.

Cum ob crassitiem distantia oculi O semper prodeat negatiua ideoque oculum lenti immediate adplicari oporteat, vt margo coloratus ad nihilum redigatur, iam vidimus capi debere $k = -2a - v$; vnde ambo radii lentis ita erunt expressi

$$f = -a \text{ et } g = \frac{(n-1)}{n}(a + v),$$

ita, vt prima facies sit concaua et in ipso eius centro obiectum collocari debeat; vnde radii in prima facie nullam plane refractionem patientur; deinde pro multiplicatione habebimus hanc aequationem $m = \frac{b}{a+v}$ vnde cum m detur, colligitur $a + v = \frac{b}{m}$; pro claritatis autem gradu erit $y = \frac{a+v}{a}x$ vnde si vt supra semidiameter pupillae aestimetur $\frac{1}{20}$ dig., mensura claritatis aestimari poterit $20y = \frac{20(a+v)}{a}x$, cum scilicet x in digitis exprimitur. Pro loco oculi autem reperitur $O = -\frac{(a+v)v}{na}$ quae cum sit negatiua, oculum lenti immediate adplicari oportet. Quia aperturae faciei anterioris semidiameter positus est $= x$; in facie posteriore is erit $= \frac{a+v}{a}.x$; qui est ipse valor ipsius y.

Hinc

Hinc pro campo apparente erit $\zeta = \frac{n(a+v)}{v} x$. Denique vt ex conditione distinctionis quantitas x definiatur, vtamur prima aequatione, quae ob

$$i = \frac{k-v}{k+v} = \frac{a+v}{a} \text{ et } k + v = -2a;$$

$$k - v = -2(a+v); \text{ hincque } \frac{1}{ia} + \frac{2}{k-v} = 0,$$

$$\text{et } (k-v)(k+v)^2 = -8a^2(a+v)$$

abit in hanc

$$\frac{n}{2(n-1)^2} \cdot \frac{x^3}{a^3} = \frac{1}{k^3}, \text{ ex qua elicitur}$$

$$x = \frac{a}{k} \sqrt[3]{\frac{2(n-1)^2}{n}},$$

ex quo valore reliqua omnia determinantur.

Exemplum.

Statuamus crassitiem $v = a$ sitque vitrum commune, cuius refractio $n = 1,55$ ac reperietur

$$x = 0,73081 \cdot \tfrac{a}{20} = 0,0365 \cdot a$$

posito scilicet $k = 20$, vt ante; cum autem multiplicatio m detur ideoque sit

$$a = \frac{b}{2m} \text{ erit } x = 0,0183 \cdot \frac{b}{m};$$

vnde sequens constructio colligitur

I°. Distantia obiecti a lente $a = \frac{b}{2m}$.

II°. Radius faciei anterioris $= -a = -\frac{b}{2m}$.

III°. Crassities lentis $v = \frac{b}{2m}$.

IV°.

IV°. Rad. faciei poster. $= \frac{n-1}{n} \cdot \frac{b}{m} = 0,35484 \cdot \frac{b}{m}$.

V°. Semidiameter aperturae anter. $= 0,0183 \cdot \frac{b}{m}$.

VI°. Semidiameter aperturae poster. $= 0,0366 \frac{b}{m}$.

VII°. Mensura claritatis $0,732 \frac{b}{m}$ seu sumto $b = 8$ dig.; erit ea mensura $= \frac{5,856}{m}$.

VIII°. Semidiameter spatii visi in obiecto $z = 2nx = 0,1135 \cdot \frac{b}{m}$.

quae quo facilius cum casu problematis primi comparari queant, euoluamus casum, quo multiplicatio $m = 100$ et sumto $b = 8$ digitor. sequentes prodibunt determinationes.

1°. Distantia obiecti a lente $= 0,04$ dig.
2°. Radius faciei anterioris $= -0,04$. dig.
3°. Crassities lentis $= 0,04$ dig.
4°. Radius faciei poster. $= 0,0284$. dig.
5°. Semidiameter apert. anter. $= 0,0015$. dig.
6°. Semidiameter apert. poster. $= 0,0030$. dig.
7°. Mensura claritatis $0,0585$. dig.
8°. Semidiameter spatii visi in obiecto $= 0,009$. dig.

Scholion.

53. Haec ergo microscopia multo sunt inferiora praecedentibus, vbi crassities erat minima, neque ergo cuiquam in mentem veniet, huiusmodi microscopia conficere.

Pro-

Problema 4.

54. Si loco lentis adhibeatur globulus vitreus constructionem microscopii describere, quod datam multiplicationem producat.

Solutio.

Hic ergo erit 1°. $f = g$; tum vero 2°. $v = 2f$. Ex priore conditione statim colligimus

$\frac{a(k+v)}{k+v+2na} = \frac{v-k}{2n}$ vnde sequitur $k^2 + 4nak = v^2$.

Cum autem porro sit $v = 2f$, valor ipsiu[illegible] dabit

$f = \frac{(n-1)(2f-k)}{2n}$ siue $2f + (n-1)k = 0$

vnde sit $k = -\frac{2f}{n-1}$, qui valor in superiore aequatione substitutus praebet $(2-n)f - 2(n-1)a = 0$; ita, vt sit

$f = \frac{2(n-1)}{2-n} \cdot a$; siue $a = \frac{2-n}{2(n-1)} \cdot f$.

Nunc vero multiplicatio m dat

$m = \frac{2-n}{n} \cdot \frac{b}{a} = \frac{2(n-1)}{n} \cdot \frac{b}{f}$ ob

$k + v = -\frac{2(2-n)}{n-1} f$ et $k - v = -\frac{2n}{n-1} f$

vnde nanciscimur

$f = \frac{2(n-1)}{n} \cdot \frac{b}{m}$; et $a = \frac{2-n}{n} \cdot \frac{b}{m}$

hincque

$k = -\frac{4}{n} \cdot \frac{b}{m}$ et $v = \frac{4(n-1)}{n} \cdot \frac{b}{m}$

ex quibus pro loco oculi reperitur

$O = -\frac{4(n-1)}{n(2-n)} \cdot \frac{b}{m}$,

 quae

quae distantia cum sit negatiua, oculum lenti immediate adplicari oportet. Vt nunc valorem ipsius x obtineamus, retineamus primo in calculo quantitatem a et cum sit

$$f = \frac{2(n-1)a}{2-n};\ k = -\frac{4a}{2-n};\ v = \frac{4(n-1)a}{2-n};$$

hincque

$$k - v = -\frac{4n}{2-n}\cdot a \text{ et } k + v = -4a;$$

hincque

$$\frac{k+v}{k-v} = \frac{2-n}{n} \text{ et } k^2 - v^2 = \frac{16n}{2-n}\cdot a^2;$$

aequatio supra inuenta induet hanc formam:

$$\frac{4n}{2(n-1)^2}x^3\left(\frac{2-n}{a^3} - \frac{(2n+1)(2-n)}{2na^3} + \frac{(n+2)(2-n)}{4na^3} + \frac{n-1}{4na^3}\right) = \frac{1}{k^3}$$

quae porro reducitur ad hanc:

$$\frac{3n-n^2-1}{2(n-1)^2}\cdot\frac{x^3}{a^3} = \frac{1}{k^3} \text{ ex qua elicitur}$$

$$x = \frac{2a}{k}\sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}} = \frac{2(2-n)}{nk}\cdot\frac{b}{m}\sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}}.$$

Inuento igitur semidiametro aperturae in parte anteriore globi x in parte posteriore erit is $= \frac{n}{2-n}\cdot x$, cui gradus claritatis y est aequalis, mensuram vero claritatis exprimimus per $20y$, dum scilicet distant ae in digitis exprimuntur.

Tum vero semidiameter spatii in obiecto conspicui erit $\zeta = \frac{n^2}{4(n-1)}x$. Quia autem distantia oculi O prodiit negatiua, vt margo coloratus euanesceret, debebat

debebat esse $k = -2a - v$ siue $-4a + 2a = 0$, quod cum non sit etiam euidens est, marginem coloratum non destrui, sed satis notabilem fore. Ex his igitur omnibus colliguntur sequentes regulae pro constructione huiusmodi microscopiorum, in quibus sit multiplicatio $= m$.

I. Paretur globulus vitreus, cuius radius sit

$$f = \frac{2(n-1)}{n} \cdot \frac{b}{m},$$

cuius refractio si sit $n = 1,55$ et capiatur $b = 8$, erit $f = \frac{5,6774}{m}$. dig.

II. Ante hunc globum obiectum exponi debet ad distantiam $a = \frac{25,2226}{m}$.

III. Globulo autem in parte anteriore tribuatur apertura, cuius semidiameter sit

$$x = \frac{2(2-n)}{nk} \cdot \frac{b}{m} \sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}}$$

quae expressio in numeros euoluta fiet

$$x = \frac{16}{155m} \sqrt[3]{\frac{3025}{12475}}; \text{ seu}$$

$$x = \frac{0,16453}{m} \text{ dig. hincque } \zeta = \frac{0,15816}{m}.$$

In parte posteriore autem semidiameter aperturae debet esse

$$i x = \frac{2b}{km} \sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}} = \frac{0,40187}{m} \text{ dig.}$$

Cum nunc sit $y = i x$, habebimus mensuram claritatis $20 y \frac{8,0774}{m}$, qui ergo maior est, quam

 casu

casu lenticulae simplicis; vbi tantum erat $= \frac{1}{m}$, quod autem lucrum neutiquam compensat vitium illud, quo obiecta margine colorato inquinata adparent. Operae igitur pretium erit similem tabulam, qualem supra in probl. 1. dedimus, adiungere.

Multiplic.	Dist. obiect.	Rad. glob.	Semid. apert. anter.	Semid. apert. poster.	Mens. clar.	Sem. campi.
10	0,231	0,568	0,014	0,050	0,998	0,016
20	0,116	0,284	0,007	0,025	0,499	0,008
30	0,077	0,189	0,005	0,017	0,333	0,005
40	0,058	0,142	0,003	0,013	0,249	0,004
50	0,046	0,114	0,003	0,010	0,199	0,003
60	0,038	0,094	0,002	0,008	0,166	0,001

quam vlterius continuare ob nimis exiguum campum apparentem non conueniet; sin autem apertura maior sumeretur, confusio prodiret plane intolerabilis.

Scholion.

55. Ex his iam abunde intelligitur, in hoc genere microscopiorum simplicium speciem primo allatam, qua lenticulae tenuissimae vsurpantur, reliquis omnibus palmam longe praeripere; interim tamen et ista species duobus insignibus incommodis laborat, quae hic fusius ob oculos ponamus, quo clarius appareat, quid

quid potissimum in microscopiis perficiendum desideretur. Primum incommodum in nimia propinquitate qua obiectum lenti admoueri debet, est situm; qua fit, vt pro maioribus multiplicationibus haec distantia fere penitus euanescere debeat, quae circumstantia in caussa est, vt, obiecta si non sint laeuissima, minimae inaequalitates vel a lente nimis magnam vel nimis paruam teneant distantiam ideoque summa confusione adpareant. Inprimis igitur in id erit incumbendum, vt pro maioribus potissimum multiplicationibus eiusmodi microscopia inueniantur, quae non tam exiguam a lente distantiam postulent. Alterum incommodum consistit in nimis parua claritate, quam ista microscopiorum species exhibet in maioribus multiplicationibus; ex tabula enim supra § 43. exhibita videmus, si multiplicatio sit $m = 100$, claritatem ibi designatam esse 0,080, et cum ipsa claritas huius quadrato sit proportionalis, ea fiet 0,0064 ideoque 156 vicibus minor, quam claritas naturalis, quae quidem adhuc satis tolerabilis est, nisi ipsum obiectum sit natura sua valde obscurum, sed hinc intelligitur, si multo maior multiplicatio desideretur, tenebras non amplius esse ferendas. Isti quidem defectui remedium afferri posset, aperturam lentis augendo; tum autem confusio tantopere augeretur, vt penitus tolerari non posset, praecipue cum istam tabulam ita adstruxerimus, vt tantum esset $k = 20$, dum pro telescopiis

poni solet $k = 50$, ita, vt in his microscopiis gradus distinctionis iam quindecies sit minor, quam in telescopiis, ita, vt potius curandum sit, vt maiorem gradum distinctionis obtineamus. Illud autem posterius incommodum maximam partem lentem duplicando atque adeo triplicando e medio tollere licebit, vbi autem non eiusmodi lentes multiplicatae, quales in primo libro descripsimus, vsurpari poterunt, quarum scilicet interuallum penitus euanescens est assumtum; quamobrem in hoc negotio interualla inter istas lentes iam tanta assumi conueniet, quae in praxi locum habere queant; quod argumentum in sequentibus capitibus diligentius examini subiiciemus; in posterum vero perpetuo crassitiem lentium pro nihilo habebimus; vnde maxime erit cauendum, ne lentes minus tenues elaborentur, quam earum forma et apertura postulant.

CAPVT



CAPVT II.

DE MICROSCOPIIS SIMPLICIBVS DVABVS PLVRIBVSVE LENTIBVS CONVEXIS INTER SE PROXIME IVNCTIS CONSTANTIBVS.

Problema I.

56.

Si lens duplicata ex duabus lentibus conuexis sit composita, pro data multiplicatione huiusmodi microscopium construere, quod obiecta quantum fieri potest clare et distincte repraesentet.

Solutio.

Quoniam hic binae lentes sibi proxime iungendae occurrunt, ex formulis nostris generalibus earum interuallum erit $a + b = \mathrm{A}\, a\, (1 - \frac{1}{\mathrm{P}})$ quod cum debeat esse minimum, statuatur $= \eta\, a$, denotante η fractionem tam paruam, quam circumstantiae permittunt atque hinc colligemus $\mathrm{P} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A} - \eta}$ deinde quia vtra-

que

que lens debet esse conuexa, seu vtriusque distantia focalis positiua tam haec quantitas, $p = \mathfrak{A} a$, quam ista $q = -\frac{A}{P} a = -(A - \eta) a$ debet esse positiua ideoque $\mathfrak{A} > 0$, at $A < 0$, id quod fit si $\mathfrak{A} > 1$. Hoc notato multiplicatio nobis praebet

$$m = \frac{P.b}{a} = \frac{A}{A - \eta} \cdot \frac{b}{a},$$

vnde definitur distantia obiecti $a = \frac{A}{A - \eta} \cdot \frac{b}{\eta}$ ita, vt sit $m a - b = \frac{\eta}{A - \eta} \cdot b$; deinde si semidiameter aperturae primae lentis ponatur $= x$; secundae lentis debet esse $(1 - \frac{\eta}{A}) x$; vnde pro gradu claritatis fiet $y = \frac{b x}{m a}$ seu $y = (1 - \frac{\eta}{A}) x$, ita, vt ob $A < 0$ lentium interuallum claritatem augeat. Deinde pro campo apparente ibi inuenimus $\zeta = \frac{A - \eta}{\eta} q . a \xi$; at hic q maius accipi nequit, quam vt semidiameter aperturae secundae lentis fiat $= (1 - \frac{\eta}{A}) x$, quippe quae apertura maior esse nequit, hinc colligimus $q = -\frac{4 x}{A a}$; vnde concluditur $\zeta = \frac{(A - \eta) x}{A \eta}$. Pro loco autem oculi est

$$O = \frac{\eta q}{(A - \eta) a} \cdot \frac{b}{m}$$

quae cum sit negatiua, oculum immediate adplicari oportet, et quia lentes sibi sunt proximae, hinc nullus margo coloratus erit metuendus. Nunc igitur potissimum considerari debet semidiameter confusionis, qui est

$$\frac{\mu m x^3}{4 a^2 b} \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A \mathfrak{A}} - \frac{\lambda'}{A^3 P} \right)$$

vbi

vbi posterius membrum ob $A < 0$ erit positiuum ideoque haec quantitas semper maior nihilo, quamobrem hic totum negotium eo redit, vt ista quantitas reddatur minima, id quod fieri potest, cum litterae A et $\mathfrak{A}$ adhuc arbitrio nostro sint relictae. Ad hoc efficiendum statim patet, litteris λ et λ' minimum valorem, quem capere possunt, qui est 1, tribui debere et cum quantitas P parum ab vnitate differat, litteram $\mathfrak{A}$ vel A ita definiamus, vt haec formula $\frac{1}{\mathfrak{A}^3} - \frac{1}{A^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}$ fiat minimum. Ante quam, autem eam differentiemus, relationem inter $\mathfrak{A}$ et A attentius consideremus, quae ita exprimi potest $\frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A}$; vnde statim liquet, esse $\frac{d\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}^2} = \frac{dA}{A^2}$; seu $d\mathfrak{A} : dA = \mathfrak{A}^2 : A^2$ quare si illa formula differentietur et nihilo aequalis ponatur, loco differentialium $d\mathfrak{A}$ et dA scribere licebit eorum proportionalia $\mathfrak{A}^2$ et A^2, ex quo sequens aequatio resultat:

$$\frac{3}{\mathfrak{A}^2} - \frac{3}{A^2} + \frac{\nu}{\mathfrak{A}} + \frac{\nu}{A} = 0.$$

quae manifesto in hos factores resoluitur

$$\left(\nu + \frac{3}{\mathfrak{A}} - \frac{3}{A}\right)\left(\frac{1}{\mathfrak{A}} + \frac{1}{A}\right) = 0,$$

ita, vt vel vnus vel alter horum factorum debeat esse nihilo aequalis; prior autem factor nihilo aequatus dat

$$\nu + 3 + \frac{3}{A} = \frac{3}{A} \text{ seu } \nu + 3 = 0,$$

quod cum fieri nequeat, alterum factorem nihilo

 aeque-

aequemus et inueniemus $1 + \frac{2}{A} = 0$; seu $A = -2$ et $\mathfrak{A} = 2$. Quibus valoribus in aequatione nostra pro confusione tollenda substitutis habebimus

$$\frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16}\eta - \frac{\nu}{4}\right) = \frac{1}{k^3} \text{ seu}$$

$$\mu\, m\, x^3 \left(2 - 2\nu + \tfrac{1}{2}\eta\right) = \frac{8 a^2 b}{k^3}$$

et quia est $a = \frac{2}{2+\eta} \cdot \frac{b}{m}$: erit

$$x^3 = \frac{4.\ 8.\ b^3}{(2+\eta)^2\, \mu\, m^3\, k^3 \left(2 - 2\nu + \frac{1}{2}\eta\right)}$$

ideoque

$$x = \frac{4b}{km} \sqrt[3]{\frac{1}{(2+\eta)^2 \cdot \mu (4 - 4\nu + \eta)}}$$

quo valore pro x inuento omnia, quae ad constructionem microscopii pertinent, determinantur sequenti modo:

Constructio huius microscopii:

I°. Distantia obiecti ante lentem priorem

$$a = \frac{2}{2+\eta} \cdot \frac{b}{m}.$$

II°. Pro lente priore est distantia focalis

$$p = 2.\, a = \frac{4}{2+\eta} \cdot \frac{b}{m};$$

et quia est $\lambda = 1$. erit

radius anter. $= \frac{p}{2\rho - \sigma}$;

radius poster. $= \frac{p}{2\sigma - \rho}$;

cuius aperturae semidiameter debet esse $= x$.

III°.

III°. Interuallum autem inter lentem priorem et posteriorem sumtum est $= \eta a = \frac{1}{2} \eta p$, vbi η tam paruum assumi conuenit, quam proximitas lentium, ne se mutuo tangant, postulat.

IV°. Pro lente posteriore distantia focalis est

$$q = (2 + \eta) a = (1 + \tfrac{1}{2} \eta) p$$

et quia est $\lambda' = 1$ fiet eius radius

anter. $= \frac{q}{\varrho}$ et poster. $= \frac{q}{\sigma}$,

cui lenti apertura dari debet, cuius semidiameter $= (1 + \frac{1}{2} \eta) x$ ideoque tantillo maior, quam is primae lentis, quod quidem in praxi non solet attendi, vbi posterior lens tota aperta relinquitur.

V°. Lenti posteriori oculus immediate debet adplicari et tum cernet in obiecto spatium, cuius semidiameter erit $\zeta = \frac{2 + \eta}{2 \eta} x$ vnde intelligitur iterum pro η tam paruam fractionem sumi debere, quam circumstantiae permittunt.

VI°. Pro gradu claritatis inuenimus $y = (1 + \frac{1}{2} \eta) x$ vnde pro modo supra exposito, quo claritatem mensuramus, erit mensura claritatis

$$= 20 y = (20 + 10 \eta) x.$$

 Coroll.

Coroll. 1.

57. Eatenus haec microſcopia praecedentibus quae lente ſimplici conſtant, ſunt anteferenda, quatenus hic valor ipſius x hic maior prodit, quam ante; ante autem inueneramus

$$x = \frac{b}{km}\sqrt[3]{\frac{1}{\mu}} \text{ nunc vero } x = \frac{b}{km}\sqrt[3]{\frac{64}{(2+\eta)^2\mu(4-4\nu+\eta)}}$$

ita, vt neglecto η, praeſens valor ipſius x ſit ad praecedentem, vti $\sqrt[3]{\frac{4}{1-\nu}}$ ad 1, quae ratio ob $\nu = \frac{1}{5}$ circiter reducitur ad hanc

$$\sqrt[3]{5} : 1 = 1,7098 : 1 = 171 : 100$$

proxime ſiue vti 12 : 7.

Coroll. 2.

58. Hinc ergo patet, huiusmodi lentem duplicatam inſigne lucrum afferre, cum gradum claritatis fere duplo maiorem largiatur ſicque poſterius incommodum ſupra § 55. memoratum iam notabiliter ſit imminutum. Contra vero prius incommodum in proximitate obiecti ſitum hic aliquantillum augetur, ſed tam parum, vt differentia ſit quaſi inſenſibilis, neque etiam limitatio campi hic vllam moram faceſſet.

Scholion.

59. Pro omnimoda igitur horum teleſcopiorum determinatione inprimis perpendendum eſt, quam par-

paruam fractionem pro η assumere liceat, quam quidem vbi supra de telescopiis agebatur vsque ad $\frac{1}{15}$ imminuimus; facile autem perspicitur, in tam exiguis lenticulis tantam diminutionem neutiquam locum habere posse, cum ratione distantiae focalis his lenticulis nullo modo tanta tenuitas dari possit, quam maioribus lentibus. Cuilibet enim perspicuum erit si distantia focalis duarum lentium fuerit 50 digit. nihil omnino impedire, quominus earum distantia vnius digiti statuatur; at si duarum lenticularum distantia focalis tantum sit $\frac{1}{10}$ dig. nullo certe modo earum interuallum $= \frac{1}{333}$ dig. statui poterit; vnde merito dubitandum videtur, num hic litterae η minor valor, quam $\frac{1}{3}$ tribui possit. Casu enim modo allato, quo binarum lenticularum distantia focalis $= \frac{1}{10}$ dig. difficile erit eas tam graciles elaborare, vt earum interuallum non excedere debeat $\frac{1}{30}$ dig. ne scilicet se mutuo tangant, quam mensuram in sequenti exemplo adcuratius euoluamus.

Exemplum.

60. Sit igitur $\eta = \frac{1}{3}$ et vitrum eius sit speciei, pro qua refractio est $n = 1,55$. litterae autem k tribuamus, vt ante, valorem $= 20$ et more solito sumamus $b = 8$ dig. vnde pro constructione microscopii sequentes nanciscemur determinationes:

Constructio huiusmodi microscopiorum.

I. Distantia obiecti ante lentem $a = \frac{7,273}{m}$ dig.

II. Distantia focalis lentis prioris $p = \frac{14,546}{m}$ dig.

vnde eius constructio ita se habebit:

Rad. fac. anter. $= \frac{-p}{1,24603} = -0,80257 . p = -\frac{11,6742}{m}$ dig.

Rad. fac. poster. $= \frac{p}{3,0641} = 0,32636 . p = +\frac{4,7472}{m}$ dig.

III. Nunc quaeratur valor ipsius x, qui erit

$$x = \frac{1}{5m} \sqrt[3]{\frac{1}{0,5381 \cdot X\; 5,2656 \cdot X\; 4,84}} = \frac{0,6510}{m} \text{ dig.}$$

sicque habetur semidiameter aperturae huius lentis.

IV. Interuallum autem inter hanc lentem et posteriorem $= \frac{1}{3} a = \frac{2,455}{m}$ dig.

V. Lentis posterioris distantia focalis $q = \frac{16,001}{m}$ dig. vnde eius constructio ita, se habebit

Rad. fac. ant. $= \frac{q}{0,1907} = 5,2438\, q = \frac{83,9065}{m}$ dig.

Rad. fac. post. $= \frac{q}{1,6274} = 0,614479 = \frac{9,8322}{m}$ dig.

VI. Huic lenti sufficit aperturam dare tantillo maiorem, quam praecedentem eique oculum immediate adplicari oportet.

VII.

VII. Pro gradu claritatis inuenimus $y = \frac{0,716}{m}$ dig. vnde si claritas, vt supra mensuretur, habebitur mensura claritatis $20y = \frac{14,32}{m}$.

VIII. Pro spatio autem apparente colligitur eius semidiameter $\zeta = \frac{3,580}{m}$ dig.

Scholion.

61. Hic igitur praecipua praerogatiua prae lentibus simplicibus in hoc consistit, quod claritas notabiliter maior exhibeatur; sin autem non desideremus maiorem claritatem ideoque aperturam nostris lentibus minorem tribuamus, tanto maiorem distinctionem percipiemus, quod commodum certe non minus est aestimandum. Cum hic hoc insigne commodum duplicatione lentis simus assecuti, facile intelligitur, triplicatione lentis multo maius commodum obtineri posse, quod lentem adeo quadruplicando adhuc vlterius augeri poterit. Hic scilicet loquor de lentibus conuexis, quatenus eae sibi proxime iunctae ita, vt quasi vnicam lentem mentiuntur, in microscopio adhibentur, si enim etiam lentes concauas vsurpare velimus, confusio plane tolli posset, ita, vt tunc lentibus tanta apertura concedi posset, quantam earum figura admittit, quod argumentum in sequente capite adcuratius pertractabimus.

Pro-

Problema 2.

62. Si microſcopium conſtet tribus lentibus convexis proxime inter ſe iunctis, eius conſtructionem inueſtigare, vt pro data multiplicatione et dato diſtinctionis gradu obiecta maxima, qua fieri poteſt, claritate repraeſentet.

Solutio.

Cum hic tres lentes occurrant bina interualla inter eas ita exprimuntur, prius $\alpha + b = \mathrm{A}\, a \left(1 - \frac{1}{\mathrm{P}}\right)$; et poſterius $\beta + c = -\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{P}}\, a \left(1 - \frac{1}{\mathrm{Q}}\right)$ quae cum eſſe debeant minima vtrumque ſtatuatur $= \eta\, a$; vnde colligitur

$$\frac{1}{\mathrm{P}} = 1 - \frac{\eta}{\mathrm{A}}; \quad \mathrm{P} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A} - \eta}; \text{ deinde } \frac{1}{\mathrm{Q}} = 1 + \frac{\mathrm{P}\eta}{\mathrm{AB}};$$

ideoque

$$\mathrm{Q} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AB} + \mathrm{P}\eta} = \frac{(\mathrm{A} - \eta)\mathrm{B}}{(\mathrm{A} - \eta)\mathrm{B} + \eta}.$$

Cum porro omnes tres lentes debeant eſſe conuexae ſeu earum diſtantiae focales, p, q, $r \cdots$ poſitiuae; adipiſcimur has conditiones

$$p = \mathfrak{A}\, a > 0; \quad q = -\frac{\mathrm{A}\mathfrak{B}}{\mathrm{P}} \cdot a > 0; \quad r = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{PQ}}\, a > 0.$$

vnde primo patet, eſſe debere $\mathfrak{A}$ poſitiuum; circa A autem nihil adhuc definitur. Conſiderentur autem binae poſtremae diſtantiae focales q et r et cum ſit

$$\frac{q}{r} = -\frac{\mathfrak{B}\mathrm{Q}}{\mathrm{B}}, \text{ debet eſſe } -\frac{\mathfrak{B}}{\mathrm{B}} = \mathfrak{B} - 1$$

quan-

quantitas positiua ideoque $\mathfrak{B} > 1$ et hinc B negatiuum vnde manifestum fore, $A < 0$ hincque $\mathfrak{A} > 1$. Quod ad marginem coloratum attinet, quia hae tres lentes quasi vnam lentem simplicem mentiuntur, nihil adeo erit metuendum. Quare aequationem pro semidiametro confusionis contemplemur

$$\frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\lambda''}{A^3 B^3 PQ}\right) = \frac{1}{k^3}$$

in qua omnes termini litteris λ adfecti sunt positiui vnde efficiendum est, vt huic formulae minimus valor concilietur vel saltim valor a minimo non multum discrepans, quem in finem 1°. litteris λ, λ', λ'' valor minimus, qui est 1, tribuatur et cum litterae P, Q, parum ab vnitate differant, earum loco quoque vnitas scribatur et sequens formula ad minimum perducatur

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} - \frac{1}{B^3}\right)$$

Quaestio scilicet nunc eo redit, vt ambae litterae A et B ita definiantur, vt valor huius formulae fiat minimus. Consideremus igitur primo solam litteram $\mathfrak{B}$ et manifestum est, eam ita accipi debere, vt formula $\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} - \frac{1}{B^3}$ fiat minima quae cum similis sit formulae praecedentis problematis, eodem modo reperietur $\mathfrak{B} = 2$ et $B = -2$. His igitur sumtis valoribus nostra formula euadet

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{4A^3} + \frac{\nu}{4A^3};$$

pro qua ex natura minimi litterae A et $\mathfrak{A}$ superſunt inueſtigandae et cum ſit, vt ante obſeruauimus $\frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A}$ hincque $d\mathfrak{A} : dA = \mathfrak{A}^2 : A^2$ differentiatio dabit hanc aequationem, quae facile reſoluitur in hos factores

$$(\nu + 3)\left(1 + \frac{3}{2A}\right)\left(1 + \frac{1}{2A}\right) = 0$$

id quod duplici modo fieri poterit, primo ſcilicet ſi $A = -\frac{3}{2}$; ideoque $\mathfrak{A} = 3$; tum vero etiam ſi $A = -\frac{1}{2}$ hincque $\mathfrak{A} = -1$; ex quo intelligitur ſolam priorem ſolutionem locum habere. Quocirca pro ſolutione noſtri problematis ſtatuamus

$$\mathfrak{A} = 3;\ A = -\tfrac{3}{2};\ \text{atque}\ \mathfrak{B} = 2\ \text{et}\ B = -2,$$

fietque

$$1^\circ.\ P = \frac{3}{3 + 2\eta};\ Q = \frac{3 + 2\eta}{3 + 3\eta}$$

$$2^\circ.\ \text{vero etiam}\ p = 3a;\ q = \frac{3}{P}a = (3 + 2\eta)a$$

$$r = \frac{3}{PQ}.\,a = 3(1 + \eta)a$$

Formula autem pro multiplicatione ſupra data fit hic

$$m = PQ.\frac{b}{a} = \frac{1}{1 + \eta}.\frac{b}{a}$$

vnde deducimus

$$a = PQ.\frac{b}{m} = \frac{1}{1 + \eta}.\frac{b}{m}$$

quibus notatis denuo conſideremus aequationem pro confuſione, quae his omnibus valoribus ſubſtitutis induet hanc formam:

$$\frac{(1 + \eta)^3 \mu m^3 x^3}{b^3}\left(\frac{1}{27}\left(1 + \frac{1}{P} + \frac{1}{PQ}\right) - \frac{2\nu}{27}\left(3 + \frac{1}{P}\right)\right) = \frac{1}{k^3}$$

quae

quae porro ad hanc formam reducitur

$$\frac{(1+\eta)^2 \mu m^3 x^3}{27 \cdot b^3} \left(3 + \tfrac{5}{3}\eta - 4\nu\left(2 + \tfrac{1}{3}\eta\right)\right) = \frac{1}{k^3}$$

ita, vt fit

$$\frac{kmx}{3b} \sqrt[3]{\mu (1+\eta)^2 \left(3 + \tfrac{5}{3}\eta - 4\nu\left(2 + \tfrac{1}{3}\eta\right)\right)} = 1.$$

vnde facile valor ipſius x colligitur, qui praebet ſemidiametrum aperturae primae lentis. Duas reliquas tuto tam apertas relinquere licet, quam earum forma permittit. Hinc autem pro gradu claritatis habebitur $y = \frac{bx}{ma} = (1+\eta)x$ hincque menſura claritatis $= 20y$, ſi ſcilicet x in digitis exprimatur.

Denique ſupereſt, vt ſpatium in obiecto viſum accuratius determinemus, cuius ſemidiameter ζ ſupra in genere ita eſt definitus

$$\zeta = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma-b} \cdot ab\xi = \mathrm{M}a\xi, \text{ poſito } \mathrm{M} = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma-b} \cdot b$$

erit autem

$$ma - b = -\frac{\eta}{1+\eta} \cdot b \text{ ideoque } \mathrm{M} = -\frac{(\mathfrak{q}+\mathfrak{r})(1+\eta)}{\eta},$$

ita, vt nunc $\mathfrak{q}$ et $\mathfrak{r}$ vt negatiuae ſpectari debeant, nunc autem adiungi debet prima aequatio fundamentalis

$$\mathfrak{B}\mathfrak{q} = (\mathrm{P}-1)\mathrm{M} = \frac{-2\eta}{1+2\eta} \cdot \mathrm{M},$$

hincque

$$\mathfrak{q} = -\frac{\eta}{1+2\eta} \cdot \mathrm{M}.$$

vbi si loco M valor substituatur, erit $q = \frac{1+\eta}{2-\eta}\, r$; quod ad litteram r attinet eius loco vnitas accipi posset, si vltima lens esset vtrinque aequaliter conuexa; cum autem hinc proditura sit fere conuexo plana, eius apertura ad dimidium reducetur, ita, vt statui debeat $r = -\frac{1}{2}$; vnde fit

$$q = -\frac{(1+\eta)}{2(2-\eta)} \text{ hincque } M = \frac{3(1+\eta)}{\eta(2-\eta)};$$

quo circa sumto $\xi = \frac{1}{4}$ habebitur semidiameter spatii conspicui

$$\zeta = \frac{3(1+\eta)}{4\eta(2-\eta)}\cdot a = \frac{\text{[illegible]}}{4\eta(2-\eta)}\cdot\frac{b}{m}$$

qui campus tantus est, vt de eo nemo rationem habeat conquerendi. Tum autem semidiametri aperturae binarum posteriorum lentium debent esse

$$\text{secundae} = \frac{1+\eta}{8(2-\eta)}\cdot q = \frac{3+2\eta}{8(2-\eta)}\cdot\frac{b}{m};$$
$$\text{tertiae} = \frac{1}{4}\, r = \frac{1}{8}\cdot\frac{b}{m};$$

siquidem hi valores sint maiores iis, quos claritas postulat, quippe qui sunt pro

$$\text{secunda} = \frac{x}{p} = \frac{1+2\eta}{3}\cdot x \text{ et pro}$$
$$\text{tertia} = \frac{x}{PQ} = (1+\eta)\, x.$$

Scholion.

63. Obiectioni hic occurrendum necesse videtur, quod in praecipua huius solutionis parte non ipsam formulam, qua semidiameter confusionis exprimitur,

mitur, ad minimum valorem perduxerimus, sed aliam formulam, quae ab illa satis notabiliter discrepare possit, praecipue si vt ante fecimus statuamus $\eta = \frac{1}{5}$ atque hoc quidem statim lubenter concedimus, nos hoc modo semidiametro confusionis non absolute minimum valorem induxisse atque adeo minorem eo, quem inuenimus, erui posse, si quis laborem suscipere vellet ipsam formulam litteras P et Q continentem secundum methodum maximorum et minimorum tractandi; tum scilicet pro litteris A et B alios valores a nostris aliquantillum discrepantes esset inuenturus, qui certe molestissimis formulis forent implicati, vt neque operae pretium esset eos euoluere neque ab artifice perfectissima exsecutio sperari posset. Nos autem hic valore inuento, qui certe iam satis est exiguus, etsi non sit omnium minimus, contenti esse poterimus, si quidem inde eiusmodi microscopia, adipiscimur, quae vulgaribus simplicibus longissime sunt anteferenda, cum multo maiorem claritatis gradum largiantur, pro data scilicet distinctione, ita, vt si aliquid de claritate remittere voluerimus, aperturam primae lentis aliquantillum restringendo tum maximum lucrum in distinctione simus consecuturi.

Coroll. I.

64. Cum pro prima lente sit distantia focalis $p = 3a = \frac{1}{1+\eta} \cdot \frac{b}{m}$ et numeri $\mathfrak{A} = 3$ et $\lambda = 1$,

erit huius lentis radius

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} \text{ et poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)}$$

ſicque erit radius

$$\text{anter.} = \frac{p}{2\varrho - 2\sigma} \text{ et poſter.} = \frac{p}{2\sigma - 2\varrho}.$$

Coroll. 2.

65. Simili modo cum pro lente ſecunda ſit diſtantia focalis

$$q = (3 + 2\eta) a = \frac{3 + 2\eta}{1 + \eta} \cdot \frac{b}{m}$$

et numeri $\mathfrak{B} = 2$ et $\lambda' = 1$, erit eius radius

$$\text{anter.} = \frac{q}{2\varrho - \sigma} \text{ et poſter.} = \frac{q}{2\sigma - \varrho}.$$

Pro lente autem tertia ob

$$r = 3(1 + \eta) a = \frac{3 \cdot b}{m}; \ \mathfrak{C} = 1 \text{ et } \lambda'' = 1$$

erit eius radius

$$\text{anter.} = \frac{r}{\varrho} \text{ et poſter.} = \frac{r}{\sigma}.$$

Coroll. 3.

66. Quod ad interualla inter has ternas lentes attinet, ea aſſumta inter ſe aequalia et nunc vtrumque inuentum eſt $= \eta a = \frac{\eta}{1+\eta} \cdot \frac{b}{m}$, dum ſcilicet obiectum ante lentem primam collocatur ad diſtantiam $a = \frac{1}{1+\eta} \cdot \frac{b}{m}$, quae diſtantia ergo aliquanto minor eſt, quam caſu lentis ſimplicis et duplicatae.

Exem-

Exemplum.

67. Parentur omnes tres lentes ex vitro communi, pro quo est $n = 1,55$; tum vero statuatur $\eta = \frac{1}{3}$ et sumatur $k = 20$; et $b = 8$ dig. atque hinc pro quantitate x determinanda habebitur ista aequatio

$$\frac{5mx}{6} \sqrt[3]{0,9381. \times 1,44 \times 1,4105} = 1$$

quae euoluta dat $x = \frac{0,96705}{m}$ dig. vnde sequens oritur

Constructio huiusmodi microscopiorum.

I. Distantia obiecti ante lentem primam

$$a = \frac{20}{3m} = \frac{6,666}{m} \text{ dig.}$$

II. Pro lente prima, cuius distantia focalis $= p = \frac{20}{m}$, erit

radius faciei anterioris

$$= -\frac{p}{2,6827} = -0,37276\,p = -\frac{7,4552}{m} \text{ dig.}$$

radius faciei posterioris

$$= \frac{p}{4,5008} = 0,22218.\,p = \frac{4,4436}{m} \text{ dig.}$$

cui lenti tribuatur apertura, cuius semidiameter $x = \frac{0,96795}{m}$ dig.

tum ad distantiam $\eta a = \frac{4}{3m} = \frac{1,333}{m}$ dig.

III. Locetur lens secunda, cuius distantia focalis est $q = \frac{22,666}{m}$ dig. eritque

radius

radius faciei

anter. $= \frac{-q}{1,2460} = -0,802579 = -\frac{18,1615}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{q}{3,0641} = 0,32636\, q = \frac{7,3573}{m}$ dig.

cuius aperturae ſemidiameter ſit $\frac{1,85}{m}$ dig.
et diſtantia ad lentem ſequentem, vt ante
$= \frac{1,333}{m}$ dig.

IV. Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{24}{m}$ dig. erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{0,1907} = 5,2438.\ r = \frac{125,851}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{r}{1,6274} = 0,61447.\ r = \frac{14,7473}{m}$ dig.

cuius apertura tanta eſſe poteſt, vt eius ſemidiameter ſit $= \frac{6}{m}$ dig.

huicque lenti oculus immediate adplicetur.

V. Tum vero cum ſit $y = \frac{6}{5}\, x = \frac{1,1615}{m}$ dig. erit menſura claritatis $= \frac{23,330}{m}$, quae ſemiſſe maior eſt, quam caſu praecedente.

VI. Pro ſpatio denique obiecti conſpicuo habebimus eius ſemidiametrum

$$\zeta = \frac{50}{3m} = \frac{16,666}{m}.$$

Scho-

Scholion.

68. Ne quisquam miretur, hoc casu spatium conspicuum tanto maius esse inuentum, quam casu praecedente, is obseruet in casu antecedente lenti oculari non maiorem aperturam esse datam, quam gradus claritatis postulat; quod ideo fecimus, quod priori lenti adhuc exigua apertura tribui debebat ideoque hoc casu consultum erat ambas lentes non maiores efficere, quam ista apertura postularet, vt scilicet earum crassities eo minor redderetur. In praesente autem casu res longe aliter se habet, cum iam prima lens fere tantam aperturam requirat, quantam eius figura permittit; ex quo hae lentes necessario tantum discum habere debent, qui faciei curuioris arcum triginta graduum complectatur; ex quo etiam binis reliquis lentibus multo maior apertura tribui poterat. Verum hic in genere notandum est, etiam casu praecedente campum apparentem iam tantum fore, vt quilibet de eo contentus esse possit. Quoniam autem hic primae lentis apertura fere iam tanta est inuenta, vt eius figura maiorem non pateretur, inutile videri posset, hanc inuestigationem vlterius ad quatuor lentes prosequi, quandoquidem calculum simili modo instituendo multo maiorem valorem pro x essemus adepturi; verum ob hanc ipsam caussam ista inuestigatio maximi erit momenti; quia enim hactenus litterae k maiorem valorem non tribuimus, quam viginti; vnde admodum modicus distinctionis gradus

nascitur; nunc huius litterae valorem multo maiorem assumere poterimus, quo his microscopiis summus certe perfectionis gradus inducetur; idque sine vllo claritatis detrimento. Quaecunque enim adhuc per microscopia vulgaria sunt obseruata, semper haud exiguo confusionis gradu erant inquinata, ex quo si eiusmodi microscopia nunc producantur, quae obiecta multo maiore distinctione repraesentent; ipsa obseruationes multa nobis patefacient, quae adhuc erant incognita, ita, vt non amplius multo maior multiplicatio tanto studio sit desideranda.

Problema 3.

69. Si microscopium constet quatuor lentibus conuexis et proxime inter se iunctis, eius constructionem inuestigare, vt pro data multiplicatione et dato distinctionis gradu obiecta maxima qua fieri potest, claritate repraesentet.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes occurrant, tria inter eas interualla ita exprimuntur

$$I^{mum} = A\,a\,(1 - \tfrac{1}{P})$$
$$II^{dum} = -\tfrac{AB}{P}\,a\,(1 - \tfrac{1}{Q})$$
$$III^{tium} = \tfrac{ABC}{PQ}\,a\,(1 - \tfrac{1}{R})$$

quae

quae cum esse debeant minima, quodlibet statuamus $= \eta\, a$, vnde obtinebimus

$$\frac{1}{P} = 1 - \frac{\eta}{A} \text{ seu } P = \frac{A}{A - \eta};$$

deinde

$$\frac{1}{Q} = 1 + \frac{P\eta}{AB}, \text{ seu } Q = \frac{(A-\eta)B}{(A-\eta)B + \eta}$$

tertio vero

$$\frac{1}{R} = 1 - \frac{\eta}{(A-\eta)BC + C\eta} \text{ seu } R = \frac{(A-\eta)BC + C\eta}{(A-\eta)BC + C\eta - \eta}$$

$$\text{seu } R = \frac{ABC - \eta(B-1)C}{ABC - \eta(B-1)C - \eta}.$$

Cum iam omnes quatuor lentes debeant esse conuexae seu earum distantiae focales p, q, r, s positiuae, has adipiscimur conditiones

$$p = \mathfrak{A}\, a > 0; \quad q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} a. > 0.$$

$$r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}. a > 0; \quad s = -\frac{ABC}{PQR} a > 0;$$

vnde primo colligimus

$$\frac{r}{s} = -\frac{R\mathfrak{C}}{C} > 0; \text{ ita, vt esse debeat } -\frac{\mathfrak{C}}{C} = \mathfrak{C} - 1$$

positiuum, vnde fit $\mathfrak{C} > 1$. hinc C negatiuum, ideoque AB positiuum. Deinde cum sit

$$\frac{q}{r} = -\frac{\mathfrak{B} Q}{B\mathfrak{C}}, \text{ debebit esse } -\frac{\mathfrak{B}}{B} = \mathfrak{B} - 1 > 0;$$

vnde patet, fore $\mathfrak{B} > 1$ hincque $B < 0$ simulque $A < 0$. denique cum sit

$$\frac{p}{q} = -\frac{\mathfrak{A}.\, P}{A.\mathfrak{B}}, \text{ etiam esse debet}$$

$$-\frac{\mathfrak{A}}{A} = \mathfrak{A} - 1 > 0, \text{ ergo } \mathfrak{A} > 1 \text{ et } A < 0.$$

 Quod

Quod, ad marginem coloratum attinet de eo non eſt opus, vt ſimus ſolliciti, vt iam ſupra annotauimus. Quare pro ſemidiametro confuſionis hanc contemplemur aequationem:

$$\frac{\mu m x^3}{a^3 p}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) - \frac{\lambda'''}{A^3 B^3 C^3 PQR}\right) = \frac{1}{k^3}$$

in qua omnes termini litteris λ adfecti ſunt poſitiui; vnde huic formulae valor minimus vel ſaltim a minimo non multum diſcrepans conciliari debet quem in finem primo litteris λ, λ', λ'', λ''' valor minimus, $= 1$, tribuatur, cumque P, Q, R ab vnitate parum differant, eorum loco ſcribatur vnitas et ſequens formula ad minimum perducatur:

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3}.\ W;\ \text{exiſtente}$$

$$W = \frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} - \frac{1}{B^3}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}} - \frac{1}{C^3}\right)$$

vbi euidens eſt, hanc formulam W omnino ſimilem eſſe illi formulae, quam in praecedente problemate minimum reddi oportuit, hoc tantum diſcrimine, quod litterae B et C hic adhibitae ante erant A et B. Quare iam nouimus, vt haec formula W fiat minima, capi debere

$$\mathfrak{B} = 3;\ B = -\tfrac{3}{2};\ \mathfrak{C} = 2;\ \text{et}\ C = -2;$$

quibus valoribus ſubſtitutis formula W fiet

$$W = \tfrac{1}{9} - \tfrac{8\nu}{27}.$$

Quo-

Quocirca formula noſtra ad minimum reuocanda erit

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3}\left(\frac{1}{9} - \frac{8\nu}{27}\right)$$

quae differentiata propter $d\mathfrak{A} : dA = \mathfrak{A}^2 : A^2$ praebet:

$$\frac{3}{\mathfrak{A}^2} + \frac{\nu}{\mathfrak{A}} + \frac{\nu}{A} - \frac{3}{A^2}\left(\frac{1}{9} - \frac{8\nu}{27}\right) = 0$$

quae porro reducitur ad hanc formam

$$3\left(\frac{1}{\mathfrak{A}^2} - \frac{1}{9A^2}\right) + \nu\left(\frac{1}{\mathfrak{A}} + \frac{1}{A} + \frac{8}{9A^2}\right) = 0$$

in qua ſi loco $\frac{1}{\mathfrak{A}}$ ſcribatur eius valor $1 + \frac{1}{A}$ prodibit

$$(\nu + 3)\left(1 + \frac{2}{A} + \frac{8}{9A^2}\right) = 0.$$

qui poſterior factor reſoluitur in hos duos factores

$$\left(1 + \frac{4}{3A}\right)\left(1 + \frac{2}{3A}\right)$$

quorum prior nihilo aequatus dat

$$A = -\tfrac{4}{3} \text{ ideoque } \mathfrak{A} = 4;$$

poſterior vero

$$A = -\tfrac{2}{3} \text{ hincque } \mathfrak{A} = -2;$$

qui ergo noſtro inſtituto non conuenit. Quocirca pro valore minimo obtinendo ſequentes nacti ſumus valores:

$$\mathfrak{A} = 4;\ A = -\tfrac{4}{3};\ \mathfrak{B} = 3;\ B = -\tfrac{3}{2};$$
$$\mathfrak{C} = 2;\ C = -2;$$

ex quibus valores ſupra inuenti ita exprimentur

$$P = \frac{4}{4+3\eta};\ Q = \frac{4+2\eta}{4+3\eta};\ R = \frac{4+5\eta}{4+6\eta};$$

 et

et diſtantiae focales

$$p = 4a;\ q = (4 + 3\eta)a;$$
$$r = (4 + 5\eta)a \text{ et } s = (4 + 6\eta)a.$$

Formula autem pro multiplicatione ſupra data hic fit

$$m = \mathrm{PQR}.\frac{b}{a} = \frac{4}{4 + 6\eta}.\frac{b}{a}$$

vnde colligitur

$$a = \frac{2}{2 + 3\eta}.\frac{b}{m}.$$

His igitur ſubſtitutis valoribus aequatio pro confuſione tollenda hanc induet formam:

$$\frac{\mu(1 + \frac{3}{2}\eta)^3 m^3 x^3}{1.64.b^3}\left(1 + \frac{1}{\mathrm{P}} + \frac{1}{\mathrm{PQ}} + \frac{1}{\mathrm{PQR}} - 2\nu\left(6 + \frac{1}{\mathrm{P}} + \frac{1}{\mathrm{PQ}}\right)\right)$$
$$= \frac{1}{k^3}$$

quae loco P, Q, R valoribus ſubſtitutis abit in hanc formam:

$$\frac{k^3.m^3x^3}{64.b^3}.\mu(1 + \tfrac{3}{2}\eta)^3(4 + \tfrac{7}{2}\eta - \nu(20 + 7\eta)) = 1$$

ita, vt ſit

$$\frac{kmx}{4b}\sqrt[3]{\mu(1 + \tfrac{3}{2}\eta)^3(4 + \tfrac{7}{2}\eta - \nu(20 + 7\eta))} = 1$$

vnde facile valor ipſius x definitur, qui niſi maior prodeat, quam vt prima lens tantam aperturam admittere poſſit, dabit huius aperturae ſemidiametrum; ſin autem maior prodeat, tum valor k eo vsque augeatur, quoad prima lens hanc aperturam capere poſſit, ſicque patebit, quanto diſtinctionis gradu haec micro-

crofcopia futura fint praedita, fcilicet lentibus definitis pro x fumatur valor maximae aperturae refpondens ac tum ex hac aequatione valor ipfius k eliciatur. Hoc itaque modo definito x, pro gradu claritatis habebimus $y = \frac{2+3\eta}{2}x$ hincque menfura claritatis $= 20y = (20 + 30\eta)x$. De fpatio in obiecto confpicuo hic nihil definio, cum certe fit maximum, fi quidem fingulis lentibus maxima, cuius capaces funt, apertura tribuatur.

Coroll. 1.

70. Cum pro prima lente fit diftantia focalis

$$p = 4a = \frac{4}{2+5\eta} \cdot \frac{b}{m}$$

et numeri $\mathfrak{A} = 4$ et $\lambda = 1$, erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - 1(\sigma - \rho)}; \text{ pofter.} = \frac{p}{\rho + 1(\sigma - \rho)}.$$

Coroll. 2.

71. Reliquarum trium lentium conftructio erit, vt in problemate praecedente; pro fecunda fcilicet erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - 3(\sigma - \rho)} \text{ et pofter.} = \frac{q}{\rho + 3(\sigma - \rho)};$$

exiftente

$$q = \frac{2(1+3\eta)}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}.$$

Pro tertia lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\sigma - 2(\sigma - \rho)}; \text{ et pofter.} = \frac{r}{\rho + 2(\sigma - \rho)};$$

exiften-

existente

$$r = \frac{2(4+5\eta)}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}.$$

Pro quarta denique lente radius faciei

anter. $= \frac{s}{\varrho}$; poster. $= \frac{s}{\sigma}$; existente

$$s = \frac{2(4+6\eta)}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m} = \frac{4b}{m}.$$

Coroll. 3.

72. Quod ad interualla attinet, omnia sunt inter se aequalia scilicet $= \eta a$ eorum igitur quodlibet erit $= \frac{2\eta}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}$. quia scilicet obiectum ante primam lentem collocari debet ad distantiam $a = \frac{2}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}$.

Exemplum.

73. Ponantur omnes quatuor lentes ex vitro communi confectae, pro quo $n = 1,55$; tum vero statuatur iterum $\eta = \frac{1}{2}$ et $b = 8$ dig. at vero k adhuc indefinitum relinquamus vnde habebitur ista aequatio:

$$\frac{kmx}{s^2} \sqrt[3]{0,9381. \times 1,69. \times (-0,2776)} = 1$$

vbi signum $-$ calculum non turbat, cum hic de quantitate absoluta sermo sit, vnde reperitur $kx = \frac{12,0692}{m}$ vnde iam patet, si caperetur $k = 20$, valorem ipsius x proditurum esse nimis magnum, quare x ex figura lentium et tum hinc valorem ipsius k inuestigemus, vt gradum distinctionis accuratius cognoscamus.

Habe-

Habetur itaque ſequens

Conſtructio horum microſcopiorum.

I. Obiecti ante lentem diſtantia

$a = \frac{80}{13m} = \frac{6,1538}{m}$ dig.

II. Pro lente prima, cuius diſtantia focalis

$p = \frac{24,6152}{m}$ dig. erit radius faciei

anter. $= -\frac{p}{4,1194} = -0,24275\,p = -\frac{5,9755}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{p}{5,9375} = 0,16842\,p = \frac{4,1457}{m}$ dig.

cuius aperturae ſemidiameter ſumi poterit

$x = \frac{1,0164}{m}$ dig.

tum vero pro gradu diſtinctionis erit $k = 42$ circiter; quare cum diſtinctio ſequatur cubum ipſius k hic diſtinctio octies maior erit, quam in caſibus praecedentibus, vbi $k = 20$. Tum vero ad lentem ſequentem erit diſtantia $= \frac{1,2808}{m}$ dig.

III. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis $q = \frac{28,308}{m}$ dig. erit radius faciei

anter. $= -\frac{q}{2,6827} = -0,3727\,q = -\frac{10,552}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{q}{4,5008} = 0,2222\,q = \frac{6,2906}{m}$ dig.

cuius apertura priore aliquanto maior ſumi poteſt.

Diſtantia ad lentem ſequentem eſt, vt ante.

IV. Pro tertia lente, cuius diſtantia focalis eſt

$r = \frac{30,77}{m}$ dig.

erit radius faciei

anter. $= -\frac{r}{1,2460} = -0,8025 \cdot r = -\frac{25,680}{m}$ dig.

poster. $= \frac{r}{3,0637} = 0,3264\, r = \frac{10,466}{m}$ dig.

cuius apertura iterum aliquanto maior, quam praecedens, et interuallum ad sequentem est, vt ante.

V. Pro quarta lente, cuius distantia focalis est $s = \frac{32}{m}$ dig. erit radius faciei

anter. $= \frac{s}{0,1907} = 5,2438 \cdot s = \frac{167,8016}{m}$ dig.

poster. $= \frac{s}{1,6274} = 0,61447 \cdot s = \frac{19,663}{m}$ dig.

cuius apertura denuo aliquantillum maior, eique oculus immediate adplicatur.

VI. Pro gradu claritatis est $y = 1,3\; x = \frac{1,5475}{m}$ dig. vnde mensura claritatis fit $\frac{26,1016}{n}$ ita, vt nisi plus quam vicies sexies multiplicare velimus, adhuc plena claritate frui queamus.

Scholion.

74. En ergo speciem microscopiorum simplicium, quae maximam attentionem mereri videtur, cum sine detrimento claritatis obiecta multo distinctius repraesentabunt, quam vulgo fieri solet. Interim tamen fateri cogimur, haec instrumenta non ad praegrandes multiplicationes adplicari posse; si enim multiplicationem $m = 100$ desideremus, lentes quidem adhuc

adhuc facile parari possent sed distantia obiectorum fieret tantum $\frac{6}{100}$ dig., quae distantia vtique nimis, parua fieri posset, praecipue, si obiecta non fuerint admodum lacuia. Ceterum multiplicatio ad 150 vel 200 fortasse posset vrgeri, si summa necessitas postularet. Deinceps autem eiusmodi microscopia composita proferemus, quae non solum aeque clare et distincte obiecta repraesentent, sed etiam maiorem elongationem obiectorum admittant. Quoniam autem in hoc capite lentes tantum conuexas sumus contemplati, nunc etiam lentes concauas introducamus, quibus adeo effici poterit, vt confusio penitus euanescat, sed aliud incommodum exsecutionem turbabit, dum scilicet lentibus nimis exiguis erit opus, quemadmodum in capite sequente videbimus.

Annotatio.

75. In hoc exemplo singulari attentione dignum euenit, vt formula pro confusione prodierit negatiua; euidens autem est, eam siue maiorem siue minorem prodituram fuisse, si litterae η alius valor fuisset tributus, quin etiam haec confusio plane ad nihilum reduceretur, si η ita acciperetur, vt fieret haec formula $4 + \frac{7}{2}\eta - \nu(20 + 7\eta) = 0$; vnde pro casu exempli sequeretur

$$\eta = \frac{8}{7} \cdot \frac{5\nu - 1}{1 - 2\nu} = \frac{1,1040}{3,1698} = 0,34833,$$

hoc est propemodum si sumsissemus $\eta = \frac{1}{3}$. Praete-

 rea

rea vero alio modo haec confusio ad nihilum reduci posset, si scilicet pro prima lente numerum λ non vnitati aequalem, sed $\lambda = 1 + \omega$ posuissemus; tum enim in formula illa primus terminus 4 particula ω augeri deberet, ita, vt prodiret in casu exempli $\omega - 0, 2776$; vnde foret $\omega = 0, 2776$, primaque lens ex numero $\lambda = 1 + \omega = 1, 2776$ construi deberet; reliquarum lentium constructione eadem relicta. Pro prima igitur hac lente substitui poterit haec constructio ob $\tau V (\lambda - 1) = 0, 4768$.

rad. fac. anter. $= \frac{-p}{4,3194 - 0,4768} = \frac{-p}{3,8425}$.

rad. fac. poster. $= \frac{p}{3,9875 - 0,4768} = \frac{p}{3,5107}$; seu

rad. anter. $= - 0, 27453 . p = - \frac{6,756}{m}$ dig.

rad. poster. $= 0, 18312 . p = \frac{4,524}{m}$ dig.

quodsi ergo haec lens in exemplo allato loco primae lentis substituatur, reliquis omnibus seruatis his microscopiis adhuc maior perfectionis gradus conciliabitur, praecipue cum iam prima lens maiorem aperturam admittat.

CAPVT

CAPVT III.

DE
MICROSCOPIIS SIMPLICIBVS AB OMNI PLANE CONFVSIONE IMMVNIBVS SIVE EX EODEM SIVE EX DIVERSO VITRI GENERE CONSTANTIBVS.

Problema 1.

76.

Si microscopium duabus lentibus priore concaua, posteriore vero conuexa proxime inter se iungendis constet; efficere, vt confusio ab apertura oriunda penitus destruatur.

Solutio.

Quoniam hic duae tantum lentes occurrunt earum interuallum $= Aa(1 - \frac{1}{P})$ statuatur minimum $= \eta a$ hincque fiet $P = \frac{A}{A-\eta}$ deinde cum distantiae focales sint $p = \mathfrak{A} a$ et $q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} . a$; ob lentem priorem concauam debet esse $\mathfrak{A}$ negatiuum hincque etiam $A < 0$; quare secunda lens sponte fit conuexa ob $\mathfrak{B} = 1$. Multiplicatio porro ita exprimetur, vt sit

$m = P. \frac{b}{a}$; vnde colligitur diſtantia

$$a = P. \frac{b}{m} = \frac{A}{A-\eta}. \frac{b}{m},$$

ita, vt diſtantia obiecti etiam minor ſit capienda, quam $\frac{b}{m}$. Nunc vt confuſio ab apertura oriunda ad nihilum redigatur, huic aequationi ſatisfieri oportet

$$\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{\lambda'}{A^3 P} = 0,$$

ſiquidem ambae lentes ex eodem vitro conficiantur. Sin autem ex diuerſo vitro parentur; pro ſecunda lente loco μ ſcribatur μ' et habebitur haec aequatio

$$\frac{\mu\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\mu\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{\mu'\lambda'}{A^3 P} = 0.$$

quem caſum hic euoluamus, quandoquidem caſus vix ſit complicatior atque ex hac aequatione definire poterimus ſiue λ ſiue λ', fiet ſcilicet

$$\text{vel } \lambda = \frac{\mu'}{\mu}. \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{P} \lambda' - \nu. \mathfrak{A}(1-\mathfrak{A})$$

$$\text{vel } \lambda' = \frac{\mu}{\mu'}. \frac{P}{(1-\mathfrak{A})^3} \lambda + \frac{\mu\nu}{\mu'}. \frac{P.\mathfrak{A}}{(1-\mathfrak{A})^2}$$

ita, vt littera $\mathfrak{A}$ adhuc arbitrio noſtro relinquatur, dummodo negatiue capiatur, quare hanc litteram ita definire licebit, vt etiam altera confuſio a diuerſa refrangibilitate oriunda tollatur, quem in finem ſi, vt ſupra fecimus, pro prima lente ſtatuatur $\frac{dn}{n-1} = N$; et pro ſecunda $\frac{dn'}{n'-1} = N'$, huic aequationi erit ſatisfaciendum

$$0 = N. \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{N'}{P}. \frac{1}{A}$$

ex

ex qua colligitur

$$\frac{\mathfrak{a}}{A} = \frac{N}{N'} . P = 1 - \mathfrak{A},$$

ita, vt ob $P = 1$ proxime fiat

$$\mathfrak{A} = 1 - \frac{N}{N'} . = \frac{N' - N}{N'}$$

qui valor cum eſſe debeat negatiuus, neceſſe eſt, vt ſit $N' < N$.

Sumamus igitur priorem lentem concauam ex vitro chryſtallino, poſteriorem vero ex vitro coronario confici et ob $N : N' = 10 : 7$ fiet $\mathfrak{A} = -\frac{3}{7}$, quo valore contenti eſſe poſſumus. Sin autem exactiorem deſideremus, loco P eius valorem ſubſtituamus et noſtra aequatio fiet

$$0 = \frac{10}{\mathfrak{a}} - 7 . \frac{(A - \eta)}{A^2} = 10\, A\, (A + 1) - 7\, (A - \eta)$$

quae ſumto, vt ante, $\eta = \frac{1}{3}$ dabit

$$A = -\frac{3}{20} \mp \sqrt{\frac{9}{400} - \frac{7}{30}}$$

qui valor manifeſto eſt imaginarius, ita, vt huic conditioni ſatisfieri nequeat, niſi diſtantia $\eta\,\alpha$ multo minor capiatur, ſcilicet ſumi deberet $\eta < \frac{1}{31}$, quia autem tantilla diſtantia in tam exiguis lenticulis locum habere nequit, etiam hanc conditionem perfecte implere non licebit. Contentos igitur nos eſſe oportebit valore ſaltim propè ſatisfaciente, praecipue cum ipſa rei natura non permittat, vt huic conditioni plene ſatisfaciamus, ac ſumamus, vt ante, reperimus

$\mathfrak{A} =$

$\mathfrak{A} = -\frac{3}{7}$, vt fit $A = -\frac{3}{10}$ hincque $P = \frac{3}{3+10\eta}$

hincque diftantiae focales

$$p = -\tfrac{3}{7}\cdot a = \frac{-30}{21+70\eta}\cdot\frac{b}{m};\quad q = \tfrac{3}{10}\cdot\frac{b}{m};$$

Pro confufione autem tollenda fumi debebit

$$\lambda = \frac{\mu'}{\mu}\,\frac{10^3}{7^3}\cdot\frac{3+10\eta}{3}\,\lambda' + \tfrac{30}{49}\cdot\nu$$

in qua forma fi fumatur $\lambda' = 1$ et litterae μ, μ' et ν conuenienter affumantur, reperietur

$$\lambda = \tfrac{0,5875}{0,8724}\cdot\frac{10^3}{7^3}\cdot\frac{3+10\eta}{3} + \tfrac{30}{49}\cdot 0,2529$$
$$= 3,3001\cdot(1 + \tfrac{10}{3}\eta)$$
$$= 3,3001 + 11,0003\,\eta + 0,155 \text{ feu}$$
$$\lambda = 3,4551 + 11,0003\cdot\eta$$

ex quo conftructio prioris lentis peti debet.

Coroll. 1.

77. Cum fit

$$a = \frac{A}{A-\eta}\cdot\frac{b}{m} = \frac{3}{3+10\eta}\cdot\frac{b}{m}$$

patet diftantiam obiecti notabiliter hic minorem fore, quam cafu lentis fimplicis, vbi erat $a = \frac{b}{m}$, nam fi fumamus $\eta = \frac{1}{5}$ prodit $a = \frac{3}{5}\cdot\frac{b}{m}$ neque vero pro η minor valor accipi poterit.

Coroll. 2.

78. Hoc ergo modo prius eorum incommodorum, in vicinitate obiecti confiftens, quae fupra commemo-

memorauimus, haud mediocriter augetur; posterius vero hic quidem penitus tolletur sublata confusione ab apertura oriunda; verum distantiae focales lentium tam fiunt exiguae, vt posito

$$\eta = \tfrac{1}{3} \text{ prodeat } p = -\tfrac{9}{35}\cdot\tfrac{b}{m} \text{ et } q = \tfrac{3}{16}\cdot\tfrac{h}{m},$$

cum pro lente simplici fuisset $p = \frac{b}{m}$.

Scholion.

79. Deinde etiam hoc non parum obstat, quod etiamsi duas vitri species adhibeamus tamen altera confusio tolli nequeat atque adeo ad valores imaginarios perueniatur vnde hac specie repudiata ad alteram euoluendam progrediamur, qua lens posterior concava assumitur.

Problema 2.

80. Si microscopium constet duabus lentibus, quarum prior conuexa, posterior vero concaua, efficere, vt confusio ab apertura oriunda euanescat.

Solutio.

Posito lentium interuallo $= \eta a$ fiet, vt ante, $\mathrm{P} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A}-\eta}$ et cum sint distantiae focales $p = \mathfrak{A} a$ et $q = -\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{P}}\cdot a$, tam $\mathfrak{A}$ quam A erunt numeri positiui ideoque $\mathfrak{A} < 1$. Multiplicatio vero dabit

$$m = \mathrm{P}.\tfrac{b}{a} \text{ seu } a = \mathrm{P}.\tfrac{b}{m} = \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{A}-\eta}\cdot\tfrac{b}{m}.$$

Confusio autem ab apertura oriunda, si ambas lentes iterum vt ex diuerso vitro factas consideremus, euanescet, si fuerit, vt ante,

$$\text{vel } \lambda = \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{P} \lambda' - \nu \mathfrak{A} (1 - \mathfrak{A}).$$

$$\text{vel } \lambda' = \frac{\mu}{\mu'} \cdot \frac{P}{(1-\mathfrak{A})^3} \lambda + \frac{\mu \nu}{\mu'} \cdot \frac{P \cdot \mathfrak{A}}{(1-\mathfrak{A})^3}$$

adeoque adeo altera confusio euanescit, si fuerit

$$o = N. \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{N'}{P} \cdot \frac{1}{A} \text{ hincque } \frac{\mathfrak{A}}{A} = \frac{N}{N'}. P = 1 - \mathfrak{A};$$

vnde quia $\mathfrak{A} < 1$ et $1 - \mathfrak{A} < 1$ debet esse $N' > N$, quamobrem hic lentem primam ex vitro coronario, secundam vero concauam ex chrystallino parari conveniet, ita, vt fiat $1 - \mathfrak{A} = \frac{7}{15}. P.$ ad quod requiritur, vt sit $\frac{7}{15} P < 1$, quod ideo notari oportet, quia $P > 1.$ seu esse debet $P < \frac{15}{7}$ ideoque $\frac{A}{A-\eta} < \frac{15}{7}$, consequenter $\frac{\eta}{A} < \frac{8}{15}$. Huic igitur aequationi si adcurate satisfacere velimus, debet esse $\frac{\eta}{A} < \frac{8}{15}$ vnde si sumamus $\frac{\eta}{A} = \frac{1}{4}$ fiet $P = \frac{4}{3}$ hincque $1 - \mathfrak{A} = \frac{14}{15}$ et $\mathfrak{A} = \frac{1}{15}$ ideoque $A = \frac{1}{14}$ et $\eta = \frac{1}{56}$, ex quo distantia lentium prodit $\eta a = \frac{1}{56}. a = \frac{b}{42 \cdot m}$ quia autem in praecedente capite assumsimus circiter interuallum $\eta a = \frac{1}{3}. \frac{b}{m}$ patet, tam exiguum interuallum in praxi locum habere non posse ita, vt nostro casu alteram confusionem, tollere non liceat. Prorsus igitur isti conditioni renunciare oportet, ita, vt iam perinde sit siue lentes ex eodem vitro siue diuerso conficiantur, fiant igitur ex eodem vitro quocunque, ita, vt sit $\mu' = \mu$ et pro

pro prima confusione tollenda, quoniam $\mathfrak{A}$ non nimis paruum sumi conuenit, statuamus $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ hincque $A = 1$; vnde fit $P = \frac{1}{1-\eta}$ et $a = \frac{1}{1-\eta} \frac{b}{m}$ et $p = \frac{a}{2}$, et $q = -(1-\eta)a$. Quodsi nunc statuamus $\eta a = \frac{1}{5}p$, sumi oportebit $\eta = \frac{1}{10}$ sicque fiet $P = \frac{10}{9}$; $a = \frac{10}{9} \cdot \frac{b}{m}$; $p = \frac{5}{9} \cdot \frac{b}{m}$ et $q = -\frac{b}{m}$. Confusio prior itaque euanescit, si sit $\lambda' = \frac{80}{9}\lambda + \frac{20}{9} \cdot \nu$; vnde facile erit, lentes construere.

Coroll. 1.

81. Pro lentium igitur constructione si vitrum adhibeatur commune pro quo est

$$n = 1,55 \text{ et } \nu = 0,2326$$

si sumatur $\lambda = 1$, erit $\lambda' = 9,406$, vnde fit

$$\tau \sqrt{(\lambda' - 1)} = 2,7758.$$

Coroll. 2.

82. Pro prima igitur lente, cuius distantia focalis est

$$p = \frac{5}{9} \cdot \frac{b}{m} = \frac{40}{9m} \text{ dig. ob } b = 8 \text{ dig.}$$

numerique $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ et $\lambda = 1$ habebitur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = \frac{p}{0,9091} = 1,1000\, p = \frac{4,889}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = \frac{p}{0,9090} = 1,1001 . p = \frac{4,889}{m} \text{ dig.}$$

ita, vt haec lens sit tantum non vtrinque aequaliter conuexa.

Coroll. 3.

83. Pro altera lente concaua, cuius distantia focalis $q = -\frac{8}{m}$ dig. et numeri $\mathfrak{B} = 1$ et $\lambda' = 9,406$ erit radius faciei

antcr. $= \frac{q}{\rho + \tau\sqrt{\lambda' - 1}} = \frac{q}{2,9667} = 0,33710 \cdot q = -\frac{2,70}{m}$ dig.

poster. $= \frac{q}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda' - 1}} = \frac{-q}{1,1456} = -0,87288\, q = \frac{6,98}{m}$ dig.

Coroll. 4.

84. Interuallum inter has duas lentes statui ergo debebit

$\eta a = \frac{1}{9} \cdot \frac{b}{m} = \frac{0,889}{m}$ dig.

obiectum autem ante lentem priorem est collocandum ad distantiam

$a = \frac{80}{9m}$ dig. $= \frac{8,89}{m}$ dig.

quod autem ad aperturam attinet, eam ex minimo radio ambarum lentium definiri oportet sicque eius semidiameter sumi poterit

$x = \frac{0,67}{m}$ dig. $= \frac{2}{3m}$ dig.

Hinc pro claritate fiet $y = \frac{bx}{ma} = \frac{3}{5m}$ vnde mensura claritatis, vt supra est stabilita $= \frac{12}{m}$.

Scholion.

85. His ergo microscopiis priori incommodo supra memorato medela affertur, dum obiectum ad maio-

maiorem diſtantiam remouere licet; contra vero quia lentes multo minores requiruntur, quae propterea non niſi minorem aperturam admittunt claritas minor prodire debet, qui defectus ea qualitate, quod confuſio prior penitus tollitur, vix compenſari videtur. Maximum vero lucrum in hoc fine dubio ſitum eſſet futurum, ſi etiam alteram confuſionem tollere licuiſſet, quandoquidem ſolis lentibus conuexis adhibendis de hoc ne cogitari quidem poterat. Quoniam igitur hoc lucrum duabus lentibus obtineri non poteſt, examinemus caſum trium lentium, inter quas vna ſit concaua, quae, vti facile ex praecedentibus intelligitur, ex vitro chryſtallino parari debet, dum reliquae ex coronario conficiuntur; tum vero etiam nullum dubium ſupereſſe poteſt, quin hanc lentem concauam loco tertio conſtitui conueniat.

Problema 3.

86. Si microſcopium conſtet tribus lentibus inter quas tertia ſit concaua, binae anteriores vero conuexae, efficere, vt confuſio ab apertura oriunda penitus deſtruatur.

Solutio.

Ponantur iterum bina interualla inter has lentes vtrumque $= \eta a$ ac habebimus, vti in problem. 2. capitis praecedentis

$$P = \frac{A}{A-\eta};\ Q = \frac{(A-\eta)B}{(A-\eta)B+\eta}.$$

Tum vero cum diſtantiae focales ſint

$$p = \mathfrak{A}\, a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.\, a \text{ et } r = \frac{AB}{PQ}.\, a;$$

primo debebit eſſe $\mathfrak{A} > 0$ et quia eſt

$$\frac{q}{r} = -\frac{Q\mathfrak{B}}{B}.\ \text{ob } q > 0 \text{ et } r < 0;$$

debebit eſſe

$$\frac{\mathfrak{B}}{B} > 0 \text{ ſiue } 1 - \mathfrak{B} > 0 \text{ ſeu } \mathfrak{B} < 1.$$

His autem conditionibus duplici modo ſatisfieri poteſt:

I°. Si $\mathfrak{A} < 1$ ideoque $A > 0$; atque fiet $\mathfrak{B} < 0$ et $B < 0$.

II°. Si $\mathfrak{A} > 1$ hincque $A < 0$ fiet $B > 0$ et $\mathfrak{B} > 0$; attamen $\mathfrak{B} < 1$.

Priore caſu prodit $P > 1$ et $Q > 1$; poſteriore vero caſu fit $P < 1$ et $Q > 1$. Vtrum autem PQ fiat maius an minus vnitate non definitur. Multiplicatio m autem dabit $a = PQ.\frac{b}{m}$ pro qua conducit, vt PQ notabiliter vnitatem ſuperet, quod euenit caſu priore, vbi eſt $P > 1$ et $Q > 1$. Nunc vero incipiamus a confuſione poſteriore ad nihilum redigenda quae praebet hanc aequationem, quandoquidem aſſumimus $N' = N$, pro vitro coronario, dum N'' ad vitrum chryſtallinum referatur

$$0 = N.\frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{N}{P}.\frac{1}{A\mathfrak{B}} + \frac{N''}{PQ}.\frac{1}{AB}.$$

Si

Si igitur duae priores lentes conuexae ex vitro coronario; tertia vero ex chryſtallino ſint factae: vt ſit $N : N'' = 7 : 10$, habebitur

$$0 = \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{1}{P \cdot \mathfrak{A}\mathfrak{B}} + \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{PQ \cdot AB};$$

in qua ſi loco P et Q valores ante inuenti ſubſtituantur, prodibit

$$0 = \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{A-\eta}{A^2 \mathfrak{B}} + \frac{10}{7} \cdot \frac{(A-\eta)B+\eta}{A^2 B^2};$$

quae aequatio euoluta abibit in hanc formam:

$$0 = A^2 B^2 + \tfrac{3}{7} A B + \eta \left(B^2 - \tfrac{3}{7} B + \tfrac{10}{7}\right)$$

vnde patet, ſi eſſet $\eta = 0$, fore $A B = -\frac{3}{7}$ ideoque $r = -\frac{3}{7 \cdot PQ} \cdot a$ ita, vt ſit $-r < \frac{3}{7} a$ ob $PQ > 1$. Sed quia caſus $\eta = 0$ locum habere nequit, dum potius huic litterae valor ſatis modicus tribui debet; tribuatur aequationi inuentae haec forma

$$A^2 B^2 + \tfrac{3}{7} A B + \tfrac{9}{196} = \left(A B + \tfrac{3}{14}\right)^2 = \tfrac{9}{196} - \eta\left(B^2 - \tfrac{3}{7} B + \tfrac{10}{7}\right)$$

vbi euidens eſt litteram η maiorem eſſe non poſſe, quam $\frac{9}{196\left(B^2 - \frac{3}{7} B + \frac{10}{7}\right)}$ ſiquidem haec altera confuſio prorſus debeat euaneſcere, qui limes cum ſit valde exiguus, ſtatuamus

$$\eta = \frac{9}{28\left(7 B^2 - 3 B + 10\right)} \text{ fietque } A B = -\tfrac{3}{14};$$

ſicque r duplo minor quam ante; id quod praxi maxime obeſt. Cum autem non abſolute neceſſarium ſit iſtam confuſionem prorſus ad nihilum redigere, res ita poterit proponi, vt poſito $A B = -\frac{3}{14}$ pro η tantus

tus

tus capiatur valor, quam circumſtantiae permittunt, etiamſi is maior ſit futurus limite hic praeſcripto. His obſeruatis tandem prior confuſio ad nihilum redigatur, id quod fit ope huius aequationis

$$0 = \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A \cdot P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\eta}{E\mathfrak{B}}\right) + \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda''}{A^3 B^3 P Q}.$$

ex qua numerus λ'' definiri conueniet ſumtis $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$.

Coroll. 1.

87. Vtcunque igitur interuallum ηa aſſumatur, haec microſcopia ſemper iſto defectu laborabunt, vt tertia lens fiat nimis parua, ſcilicet fere quintuplo minor, quam ſi lente ſimplici vteremur. Quare cum paruitas lentis maiores multiplicationes impediuiſſet, hic caſus multo minus erit aptus maioribus multiplicationibus producendis.

Coroll. 2.

88. Deinde etiam limes praeſcriptus pro η nimis paruum praebet valorem, quam vt in praxi locum habere poſſit, etiamſi littera B arbitrio noſtro permittatur; valor enim ex illo limite deductus $\eta = \frac{6}{28(7B^2 - 5B + 10)}$ maximum adipiſcitur valorem, ſi capiatur $B = \frac{5}{14}$, qui propterea erit $\eta = \frac{9}{317}$ ſeu proxime $\eta = \frac{1}{35}$ qui manifeſto nimis eſt paruus, quam vt in praxi admitti poſſit.

Scho-

Scholion.

89. Parum igitur fructus haec microſcopiorum ſpecies pollicetur, etiamſi vtramque confuſionem ad nihilum redigere liceat, cum vtcunque litterae A et B definiantur, tam ipſae lentes nimis prodeunt exiguae, quam lentium interualla nimis parua. Sin autem confuſionem a diuerſa refrangibilitate oriundam non curare velimus, egregia hinc microſcopia deducere licebit, inter quae ſequens potiſſimum ſpecies noſtram attentionem mereri videtur.

Statuatur ſcilicet $\mathfrak{A} = 1$, vt ſit $A = \infty$ ſumatur porro $B = 0$, ita, vt ſit $AB = -\vartheta$ hincque elementa noſtra ita definiantur:

$$P = 1;\ Q = \frac{\theta}{\theta - \eta} \text{ et } p = a;$$

$$q = \vartheta a. \text{ et } r = -(\vartheta - \eta)a,$$

vbi ϑ facile ita ſumi poteſt, vt hae diſtantiae focales non fiant nimis paruae atque η etiam noſtro arbitrio permittatur. Tum vero erit diſtantia $a = \frac{\theta}{\theta - \eta} \cdot \frac{b}{m}$. Nunc autem perinde erit ſiue omnes lentes ex eodem vitro ſiue ex diuerſo parentur; interim tamen ſi ϑ non multum a valore ſupra dato $\frac{8}{14}$ abludat, non parum lucri conſequemur, ſi tertiam lentem ex vitro chryſtallino paremus, dum binae anteriores ex vitro coronario conficiuntur, quippe quo facto altera confuſio ſaltim diminuetur; tum autem pro ipſa lentium conſtructione haec aequatio eſt reſoluenda:

$$0 = \lambda + \frac{\lambda'}{\theta^3} - \frac{0{,}8724}{8{,}5278} \cdot \frac{\lambda''(\theta - \eta)}{\theta^4}$$

vnde fumtis $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$ colligitur

$$\lambda'' = \frac{0,1875}{0,17184} \cdot \frac{\theta\theta}{\theta - \eta} \left(1 + \frac{\eta}{\theta}\right)$$

cuius folutionis exemplum afferre non pigebit:

Exemplum.

Sumatur $\eta = \frac{1}{5}$; et fit $\vartheta = 1$; atque hinc habebimus

$$P = 1; \; Q = \frac{1}{1-\eta} = \frac{5}{4};$$

$$p = a; \; q = a; \; r = -\frac{4}{5} a;$$

exiftente $a = \frac{5}{4} \cdot \frac{b}{m}$. Tum vero aequatio refoluenda pro hoc cafu dabit

$$\lambda'' = \frac{0,1875}{0,17184} \cdot \frac{5}{4} = 2,8300;$$

ex quo pro vitro chryftallino colligitur

$$\tau \sqrt{\lambda'' - 1} = 1,1870.$$

Vnde obtinetur fequens

Conftructio microfcopii trilenticularis.

I. Prima lens ex vitro coronario paratur, cuius diftantia focalis cum fit

$$p = a = \frac{5}{4} \cdot \frac{b}{m} = \frac{10}{m} \text{ dig.}$$

et numeri $\mathfrak{A} = 1$ et $\lambda = 1$. erit radius faciei

anter. $= \frac{p}{\varrho} = \frac{p}{0,2267} = 4,4111 . p = \frac{44,111}{m}$ dig.

pofter. $= \frac{p}{\sigma} = \frac{p}{1,6601} = 0,6024 . p = \frac{6,024}{m}$ dig.

II. Pro

II. Pro ſecunda lente etiam ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis eſt

$$q = a = \tfrac{5}{4} \cdot \tfrac{b}{m} = \tfrac{10}{m} \text{ dig.}$$

et numeri $\mathfrak{B} = 0$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \tfrac{q}{\sigma} = \tfrac{q}{1,6601} = 0,6024\, q = \tfrac{6,02}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{poſter.} = \tfrac{q}{\rho} = \tfrac{q}{0,2267} = 4,4111 .\, q = \tfrac{44,11}{m} \text{ dig.}$$

III. Pro tertia lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis eſt

$$r = -\tfrac{4}{5} a = -\tfrac{b}{m} = -\tfrac{8}{m} \text{ dig.}$$

et numeri $\mathfrak{C} = 1$ et $\lambda'' = 2,8300$ erit rad. faciei

$$\text{ant.} = \frac{r}{\rho + \tau\sqrt{(\lambda''-1)}} = \frac{r}{1,3284} = 0,75278 .\, r = -\tfrac{6,02}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{poſter.} = \frac{r}{\sigma - \tau\sqrt{(\lambda''-1)}} = \frac{r}{0,3957} = 2,5272 .\, r = -\tfrac{20,22}{m} \text{ dig.}$$

IV. His lentibus confectis interuallum inter binas ſtatuatur $= \tfrac{1}{5} a = \tfrac{2}{m}$ dig. et obiectum exponatur ad diſtantiam $a = \tfrac{10}{m}$ dig.

V. Cum confuſio prior ſit nulla, his lentibus tanta apertura tribui poteſt, quantam earum figura permittit, quare cum minimus radius ſit $\tfrac{6,02}{m}$ dig. ſtatuatur ſemidiameter aperturae $x = \tfrac{1,45}{m}$ dig. vnde pro claritate erit

$$y = \tfrac{bx}{ma} = \tfrac{4}{5} x = \tfrac{1,16}{m} \text{ dig.}$$

hincque menſura claritatis $= 20\, y = \tfrac{23,2}{m}$, denotante 1 claritatem plenam.

Scholion.

98. Si hanc ſpeciem cum iis, quas in praecedente capite inuenimus comparemus, haec ſpecies praerogatiuam meretur tam ratione diſtantiae obiecti, quippe quae hic eſt aliquanto maior, quam ob eam cauſſam, quod hic etiam altera confuſio non mediocriter diminuatur, quae ante ne in computum quidem eſt ducta. Verum ſi ad magnitudinem lentium attendamus, illae ſpecies, quae praecipue quatuor lentibus conſtant, longe anteferri merentur, cum ibi lentium diſtantiae focales multo ſint maiores ideoque ea microſcopia ad multo maiores multiplicationes accommodari poſſint, niſi forte nimia obiecti vicinitas obſtaret. Neque igitur opus eſſe cenſeo, hanc tractationem adhuc ad plures lentes extendere, cum vix maior perfectio in microſcopiis ſimplicibus exſpectari queat. Quare ſi quis maiores perfectiones deſideret; neceſſario ad microſcopia vere compoſita confugere debebit, quandoquidem hac compoſitione binis ſupra memoratis incommodis erit occurrendum. Primo ſcilicet vt non opus ſit obiecta tam prope admouere, deinde vt non tam exiguis lenticulis indigeamus, etiamſi multiplicationem maximam requiramus; in hoc enim microſcopia compoſita potiſſimum ſimplicibus antecellunt, vt eorum ope multiplicatio quantumuis magna produci queat.

SECTIO

SECTIO SECVNDA.

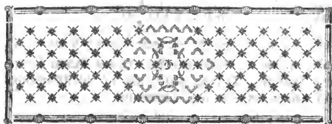
DE

MICROSCOPIIS

COMPOSITIS,

IN QVIBVS NVLLA IMAGO

REALIS OCCVRRIT.



Problema I.

§. 99.

Datis tam multiplicatione m, quam diſtantia obiecti ante lentem obiectiuam microſcopium ex duabus lentibus conſtruere, quarum obiectiua ſit conuexa, ocularis vero concaua.

Solutio.

Cum diſtantia obiecti a detur aeque ac multiplicatio m, caſus duarum lentium ſtatim praebet hanc aequationem $m = \mathrm{P}.\frac{b}{a}$; vnde definitur $\mathrm{P} = \frac{ma}{b}$; hinc diſtantiae focales ambarum lentium erunt $p = \mathfrak{A}\, a$; $q = -\frac{\mathrm{A}b}{m}$; vnde patet tam $\mathfrak{A}$, quam A eſſe debere poſitiua, ad quod ſufficit, vt A ſit poſitiuum. Interuallum vero lentium erit

$$= \mathrm{A}\, a\left(1 - \frac{b}{ma}\right) = \frac{\mathrm{A}}{m}(m\, a - b)$$

cx

ex quo perſpicuum eſt, eſſe debere $ma > b$ ſeu $m > \frac{b}{a}$; alioquin enim huiusmodi microſcopia locum habere non poſſent. Deinde pro ſpatio in obiectis conſpicuo habebimus eius ſemidiametrum

$$\zeta = a\Phi = \frac{q}{ma-b} \cdot a.\, b.\, \xi.$$

Si igitur ſumamus $\zeta = \frac{1}{4}$ et $q = 1$, qui eſt caſus, quo lens ocularis maximam aperturam admittit ideoque vtrinque aeque eſt concaua; tum ergo erit

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{ma-b}.$$

Quod vero ad locum oculi attinet, ex ſuperioribus formulis generalibus colligimus

$$O = \frac{qb}{Ma} \cdot \frac{b}{m}; \text{ eſt vero } b = -\frac{\alpha}{P} = -\frac{Ab}{m};$$

$$\text{et } M = \frac{q}{ma-b} \cdot b \text{ ſicque fit } O = -\frac{Ab(ma-b)}{m^2 a};$$

quae diſtantia cum ſit negatiua, oculum lenti oculari immediate applicari oportet; vnde vt margo coloratus euaneſcat, ſatisfieri debet huic aequationi

$$0 = N(A+1)q,$$

quod cum fieri nequeat, perſpicuum eſt, marginem coloratum neutiquam tolli poſſe; multo minus ergo haec confuſio poſterior penitus tolli poterit; prior autem confuſio inſenſibilis reddetur ope huius aequationis

$$\frac{mx^3}{a^3 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{a^3} + \frac{\nu}{Aa}\right) - \frac{\mu'\lambda'}{A^3 p}\right) = \frac{1}{k^3};$$

quae

quae ergo abit in hanc formam

$$\frac{mx^3}{a^3b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu'.b}{A^3ma}\lambda'\right)=\frac{1}{k^3};$$

vbi cum lens ocularis debeat esse vtrinque aequaliter concaua, si pro ea vitri specie, ex qua lens ocularis conficitur, capiantur numeri respondentes ϱ', σ', et τ' erit $\lambda'=1+\left(\frac{\sigma'-\varrho'}{2\tau'}\right)^2$. Ex hac autem aequatione definiri debet semidiameter aperturae lentis obiectiuae x, erit scilicet

$$x\sqrt[3]{\left(\mu m\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu'b.\lambda'}{A^3.a}\right)}=\frac{1}{k}\sqrt[3]{a^2b};$$

nisi forte hinc pro x prodeat valor maior, quam lentis figura permittit; hinc ergo casus vtilissimus foret, si fieri posset,

$$\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}=\frac{\mu'}{\mu}\cdot\frac{b\lambda'}{A^3.a.m},$$

ad quod idoneum valorem pro $\mathfrak{A}$ vel A quaeri oporteret, quod quidem pro non adeo magnis multiplicationibus fieri posset, at si multiplicatio m esset praegrandis, deberet

$$\lambda(1+A)^2+\nu A(A+1)$$

aequari fractioni valde paruae, quod cum $A>0$ fieri non potest. Quicquid autem sit inuento valore ipsius x gradus claritatis erit $y=\frac{bx}{ma}$ et mensura claritatis $=\frac{20bx}{ma}$; vnde eo magis curandum est, vt x non nimis paruum adipiscatur valorem.

Coroll. 1.

100. Hinc patet, vt x maiorem nanciſcatur valorem, plurimum conducere, vt litterae A paruus tribuatur valor; ſed hunc valorem nimis paruum aſſumere non licet quia tum lens ocularis nimis fieret parua, ita, vt A vix vnitate minus accipi conueniat.

Coroll. 2.

101. Cum formula $\lambda(1+A)^2 + \nu A(A+1)$ certe ſit vnitate maior, quia λ vnitate minus eſſe nequit, atque adeo vltra 8 exſurgere debeat, haec confuſio penitus tolli non poterit, niſi haec formula $\frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{b\lambda'}{ma}$ quoque 8 ſuperet, hoc eſt, niſi ob $\frac{\mu'}{\mu} = 1$ proxime, fuerit $\frac{b\lambda'}{ma} > 8$ ſeu $m < \frac{b\lambda'}{8a}$.

Coroll. 3.

102. Haec clariora fient, ſi poſito $b = 8$ dig. ſumamus $a = \frac{1}{4}$ dig. et cum ſit circiter $\lambda' = \frac{3}{2}$, limes modo inuentus daret $m < 6$; quae multiplicatio tam exigua ne huiusmodi quidem microſcopiis produci poteſt, quare nunc pro certo affirmare licet, iſtam confuſionem neutiquam tolli poſſe.

Exemplum I.

Si diſtantia obiecti debeat eſſe $\frac{1}{4}$ dig. et ambae lentes ex vitro communi $n = 1,55$ parentur; tum vero ſtatuatur $A = 1$, hincque $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ habebimus primo

mo distantias focales lentium

$$p = \frac{1}{8} a = \frac{1}{8} \text{ dig. et } q = -\frac{8}{m} \text{ dig.}$$

lentiumque interuallum

$$= \frac{1}{m} \left(\frac{1}{4} m - 8 \right) = \frac{1}{4} - \frac{8}{m}.$$

Spatium vero in obiecto conspicuum erit $\zeta = \frac{2}{m-32}$ dig. Denique si vt hactenus sumamus $k = 20$ postrema aequatio erit

$$x \sqrt[3]{\mu (8 \lambda m + 2 \nu m - 32 \lambda')} = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{1}{2}}.$$

Hic autem, vt iam saepe vidimus, est $\lambda' = 1,6297$, praeterea vero cum sit $\lambda = 1$ et proxime

$$\mu = 1, \text{ inueniemus } x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{1}{16,9204\, m - 104,3008}}.$$

Si ergo fuerit $m = 100$ fiet primo

$$p = \frac{1}{8} \text{ dig. et } q = -\frac{2}{25} \text{ dig.}$$

et lentium interuallum

$$= \frac{17}{100} \text{ dig. et } \zeta = \frac{1}{34} \text{ dig. tum vero}$$

$$x = 0,0043 \text{ dig. vnde fit}$$

$$y = \frac{32}{108} x = 0,0014 \text{ dig.}$$

et mensura claritatis 0,028, quae circiter triplo minor est, quam in microscopio fere simplici.

Exemplum II.

Maneant omnia, vti in exemplo praecedente, praeterquam quod litterae A valor multo maior tribuatur, vt videamus, quomodo confusio tum futura

fit comparata. Statuatur ergo $A = 5$ fietque $\mathfrak{A} = \frac{5}{6}$ et diſtantiae focales erunt $p = \frac{5}{6} a$; $q = - 5 \cdot \frac{b}{m}$, quia, vt ante, manet

$P = \frac{m a}{b}$ et lentium interuallum $= \frac{5}{m} (m a - b)$;

tum vero pro ſpatio conſpicuo erit $\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{a b}{m a - b}$, vt ante. Vt denique confuſio non ſentiatur, debet eſſe

$$x \sqrt[3]{\mu \left(\frac{216 \lambda m}{125} + \frac{6 \nu m}{25} - \frac{1 \lambda'}{125 \cdot a} \right)} = \frac{1}{15} \sqrt[3]{a^2}.$$

Sumto igitur iterum $a = \frac{1}{4}$ dig.; $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1,6297$, ſiquidem ambae lentes ex vitro communi $n = 1,55$ conficiantur et poſito $\mu = 1$. habebitur

$$x = \frac{1}{60} \sqrt[3]{\frac{1}{3,561\, m - 0,8244}}.$$

Si ergo fuerit $m = 100$, fiet $p = \frac{5}{24}$ dig. et $q = - \frac{1}{3}$ dig. et lentium interuallum $= \frac{17}{25}$ dig. et $\zeta = \frac{1}{24}$ dig. Tum vero

$$x = \frac{1}{15} \sqrt[3]{\frac{1}{333,588}} = 0,00705 \text{ dig.}$$

vnde fit $y = 0,00226$. dig. et menſura claritatis $= 0,0452$.

Scholion.

103. Si haec duo exempla inter ſe conferamus, ſequentia obſeruanda occurrent.

1°. Videmus, plurimum intereſſe, vt litterae A maior valor tribuatur, quia tum expreſſio pro confuſione multo fit minor, ita, vt littera

tera x tum maiorem adipiſcatur valorem, ex quo ſimul maior claritas obtinetur; quo maior enim littera A accipitur, eo propius littera 𝔄 ad vnitatem accedit, ex quo primus terminus $\frac{\lambda}{\mathfrak{a}^3}$ vix vnitatem ſuperabit, qui, dum erat $A = 1$, vltra 8 exſurgebat.

2°. Deinde etiam valorem ipſius A augendo lens obiectiua fiet maior, dum eius diſtantia focalis p ad diſtantiam obiecti a continuo propius accedit.

3°. Maximum autem commodum cernitur in lente oculari, quae hoc modo ad lubitum noſtrum augeri poterit, quantumuis magna fuerit multiplicatio. Fieri adeo poteſt, vt haec lens datam diſtantiam focalem adipiſcatur veluti vnius digiti; tum ſcilicet $A.\frac{b}{m}$ ponatur $= 1$ dig. et ob $b = 8$ dig. capi debebit $A = \frac{m}{8}$ tum quidem longitudo inſtrumenti maior euadet, ſcilicet $= \frac{1}{8}(ma - b)$ ſed vix vnquam ea tanta erit, vt non facile tolerari poſſit.

4°. In his quidem exemplis aſſumſimus diſtantiam obiecti $a = \frac{1}{4}$ dig. ſed nihil impedit, quominus hanc diſtantiam maiorem aſſumamus, quo ipſo vſus horum inſtrumentorum multo commodior redditur, dum praecipuum commodum, quod a microſcopiis compoſitis exſpectamus;

ctamus; in eo est situm, vt non opus sit obiecta tam prope ad instrumentum admouere, quia enim littera a arbitrio nostro permittitur, eam tantam assumere licebit, quantam lubuerit.

5°. Verum quo maiorem hanc distantiam a accipiamus, fateri cogimur, claritatis gradum inde diminutum iri, quod quo clarius appareat, perpendamus, valorem litterae x reliquis litteris iisdem manentibus proportionalem esse formulae $\sqrt[3]{a^2}$ seu potestati $a^{\frac{2}{3}}$ ita, vt quo maior distantia obiecti statuatur, etiam apertura lentis obiectiuae maior sit proditura; quod in se spectatum pro non exiguo commodo est habendum; at pro gradu claritatis cum sit y formulae $\frac{x}{a}$ proportionalis, claritas proportionalis fiet formulae $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$; ita, vt ea decrescat in ratione subtriplicata distantiae obiecti a; verum haec ipsa diminutio non adeo est pertimescenda, dum si distantiam obiecti adeo octuplo maiorem accipiamus claritas tantum duplo fit minor, atque ex his perspicuum est, quantopere microscopia composita simplicibus antecellant, et quanta commoda ab iis exspectari possint. Interim vero haec species microscopiorum hic tractata adhuc

huc ingenti defectu laborat, quòd a margine colorato liberari neutiquam poteſt. Quocirca videamus, an vnam pluresue lentes inſuper adiiciendo iſtud vitium tolli queat.

Problema 2.

104. Inter lentes obiectiuam et ocularem praecedentis microſcopiorum ſpeciei, nouam lentem ita inſerere, vt margo coloratus ad nihilum redigatur.

Solutio.

Quoniam igitur hic tres habemus lentes earum diſtantiae focales ita erunt expreſſae

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}a;\ r = \frac{AB}{PQ}.a;$$

quarum cum prima debeat eſſe conuexa, erit $\mathfrak{A} > 0$ et cum tertia debeat eſſe concaua, erit $AB < 0$ ideoque altera litterarum A et B poſitiua, altera negatiua; de lente enim media nihil adhuc definiamus; interualla porro harum lentium erunt

$$\text{prius} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);\ \text{et}$$

$$\text{poſterius} = -\frac{AB.a}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

vnde patet, eſſe debere $Q > 1$. Multiplicatio vero m dabit $PQ = \frac{ma}{b}$. Nunc autem id conſideremus, quod nobis eſt propoſitum, ſcilicet vt margo coloratus euaneſcat; quoniam diſtantia oculi O prodit negatiua,

gatiua, satisfieri oportet huic aequationi

$$0 = N(A + 1)B\,r - \tfrac{N'}{P}((B + 1)r + q)$$

quem in finem spectetur spatium in obiecto conspicuum, pro quo est

$$\zeta = a\,\Phi = \tfrac{q + r}{m\,a - b}\,a\,b\,\xi;$$

in qua si lens ocularis vtrinque fiat aequalis, vt maximam aperturam admittat, capi poterit $r = 1$; tum vero posuimus

$$\tfrac{q + r}{m\,a - b}\cdot b = M,\ \text{vt sit}\ \zeta = M\,a\,\xi.$$

Nunc igitur primo videndum est, an si ambae lentes ex eodem vitro parentur, scopum obtinere queamus. Posito igitur $N = N'$, aequatio pro margine nobis dabit $B = \frac{q + r}{(A + 1)P r - r}$, qui valor an cum conditione praescripta $A\,B < 0$ consistere possit, videamus. Hunc in finem duos casus perpendamus, alterum quo $A > 0$, alterum vero, quo non solum $A < 0$, sed etiam $1 + A < 0$, vt scilicet prodeat $\mathfrak{A}$ positiuum. Priore casu erit $P > 1$ ideoque in valore ipsius B denominator fit positiuus, sicque B positiuum habebit valorem, cum tamen ob $A\,B < 0$ negatiuum esse debeat; altero casu, quo $A < 0$ debet esse $P < 1$. ideoque denominator $(A + 1)P - r$ fit negatiuus, etiamsi $A + 1$ non esset negatiuum, ita, vt valor ipsius B hoc casu certo prodeat negatiuus, cum tamen ob $A\,B < 0$ deberet esse positiuus. At

si

si lentes ex diuerso vitro conficiantur, fieri poterit, vt margo coloratus penitus tollatur, idque dupl ci modo, quemadmodum iu subiunctis casibus ostendemus. Postquam autem huic conditioni fuerit satisfactum, pro apertura lentis obiectiuae indeque pendente claritate sequens habebitur aequatio:

$$\frac{mx^3}{a^3 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\,\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu'}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3}+\frac{\nu}{B\,\mathfrak{B}}\right)+\frac{\mu''\lambda''}{A^3 B^3 PQ}\right)=\frac{1}{k^3}$$

vbi tantum notandum est, vt lens ocularis maximam admittat aperturam valorem λ'' inde esse datum; pro binis reliquis λ et λ' commode vnitas assumitur sicque pro quouis casu problematis nostri solutio facile inuenietur.

Coroll. 1.

105. Quod ergo hic diuerso vitro vti oporteat, id intelligendum est tantum de lente prima et secunda, ad quas litterae N et N′ referuntur; pro tertia enim lente vitri ratio, ex quo conficitur, hic plane in computum non ingreditur, ita, vt perinde sit ex quonam vitro haec lens conficiatur.

Coroll. 2.

106. Cum igitur pro margine colorato tollendo habeatur ista aequatio

$$N(A+1)BPr = N'((B+1)r+q)$$

hinc deduci debet valor litterae

$$B = \frac{N'(q+r)}{N(A+1)Pr - N'r};$$

vbi notetur, esse $r = 1$ et $q + r$ necessario maius nihilo, vt scilicet valor ipsius ζ prodeat positiuus; tum iste valor comparetur cum ea conditione, qua productum A B debet esse negatiuum, id quod fieri plane non posse, quamdiu litterae N et N′ sunt inter se aequales, iam ostendimus.

Coroll. 3.

107. Totum ergo negotium iam huc redit, quemadmodum hae duae conditiones impleri queant, dum litterae N et N′ diuersos obtinent valores, scilicet vt dato valore litterae A altera littera B talem sortiatur valorem, vt earum productum A B fiat negatiuum, vbi perpendendum est, formulam $A(P-1)$ semper positiuam esse debere, ita, vt sumto A positiuo sit $P > 1$; sumto autem A negatiuo, capi debeat $P < 1$.

Scholion.

108. Quoniam igitur duabus diuersis vitri speciebus vti cogimur, optandum sine dubio esset, vt hae duae species ratione refractionis maxime inter se differrent; cum autem aliae adhuc eiusmodi species non sint cognitae, praeter eas, circa quas Dollondus experimenta sua instituit, easdem quoque nos hic adhibere oportebit. Hactenus quidem litteris N et N′, quae his duabus speciebus conueniunt, rationem 7 : 10 tribuimus, quae illis experimentis maxime videtur con-

conformis, etiamsi ea satis notabiliter a veritate aberrare possit. Quamobrem ob calculi commoditatem hanc rationem hic potius vt 2 : 3 statuamus, quippe quae ab illa minime differt et aliquanto maius discrimen inuoluit, neque enim hinc aliud est metuendum, si forte error non satis esset exiguus, nisi quod margo coloratus non penitus tolleretur; verum dummodo is multo minor euadat, quam vulgo vnicam vitri speciem adhibendo fieri solet, contenti esse poterimus; quem in finem duos casus hic accuratius examinare conueniet, alterum, quo littera A positiuum habet valorem; alterum vero, quo negatiuum, vt inde pateat, quanta commoda hinc in praxi exspectari queant.

Euolutio primi casus, quo litterae A valor positiuus tribuitur.

109. Hoc ergo casu littera 𝔄 valorem quoque positiuum habebit et quidem vnitate minorem; tum vero conditio lentis ocularis concauae postulat, vt littera B obtineat valorem negatiuum. Praeterea ob $A > 0$ etiam esse debet $P > 1$, vt interuallum prius fiat positiuum. Nunc vero ob marginem coloratum tollendum valor litterae B ita exprimitur, vt sit

$$B = \frac{N'(q+r)}{N(A+1)r - N'r},$$

vbi igitur ob $q + r > 0$ denominator seu formula $N(A+1)P - N'$ negatiuum habere debebit valo-

rem; quod vt fieri possit, cum $(A+1)P$ certe sit vnitate maius, necesse est, vt fiat $N' > N$; ideoque vt lens obiectiua ex vitro coronario, secunda vero ex chrystallino conficiatur. Quare cum hinc prodeat

$$N : N' = 2 : 3 \text{ hincque fit } B = \frac{3(Q+R)}{2(A+1)PR-3R},$$

oportebit esse

$$2(A+1)P < 3; \text{ siue } P < \frac{3}{2(1+A)}.$$

Cum autem sit $P > 1$, manifestum est, litteram A tam paruam accipi debere, vt etiam nunc sit

$$\frac{3}{2(1+A)} > 1 \text{ ideoque } A + 1 < \tfrac{3}{2};$$

hincque $A < \frac{1}{2}$ si enim esset $A = \frac{1}{2}$ capi deberet $P = 1$ primumque interuallum plane euanesceret, id quod praxis non patitur; vnde simul intelligitur, hanc litteram A tanto minorem, quam $\frac{1}{2}$ statui debere, vt etiam nunc interuallum duarum primarum lentium ad praxin reuocari possit. Constituta autem littera A littera P sumi debebit inter limites 1 et $\frac{3}{2(A+1)}$ modo autem vidimus, minori limiti vnitati aequalem capi non posse, at si maiori limiti sumeretur aequalis tum B fieret infinitum sicque longitudo instrumenti in infinitum extenderetur. Iam prope igitur P maiori limiti admoueri conueniet, vt quantitas AB adhuc in praxi locum habere possit. Tum vero adhuc superest, vt postremae aequationi satisfiat, qua apertura lentis obiectiuae definitur; circa quam aequationem

tionem sequentia nunc annotasse iuuabit:

1°. Cum $A < \frac{1}{4}$; erit $\mathfrak{A} < \frac{1}{3}$; vnde ipsius λ coefficiens erit > 27. vnde enormis confusio resultaret, nisi sequentibus terminis diminueretur.

2°. Verum cum pro secunda lente coefficiens ipsius λ' fiat maior, quam -8 ob $P = 1$ proxime et quia B semper sit numerus valde magnus, $\mathfrak{B}$ parum ab vnitate differt.

3°. Pro lente oculari coefficiens ipsius λ'' tam erit paruus, vt prae reliquis terminis quasi euanescat; vnde adeo hoc commodi assequimur, vt tota haec confusio prorsus ad nihilum redigi queat, debite scilicet definiendo litteras λ et λ'; quare hic casus omnino meretur, vt aliquot exemplis illustretur.

Exemplum I.

Cum debeat esse $A < \frac{1}{4}$, ponamus $A = \frac{1}{5}$ fietque

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{4} \text{ et } \frac{1}{2(\mathfrak{A}+1)} = \frac{2}{5}$$

ita, vt P capi debeat intra limites 1 et $\frac{5}{4}$. Sit ergo

$$P = \frac{10}{9} \text{ et fiet } B = -\frac{81(q+r)}{8}.$$

Consideremus nunc aequationem fundamentalem, quae est

$$\mathfrak{B}\, q = \frac{1}{3} \cdot \frac{q+r}{ma-b} \cdot b.$$

Ponatur autem breuitatis gratia $\frac{ma}{b} = 1 + \vartheta$, quandoquidem esse debet $m a > b$, vt haec microscopiorum species locum habere possit eritque $\mathfrak{B} = \frac{q+r}{9q\vartheta}$. Cum iam sit $\frac{1}{\mathfrak{B}} = 1 + \frac{1}{B}$ habebitur

$\frac{9q\vartheta}{q+r} = 1 - \frac{r}{81(q+r)}$ vnde elicitur

$q = \frac{80r}{729\vartheta - 81}$ sicque prodibit

$B = \frac{-729\vartheta+1}{9\vartheta-1}$ hincque $\mathfrak{B} = \frac{+729\vartheta-1}{720\vartheta}$;

existente $\vartheta = \frac{ma}{b} - 1$, siue multiplicatio $m = \frac{b(1+\vartheta)}{a}$.
Tum vero ob $m = P Q . \frac{b}{a}$ erit

$$Q = \frac{ma}{Pb} = \frac{9ma}{10.b} = \frac{9}{10}(\vartheta + 1),$$

atque hinc elementa pro microscopii constructione erunt

1°. $A = \frac{1}{3}$. $\mathfrak{A} = \frac{1}{4}$;
$B = -\frac{729\vartheta+1}{9\vartheta-1}$; $\mathfrak{B} = \frac{729\vartheta-1}{720\vartheta}$;
$P = \frac{10}{9}$; $Q = \frac{9}{10}(\vartheta + 1)$.

2°. Deinde distantiae focales lentium
$p = \frac{1}{4}. a$; $q = \frac{-729\vartheta+1}{2400.\vartheta} a$;
et $r = \frac{-729\vartheta+1}{(81\vartheta-1)(\vartheta+1)}. a$.

3°. Lentium harum interualla erunt
prius $= \frac{1}{40}. a$; posterius $= \frac{(729\vartheta-1)a}{80(\vartheta+1)}$.

4°. Prae-

4°. Praeterea ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{721\,\theta r - r}{(721\,\theta - 81)\theta} \cdot a\,\xi$$

quodſi iam hic ſumamus $r = 1$ et $\xi = \frac{1}{4}$ id quod licet ſi lens ocularis fiat vtrinque aequaliter concaua, erit $\zeta = \frac{721\,\theta - 1}{324\,\theta(9\theta - 1)} \cdot a.$

5°. Denique conſideretur haec aequatio

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\left(\mu(64\lambda + 12\nu) - \frac{243\mu'}{10}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right)\right.\right.$$
$$\left. + \frac{27\mu''\lambda''}{B^3(\theta + 1)}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vbi commode vſu venit, vt haec quantitas ad nihilum reuocari poſſit, quem in finem tertiam lentem vti primam ex vitro coronario fieri ponamus ſumique debebit

$$\lambda'' = 1,60006 \text{ et } \mu'' = \mu;$$

tum vero ſumatur $\lambda = 1$, at λ' ita, vt ſit

$$\frac{\mu'}{\mu} \cdot 24,3\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) = 64 + 12\nu + \frac{27 \cdot 1,60006}{B^3(1 + \theta)}$$
$$= 66,6352.$$

exiſtente $\frac{\mu'}{\mu} = \frac{0,8724}{0,9875}$;

$$\nu = 0,2196 \text{ et } \nu' = 0,2529.$$

Praeterea vero notetur pro maioribus multiplicationibus, quando ſcilicet θ ſit numerus ſatis modicus, fieri proxime $B = -81$ et $\mathfrak{B} = +\frac{11}{10}$;

vnde

vnde colligitur

$$0,96341.\lambda' = 0,00308 + \frac{\mu}{\mu'}.\frac{66,6558}{84,8}$$

hincque $\lambda' = 3,28503.$

et $\tau\surd(\lambda' - 1) = 1,3089.$

vnde cum huius lentis diſtantia focalis ſit

$$q = -\tfrac{729}{2600}.a = -\tfrac{248}{885}.a \text{ et } \mathfrak{B} = \tfrac{81}{85},$$

erit huius lentis

$$\text{rad. anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \rho) + \tau\surd\lambda' - 1} = \frac{q}{1,4423} = 0,69334.q$$

$$\text{rad. poſter.} = \frac{q}{\rho + \mathfrak{B}(\sigma - \rho) - \tau\surd\lambda' - 1} = \frac{q}{0,2818} = 3,5486.q$$

Pro prima autem lente, cuius diſtantia focalis eſt $p = \frac{1}{4}a$, et numeri $\mathfrak{A} = \frac{1}{4}$ et $\lambda = 1$, ex vitro coronario facienda erit radius

$$\text{fac. anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = \frac{p}{1,3017} = 0,76823.p$$

$$\text{fac. poſter.} = \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = \frac{p}{0,5851} = 1,7091.p$$

atque hinc conficitur ſequens

Conſtructio huiusmodi microſcopiorum.

110. Poſita diſtantia obiecti $= a$ et multiplicatione $m = (1 + \vartheta)\frac{b}{a}$ erit

I. Pro lente obiectiua
ex vitro coronario facienda

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,1921.a \\ \text{poſter.} = 0,4273.a \end{cases}$

cuius

cuius diſtantia focalis $p = \frac{1}{4} a$
ſemidiameter aperturae $x = 0,0480 . a$
et interuallum ad lentem ſecundam erit $= \frac{1}{13} . a$

II. Pro lente ſecunda
ex vitro chryſtallino facienda

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,2106 . a \\ \text{poſter.} = -1,0779 . a \end{cases}$

cuius diſtantia focalis eſt $q = -\frac{243}{803} . a = 0,3037 . a$
ſemidiameter aperturae $x = 0,0526 . a$
ſeu indefinitus relinquitur, quia maior eſt ſemidiametro aperturae primae lentis.
et interuallum ad lentem tertiam $= 24,3 . \frac{\theta}{\theta+1} a.$

III. Pro lente tertia
ex vitro coronario paranda

cuius diſtantia focalis

$r = -\frac{720}{27(\theta+1)} . a = -\frac{27}{\theta+1} . a$, erit

radius faciei vtriusque $= -\frac{28,62}{\theta+1} . a$

cui lenti oculum immediate applicari oportet.

IV. Spatium in obiecto cernetur,
cuius ſemidiameter $\zeta = \frac{1}{40} . a.$

V. Denique cum fit $x = 0,0480 . a$ erit

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{x}{\theta + 1} = \frac{0,0480}{\theta + 1} . a$$

hincque menfura claritatis $20\,y = \frac{0,960}{\theta + 1} . a$
fi fcilicet diftantia a in digitis exprimatur, quae menfura etiam ita exprimitur

$$0,960 . \frac{b}{m} = \frac{7,68}{m} .$$

Coroll. 1.

111. Duae lentes priores cum earum interuallo, plane non pendent a multiplicatione propofita ideoque pro omnibus multiplicationibus eaedem retineri poffunt, ita, vt tantum opus fit pro qualibet multiplicatione aliam lentem ocularem adhibere, cuius diftantia focalis loco $\vartheta + 1$ fcripto valore $\frac{ma}{b}$ erit

$$r = -27 . \frac{b}{m} = -\frac{216}{m} \text{ dig.}$$

ita, vt haec lens nunquam fiat nimis parua.

Coroll. 2.

112. Vtcunque autem multiplicatio varietur, interuallum lentium fecundae et tertiae parum admodum mutatur, praecipue in maioribus multiplicationibus, cum hoc interuallum fit

$$= 24,3 . \frac{\theta}{\theta + 1} a = 24,3 . \left(a - \frac{b}{m}\right);$$

ita, vt tota inftrumenti longitudo vix fit mutanda, ac fi diftantia obiecti a capiatur 1 digiti, longitudo inftrumenti erit circiter duorum pedum.

Scho-

Scholion.

113. Quod hic diſtantia obiecti arbitrio noſtro permittatur, id ſine dubio tamquam inſigne commodum eſt ſpectandum, cum hoc modo maximum vitium microſcopiorum ſimplicium, quod in nimia vicinitate obiecti conſiſtit feliciſſimo ſucceſſu euitetur, quoniam quantumuis hac diſtantia aucta ne menſura quidem claritatis diminuitur, aeque parum ac ſpatium in obiecto conſpicuum. Interim tamen contra hanc ſpeciem obiici poterit primo quod duae lentes priores nimis inter ſe propinquae eſſe debeant; quod tamen vix vllam attentionem meretur, cum adhuc hoc interuallum in praxi facile obſeruari poſſit, niſi diſtantia obiecti a nimis parua ſtatuatur; quod autem nulla ratio ſuadet; altera vero obiectio maioris eſt momenti, quod ſi diſtantia a maior vno digito accipiatur, longitudo huius inſtrumenti duos adeo pedes iam ſuperet, quae merito incommoda videri poteſt. Verum mox oſtendemus, quomodo et huic incommodo facile occurri poſſit. Prouti autem hanc ſpeciem litteris A et P definiendis conſtituimus; id inprimis obiici poteſt, quod ſi diuerſitas numerorum N et N′ tantillo minor fuerit, quam in ratione 2: 3, vti hic aſſumſimus, tum determinationes vlteriores locum omnino habere non poſſe, ſi enim loco huius rationis ſubſtituamus eam, quam ſupra ex ipſis Dollondi experimentis concluſimus, ſcilicet vti 7: 10, vt, foret $B = \frac{10(q+r)}{7(A+1)Pr-10r}$ tum ſumto $A = \frac{1}{3}$ et $P = \frac{10}{9}$;

denominator $7 \cdot (A + 1) P - 10$ fieret $= \frac{280}{57} - 10$ ideoque non amplius negatiuus, vt natura rei postulat; multo igitur minus haec positio locum habere posset, si discrimen vitri ratione dispersionis adhuc esset minus, quod quidem non parum probabile videtur. Quamobrem ne hinc quicquam sit pertimescendum litteras A et P ita assumi conueniet, vt formula $(1 + A) P$ multo minorem obtineat valorem, quam casu exempli allati, pro littera scilicet A fractio sumi debebit, multo minor, quam $\frac{1}{3}$; tum vero valor ipsius P tam parum vnitatem superet, quam lentium proximitas permittit, cui conditioni in sequenti exemplo satisfaciemus.

Exempl. II.

Sumamus igitur hic $A = \frac{1}{5}$ fietque $\mathfrak{A} = \frac{1}{6}$ et $p = \frac{1}{6} a$. Interuallum autem primae et secundae lentis $= \frac{1}{5}(1 - \frac{1}{P}) a$; quod vt parti quasi septimae ipsius p aequetur, sumi debet $P = \frac{42}{37} = \frac{8}{7}$ seu $\frac{9}{8}$ circiter sumamus igitur $P = \frac{9}{8}$ et quia etiam hic vti in praecedente exemplo littera q vehementer sit parua prae littera r ea neglecta erit $B = \frac{N'}{N(1 + A)P - N'}$ et sumto $N : N' = 7 : 10$ erit substitutis his valoribus $B = -\frac{200}{11}$ siue $B = -18$, qui valor adhuc maior prodiisset, si dispersionis discrimen adhuc minus fuisset. Cum igitur satis sit verisimile hoc discrimen adhuc esse minus; a scopo vix aberrabimus, si statuamus $B = -25$ et si vllus error hinc resultaret, is in eo consisteret,

vt

vt margo coloratus non perfecte tolleretur, quod cum ne ſperari quidem poſſit, contentos nos eſſe oportet, ſi eum tantum ſatis paruum reddiderimus, id quod hoc modo certo obtinebimus; ſumto autem $\mathrm{B} = -25$ erit $\mathfrak{B} = \frac{25}{24}$ hincque ex aequatione fundamentali

$$\mathfrak{q} = \frac{3b\mathfrak{r}}{25ma - 26b} \text{ hincque } \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{25ma\mathfrak{r} - 23b\mathfrak{r}}{25ma - 26b};$$

vnde colligitur ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{25\mathfrak{r}}{25ma - 26b} . ba\xi;$$

quare ſi ſumatur $\xi = \frac{1}{4}$ et $\mathfrak{r} = 1$, quo caſu requiritur, vt lens ocularis ſit vtrinque aeque concaua, ac ſi ponamus, vt ante,

$$\frac{ma}{b} = 1 + \vartheta \text{ erit } \zeta = \frac{25}{100\vartheta - 12} . a$$

reliqua autem elementa ſequenti modo ſe habebunt

$$\mathrm{A} = \frac{1}{3};\ \mathfrak{A} = \frac{1}{8};\ \mathrm{B} = -25;\ \mathfrak{B} = \frac{25}{24};$$

$$\mathrm{P} = \frac{9}{8} \text{ et } \mathrm{Q} = \frac{8}{9}(1 + \vartheta) = \frac{8ma}{9b}$$

hincque diſtantiae focales $p = \frac{1}{8}a$; $q = -\frac{5}{87} . a$

$$\text{et } r = -\frac{5}{1+\vartheta} . a = -\frac{5b}{m},$$

et lentium interualla

$$\text{I et II} = \frac{1}{45}a; \text{ et II et III} = \frac{40ma - 45b}{9m}.$$

Faciamus nunc, vt etiam confuſio ab apertura oriunda euaneſcat et cum prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino confici debeat, ſi tertia

etiam ex coronario paretur, vt fit $\mu'' = \mu$, debet esse $\lambda'' = 1,60006$; tum vero pro lente prima capiatur $\lambda = 1$ habebitur ista aequatio

$$\frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{5^3 \cdot 8}{9}\left(\frac{24^3}{25^3}\lambda' - \frac{24\,\nu'}{25^2}\right) = 6^3 + 30.\,\nu - \frac{1,60006.\,b}{5^3 . ma}.$$

Est autem log. $\frac{\mu}{\mu'} = 0,0538214$ seu

$$\frac{\mu'}{\mu}(98,304\,\lambda' - 4,2666.\,\nu')$$
$$= 216 + 30.\,\nu - 0,0128.\,\frac{b}{ma} \text{ seu}$$
$$98,304\,\lambda' = 253,034 - 0,0145.\,\frac{b}{ma};$$

vnde colligitur

$$\lambda' = 2,5740 - 0,00015\,\frac{b}{ma};$$

vbi postremum membrum tuto omitti potest ob $\frac{b}{ma}$ fractionem exiguam. Cum ergo sit $\lambda' = 2,5740$ et $\lambda' - 1 = 1,5740$ erit $\tau V(\lambda' - 1) = 1,1009$; vnde cum huius secundae lentis distantia focalis sit

$$q = -\tfrac{5}{27}\,a \text{ et numerus } \mathfrak{B} = \tfrac{25}{24},$$

erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \rho) + \tau V(\lambda' - 1)} = \frac{q}{1,1023} = 0,9072.\,q$$
$$\text{poster.} = \frac{q}{\rho + \mathfrak{B}(\sigma - \rho) - \tau V(\lambda' - 1)} = \frac{q}{0,5418} = 1,8457.\,q$$

Pro prima autem lente, cuius distantia focalis

$$p = \tfrac{1}{5}\,a \text{ et } \mathfrak{A} = \tfrac{1}{5} \text{ et } \lambda = 1$$

vitrumque coronarium, erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = \frac{p}{1,4212} = 0,7036.\,p$$
$$\text{poster.} = \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = \frac{p}{0,4658} = 2,1478.\,p.$$

Hinc

Hinc ergo conficitur sequens

Constructio microscopii compositi nullam confusionem parientis.

114. Constituta pro lubitu distantia obiecti $= a$ habebimus

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda radium faciei

anter. $= 0,1173.\, a$

poster. $= 0,3579.\, a$

cuius distantia focalis est $\frac{1}{6} a = 0,1666.\, a$
aperturae semidiameter sumi poterit $x = 0,0293.\, a$
interuallum ad lentem secundam $= \frac{1}{45} a = 0,022.\, a.$

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino facienda erit radius faciei

anter. $= -0,1680.\, a$

poster. $= -0,3418.\, a$

cuius distantia focalis $= -\frac{5}{27}.\, a = 0,1852.\, a$
semidiameter aperturae $= 0,0420.\, a$
interuallum ad lentem tertiam erit

$$= \frac{24ma - 25b}{5m} = 4\tfrac{4}{5} a - \frac{5b}{m}.$$

III. Pro lente tertia oculari ex vitro coronario paranda erit

distantia focalis $= -\frac{5b}{m}$, hincque

radius

radius faciei vtriusque $= -5, \frac{1.b}{m}$.

ſin autem ex vitro chryſtallino paretur, vtriusque faciei radius ſumatur $= -5, \frac{1.b}{m}$ huicque lenti oculus immediate adplicatur.

IV. Spatii autem in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{25}{100\theta - 12} \cdot a. \text{ exiſtente } \vartheta = \frac{ma}{b} - 1.$$

V. Cum capere liceat $x = 0,0293 \cdot a$ erit $y = 0,0293 \cdot \frac{b}{m}$ et menſura claritatis $= 0,586 \cdot \frac{b}{m}$ poſitoque $b = 8$ dig fiet ea $= \frac{4,688}{m}$.

Coroll. 1.

115. Ne igitur primas lentes nimis exiguas confici oporteat, conueniet diſtantiam obiecti a tanto maiorem aſſumi ac ſi ſtatuatur $a = 8$ dig. hae lentes ſatis commodam magnitudinem obtinerent et multiplicatio m. oſtenderet, quanto maius obiectum appareat per microſcopium, quam ſi idem obiectum in eadem diſtantia nudis oculis ſpectaremus.

Coroll. 2.

116. Deinde ſi ſumamus $a = 8$ dig. longitudo totius inſtrumenti fiet circiter $35\frac{1}{2}$ dig. quae vtique ſatis eſt magna ſed perpendi debet eam tantum eſſe

$4\frac{1}{3}$ vicibus maiorem, quam diſtantiam obiecti, eaque ad dimidium reducetur ſumendo $a = 4$ dig.; quo caſu conſtructio lentium adhuc erit ſatis ad praxin accommodata, quin etiam diſtantia obiecti commode adhuc minor aſſumi poterit, ita, vt longitudo inſtrumenti ne pedem quidem integrum ſuperet.

Scholion.

117. Non parum paradoxon videbitur, quod diſtantia obiecti plane non ingrediatur in menſuram claritatis; nemo enim certe arbitrabitur, ſi diſtantia ad plures pedes augeretur, obiectum ſemper eadem claritate eſſe appariturum, idque pro eadem multiplicatione. Verum hic probe eſt obſeruandum, menſuram noſtram claritatis ad eum claritatis gradum referri, quo idem obiectum in loco, vbi actu eſt, nudo oculo cerneremus. Si enim haec menſura prodeat aequalis vnitati, intelligendum eſt, nos per inſtrumentum conſpicere obiectum eadem claritate, qua id in ea ipſa diſtantia nudo oculo eſſet appariturum; notum autem eſt, quo magis obiectum a nobis remouetur, in eadem ratione eius claritatem naturalem diminui; quare cum noſtra menſura ad claritatem naturalem referatur, quae ſcilicet in ipſo obiecto nudis oculis conſpicitur, manifeſtum eſt, quo magis idem obiectum remouemus, diſtantiam a augendo eo magis claritatem naturalem diminui ac tum noſtra menſura tantum indicat, quoties claritas per microſcopium viſa

minor sit naturali atque ex hoc clare perspicitur; claritatem visam maxime diminui si distantiam obiecti a nimis magnam accipiamus, ita, vt pro vsu microscopiorum vix consultum sit distantiam obiecti vltra aliquot digitos extendere. Simili modo iudicium de multiplicatione est intelligendum, quam hic ad distantiam $b = 8$ dig. referimus quodsi ergo v. c. obiectum distaret, 16 dig. id iam nudis oculis duplo minus appareret, quam in distantia 8 digitorum quare si obiectum dicatur 100 augeri, id ita est intelligendum, vt obiectum ducenties maius appareat, quam nudis oculis in eadem distantia.

Scholion 2.

118. Hinc igitur facile intelligitur, si distantiam obiecti satis magnam statuamus, tum microscopium tandem in telescopium esse abiturum, qui transitus eo magis attendi meretur, quo maius discrimen vulgo inter telescopia et microscopia constituitur, quae quippe instrumenta vt plane heterogenea spectari solent. Operae igitur pretium erit, eiusmodi exemplum subiungere, de quo dubium erit, vtrum ad microscopia an ad telescopia sit referendum.

Exempl. III.

119. Sit distantia obiecti a tanta, vt sumta pro $\mathfrak{A}$ satis exigua fractione productum $\mathfrak{A}a = p$ modicum

cum obtineat valorem seu sit $\mathfrak{A} = \frac{p}{a}$ fractio valde parua hincque etiam $A = \frac{p}{a-p}$. His positis cum sit

$$B = \frac{N'}{N(A+1)P - N'} = \frac{10}{7(1+A)P - 10};$$

sumatur $P = \frac{8}{7}$ vt ante et ne A penitus negligamus, ponamus

$$(1+A)P = \frac{8}{7} \text{ fietque } B = -5$$

ac si forte discrimen inter litteras N et N′ sit minus, ac ne litteram q penitus negligamus, sumamus $B = -6$, vt sit $\mathfrak{B} = \frac{6}{7}$ quoniam igitur loco litterarum a et A distantia focalis p in calculum introducitur, vt sit siue $\mathfrak{A}a = p$ siue $Aa = p$, erunt reliquae distantiae focales

$$q = -\tfrac{16}{15}\cdot p; \text{ et } r = -\tfrac{6b}{ma}\cdot p$$

Tum vero interuallum

$$\text{prius} = \tfrac{8}{7}p; \text{ poster.} = \tfrac{16}{7}p\left(1 - \tfrac{9b}{8ma}\right)$$

Praeterea vero reperitur

$$\mathfrak{q} = \frac{5br}{48ma - 55b} \text{ hinc } \mathfrak{q} + r = \frac{48mar - 43br}{48ma - 55b};$$

et spatii conspicui semidiameter

$$\zeta = \frac{12}{48ma - 55b}\cdot ab$$

ideoque angulus

$$\frac{\zeta}{a} = \Phi = \frac{12b}{48ma - 55b},$$

quae fractio per 3437 multiplicata exprimet angulum Φ in minutis primis. Deinde semidiameter

confusionis, si ex vinculo denominator $\mathfrak{A}'$ in factorem communem transferatur, ita se habebit:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{mx^3}{p^3}\left(\mu\lambda - \frac{8\mu'}{9}\left(\frac{\lambda'.s^3}{6^3} - \frac{s\nu}{36}\right) - \frac{\mu''\lambda''.b}{6^3.ma}\right)$$

qui ad nihilum reducetur sumendo

$$\tfrac{8}{9}\cdot\mu'.\left(\frac{s^3}{6^3}\lambda' - \frac{s\nu}{36}\right) = \mu\lambda - \frac{\mu''\lambda''.b}{6^3.ma};$$

vbi prima lens ex vitro coronario, secunda ex chrystallino confici debet, tertia vero etiam ex coronario paretur eritque $\lambda'' = 1,60006$ et $\mu'' = \mu$; tum vero capiatur $\lambda = 1$. ac reperietur

$$\lambda' = 0,24\nu' + \frac{\mu}{\mu'}\left(1,944 - 0,0089.\frac{b}{ma}\right) = 2,2611,$$

neglecto scilicet ob paruitatem membro vltimo, ex quo fit $\tau V(\lambda' - 1) = 0,98542$ vnde pro huius lentis constructione erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{q}{0,8385} = 1,1926.q$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{q}{0,8856} = 1,1292.q$$

Pro lente vero priore erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma} = 0,6024.p$$

$$\text{poster} = \frac{p}{\varrho} = 4,4111.p$$

atque hinc deducitur sequens

Constructio siue microscopii siue telescopii omnis confusionis expertis.

120. Hic distantia obiecti a tanta supponitur, vt

vt prae ea diſtantia focalis primae lentis p vehementer ſit parua et quaſi negligi queat

I. Tum ergo pro prima lente ex vitro coronario paranda erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6024.\,p \\ \text{poſter.} = 4,4111.\,p \end{cases}$

cuius diſtantia focalis $= p$.

aperturae ſemidiameter $x = 0,1506.\,p$.

diſtantia a lente ſecunda $= \frac{1}{5}p$.

II. Pro lente ſecunda ex vitro chryſtallino facienda erit radius faciei

anter. $= -1,2721.\,p$

poſter. $= -1,2045.\,p$

cuius diſtantia focalis $= -\frac{16}{11}p$

eique apertura tribui poteſt aliquanto maior, quam primae.

diſtantia vero ad lentem ocularem $= \frac{16}{5}p\,(1 - \frac{6b}{5ma})$

III. Pro lente tertia ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis eſt $r = -\frac{6b}{ma}.\,p$, erit

radius faciei vtriusque $= -\frac{6,156.b}{ma}.\,p$,

cui oculum immediate adplicari oportet.

IV. Pro ſpatio conſpicuo iam inuenimus ſemidiametrum

$$\zeta = \frac{12}{41ma - 53.b}\, a\, b$$

ſeu angulum

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{12b}{41ma - 53b};$$

priore ſcilicet modo aeſtimatur, ſi inſtrumentum vt microſcopium ſpectetur; poſteriore vero, ſi vt teleſcopium.

V. Quia capere licet

$x = 0,1506.p$ erit $y = \frac{0,1506.b}{ma}.p$

et menſura claritatis $= \frac{2,015}{ma}.b.p$

ſi ſcilicet diſtantiae in digitis exprimantur, vnde patet, quo maius capiatur p, eo maiorem prodire claritatem, ſed memniſſe oportet, p valde paruum prae a eſſe debere.

VI. Longitudo denique totius inſtrumenti erit

$$5\tfrac{4}{5}p - 6\,\frac{b}{ma}.p.$$

Coroll. 1.

121. Quodſi hoc inſtrumentum tanquam microſcopium ſpectare velimus, primo quidem diſtantia a tam magna eſſe debet, vt eius exigua portio ſufficiat pro lente obiectiua conſtruenda; tum vero ſumi ſolet

solet $b = 8$ dig.' ad quam distantiam multiplicatio m referri solet, atque ex multiplicatione hoc modo aestimata in calculum ingreditur $\frac{b}{ma}$. Sin autem vt telescopium spectare velimus et distantia a tam sit magna, vt etiam valor p satis magnus accipi possit, tum sumi solet $b = a$, nihilque aliud in formulis inventis mutandum occurrit, ita, vt totum discrimen in varia ratione multiplicationem aestimandi consistat.

Coroll. 2.

122. Quo hoc clarius perspiciatur, statuamus $\frac{ma}{b} = \zeta$, vnde constructio plene determinatur, ac si instrumentum vt microscopium spectetur, aestimari solet multiplicatio $m = \frac{b\zeta}{a} = \frac{8\zeta}{a}$ sin autem vt telescopium spectetur, tum dicetur multiplicatio esse $m = \zeta$ sicque totum discrimen ad diuersitatem loquendi reuocatur.

Coroll. 3.

123. Pro telescopiis mensura claritatis pro lubitu atque adeo vsque ad vnitatem seu claritatem plenam augeri potest; tantum enim opus est, vt capiatur $p = \frac{m}{3,314} = \frac{m}{3}$. Vulgo autem contenti esse solemus claritate $= \frac{2}{3}$ ita, vt tum sumi debeat $p = \frac{2m}{11}$. Pro microscopiis autem tantam claritatem obtinere non licet, quia enim ob $b = 8$ mensura claritatis fit $\frac{24}{m}.\frac{p}{a}$ et fractio $\frac{p}{a}$ necessario valde est parua, quo maior

ior multiplicatio desideratur, eo minorem claritatem prodire necesse est.

Scholion.

124. En ergo praeter omnem exspectationem elegantem constructionem telescopii quod in ratione quacunque obiecta amplificat et cuius constructio sequenti modo se habebit:

Proposita scilicet multiplicatione m capiatur distantia focalis $p = \frac{2m}{15}$ dig. vt scilicet mensura claritatis prodeat $= \frac{2}{5}$.

Constructio Telescopii ab omni confusione liberi.

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,0803.\, m.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = 0,5881.\, m.\ \text{dig.} \end{cases}$

distantia focalis $= \frac{2m}{15}$ dig.
aperturae semidiameter $x = 0,0201.\, m.$ dig. $= \frac{m}{50}$ dig.
interuallum ad lentem sequentem erit

$= \frac{2m}{135} = 0,01481.\, m.$ dig.

II. Pro lente secunda ex vitro chrystallino facienda erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,16961.\, m\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = -0,16060.\, m\ \text{dig.} \end{cases}$

cuius

cuius distantia focalis $q = -0,1422\,m$.
eique apertura tribuitur aliquanto maior, quam primae.
Interuallum ad lentem sequentem

$$= (0,7111.\,m - 0,8.)\ \text{dig.}$$

III. Pro lente tertia, cuius distantia focalis est

$$= -\tfrac{4}{5}\ \text{dig.} = -0,8\ \text{dig.}$$

si ergo haec lens ex vitro coronario paretur, erit
radius faciei vtriusque $= -0,848$ dig.
sin autem ex vitro communi, vbi $n = 1,55$; erit
radius faciei vtriusque $= -0,88$ dig.
sin autem ex vitro chrystallino; erit
radius faciei vtriusque $= -0,928$ dig.
cui oculus immediate adplicetur.

IV. Semidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = \frac{12}{48m - 53};$$

in mensura angulorum autem erit

$$\Phi = \frac{41244}{48m-53}\ \text{min.}$$

siue proxime $\frac{850}{m-1}$ min.

V. Longitudo denique totius huius telescopii erit

$$= (0,7259.\,m - 0,8)\ \text{dig.}$$

Hoc ergo telescopium non tam ob breuitatem est commendandum, quam ideo, quod constructio eius practi-

ca non tantis difficultatibus fit inuoluta, quam multo breuiora, quae fupra funt inuenta, propterea quod littera λ' non multum ab vnitate difcrepat; quae ergo commendatio etiam pro microfcopiis huius generis valet.

Euolutio fecundi cafus (conf. §. 108.) quo litterae A valor negatiuus tribuitur.

125. Hoc cafu an littera $\mathfrak{A}$ habitura fit valorem pofitiuum an negatiuum, incertum eft; at littera B nunc debet effe pofitiua et cum ob eandem rationem, vt cafu praecedente, littera q prae $r = 1$ vt euanefcens fpectari poffit, erit

$$B = \frac{N'}{N(1+A)P - N'}$$

vbi debet effe $P < 1$ ficque multo magis erit $(1+A)P < 1$. ex quo perfpicuum eft, litteram N maiorem effe debere, quam N'. Quare primam lentem ex vitro chryftallino, fecundam vero ex coronario confici oportebit, vt fit

$$N : N' = 10 : 7 \text{ ideoque } B = \frac{7}{10(1+A)P - 7};$$

vnde neceffe eft, vt fit

$$P > \frac{7}{10(1+A)} \text{ fimul vero } P < 1;$$

vnde fequitur effe debere

$$7 < 10(1+A) \text{ feu } 1+A > \tfrac{7}{10}.$$

Pona-

Ponamus ergo $A = -\alpha$, ſumique debet $\alpha < \frac{3}{10}$ et quidem α notabiliter minus capi debet, quam $\frac{3}{10}$, quia alioquin P nimis parum ab vnitate deficere deberet et interuallum duarum priorum lentium prodiret nimis paruum. Cum autem α fractio ſit ſatis exigua; fiet $\mathfrak{A} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$ hincque diſtantia focalis primae lentis $p = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot a$. Interuallum vero binarum priorum lentium

$$= -\alpha a \left(1 - \frac{1}{P}\right) = \alpha a \left(\frac{1}{P} - 1\right)$$

quod parti ſiue ſeptimae ſiue octauae diſtantiae $\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot a$ aequetur quod fit ſi ſumetur $P = \frac{8}{9}$; ita, vt eſſe debeat $\alpha < \frac{17}{85}$ et ne tam anxie huic rationi 7 : 10 inhaereamus, ſi ſumamus $\alpha = \frac{1}{8}$ fiet $B = \frac{119}{11} = 17$; Capiamus autem potius

$$\alpha = \frac{1}{7} \text{ fietque } B = \frac{442}{39} = 11.\frac{4}{13}.$$

Tuto igitur ponere poterimus $B = 12$, vt ſit $\mathfrak{B} = \frac{12}{13}$; tum vero $A = -\frac{1}{7}$ et $\mathfrak{A} = -\frac{1}{6}$ hincque diſtantiae focales

$$p = -\frac{1}{6} a; \; q = \frac{27}{168} \cdot a \text{ et } r = -\frac{12}{7} \cdot \frac{b}{m};$$

deinde lentium interualla

$$\text{I et II} = \frac{1}{18} a.; \; \text{II et III} = \frac{27}{14} a - \frac{12 b}{7 m}.$$

Nunc vero ex aequatione fundamentali colligemus

$$\mathfrak{q} = -\frac{15 b}{108 ma - 55 b} \text{ hinc } \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{108 ma - 108 b}{108 ma - 55 b};$$

vnde deducitur ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{108}{101\,ma - 95\,b} \cdot ab\,\xi = \frac{27\,ab}{106\,ma - 95\,b},$$

ſumto ſcilicet

$$r = 1 \text{ et } \xi = \tfrac{1}{4}.$$

Expreſſio porro pro ſemidiametro confuſionis eſt

$$\frac{m x^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right) - \frac{\mu'}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{A^3 B \cdot PQ}\right)$$

quae ad nihilum redigatur. Hunc in finem notetur, litteras μ et ν ad vitrum chryſtallinum, litteras vero μ' et ν' ad coronarium referri; tum vero capi poterit $\lambda' = 1$ ac ſi tertia lens etiam ex vitro coronario fiat vt ſit $\mu'' = \mu'$ ſumi debet $\lambda'' = 1,60006$ hincque definiri poterit numerus λ hoc modo

$$-\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} - \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} = -\frac{\mu'}{\mu A^3 P}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{\mu A^3 B \cdot PQ}$$

ſiue

$$\lambda = 0{,}0491 + \frac{\mu'}{\mu}\left(\frac{343 \cdot 2107}{152 \cdot 1728} + \frac{343 \cdot 1{,}3079 \cdot 2116}{152 \cdot 144} - \frac{343 \cdot 1{,}60006}{216 \cdot 1728} \cdot \frac{b}{ma}\right).$$

quae euoluta praebet

$$\lambda = 0{,}0491 + 2{,}5709 + 0{,}0401$$

neglecto termino vltimo; ſeu

$$\lambda = 2{,}6601. \text{ vnde colligitur}$$

$$\tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}1306.$$

Hincque pro prima lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho) - 1{,}1306} = \frac{p}{0{,}6923} = 1{,}4444 \cdot p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho) + 1{,}1306} = \frac{p}{1{,}0318} = 0.\,9692.\,p.$$

Pro

Pro lente ſecunda autem ex vitro coronario paranda ob $\mathfrak{B} = \frac{12}{13}$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,3370} = 2,9673 . q$

poſter. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,5498} = 0.6452 . q$

vnde habetur ſequens

Conſtructio microſcopiorum huius ſpeciei pro quauis multiplicatione *m*.

126. Conſtituta pro lubitu diſtantia obiecti $= a$ habebitur

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino facienda, cuius diſtantia focalis eſt $p = -\frac{1}{5} a$.

erit radius faciei

anter. $= -0,2407 . a$

poſter. $= -0,1615 . a$

cuius aperturae ſemidiameter ſumi poterit

$x = 0,0404 . a.$

niſi forte ſecunda lens minorem poſtulet.

Interuallum ad lentem ſecundam $= \frac{1}{56} a = 0,0178 . a$

II. Pro ſecunda lente ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{27}{182} . a$,

erit radius faciei

anter. $= 0,4402 . a$

pofter. $= 0,0957 . a$

cuius aperturae femidiameter maior effe nequit, quam $0,0239 . a$; cui ergo etiam pro prima lente valor ipfius x aequari debet.

Interuallum vero ad lentem tertiam erit

$$\frac{27}{14} a - \frac{12.b}{7.m} = 1,9285 . a - \frac{12.b}{7.m}.$$

III. Pro tertia lente, cuius diftantia focalis eft

$$r = - \frac{12}{7} . \frac{b}{m} = - \frac{56}{7.m} \text{ dig.} = - \frac{15,71}{m} \text{ dig.}$$

fi ex vitro coronario paretur, erit

radius faciei vtriusque $= \frac{14,52}{m}$ dig.

fin autem ex vitro communi $n = 1,55$ paretur, erit

radius vtriusque faciei $= \frac{15,28}{m}$ dig.

at fi ex vitro chryftallino paretur, erit

radius vtriusque faciei $= \frac{15,60}{m}$ dig.

IV. Spatii porro in obiecto confpicui erit femidiameter

$$\zeta = \frac{27ab}{101 ma - ,5 b} = \frac{54}{27 ma - 190} \text{ dig.}$$

V. Cum

V. Cum autem hic fit

$x = 0,0239 \cdot a$ erit $y = \frac{b.x}{ma} = \frac{0,1012}{m}$

hincque menfura claritatis erit $20y = \frac{2,024}{m}$.

Coroll. 1.

127. Ne ambae lentes priores fiant nimis parvae, diftantia obiecti a neceffario modicae magnitudinis ftatui debet, veluti fi nolimus, vt vllus radius faciei minor fit parte decima digiti pofito minimo radio $0,0957 \cdot a = \frac{1}{10}$ fiet $a = \frac{1}{0,957}$ feu diftantiam a minorem vno digito capi non conueniet.

Coroll. 2.

128. Si ergo fumatur $a = 1\frac{1}{2}$ dig. quo cafu primae lentes adhuc commode parari poterunt, longitudo totius inftrumenti fiet circiter 3 dig. et cum diftantia focalis lentis tertiae fit $-\frac{1,371}{m}$ dig. apparet, multiplicationem vix vltra 100 extendi poffe, quia alioquin haec lens fieret nimis parua; quod exiguum eft vitium.

Scholion.

129. Quodfi ingentes multiplicationes defideremus, omnia haec microfcopia ifto laborant vitio, quod lens ocularis nimis exigua requiratur et inter ea, quae § 114. in Exempl. II. funt defcripta, hac praerogati-

va

va gaudent, quod diſtantia focalis tertiae lentis ſit $-\frac{40}{m}$ dig. quae ergo ad multiplicationem $m = 400$ accommodari poterunt; at in primo exemplo quod ob nimis magnam inſtrumenti longitudinem reiiciendum videbatur, multiplicatio multo longius augeri poteſt, cum enim ibi diſtantia focalis tertiae lentis eſſet $-\frac{216}{m}$ dig. ea hoc lucrum nobis praeſtat, vt multiplicatio vltra 1000 poſſit augeri; ita, vt hoc lucro illud incommodum maxime compenſetur. Ex quo colligere licet ingentes multiplicationes huiusmodi microſcopiis produci non poſſe, niſi eorum longitudo valde fiat magna, ad quod neceſſe eſt, vt littera B valde magnum obtineat valorem, id quod quidem facillime praeſtatur in priore praecipue caſu, vbi neglecto q erat $B = \frac{10}{7(A+1)P-10}$ hinc enim ſumto $A = \frac{1}{5}$ et $P = \frac{7}{6}$ prodit $B = -50$ ac ſi manente $A = \frac{1}{5}$ capiatur $P = \frac{33}{28}$ orietur $B = -100$, ita, vt tum foret diſtantia focalis tertiae lentis

$$r = -\frac{20.b}{m} = -\frac{160}{m}$$

ideoque multiplicatio longe vltra 1000 augeri poſſet. Tum autem longitudo inſtrumenti foret

$$-\frac{AB}{P}\left(1-\frac{1}{Q}\right) = 20 \text{ digit.}$$

quae quidem facile admitti poſſet. Verum hic perpendendum eſt, ſi litteris A et P iſti valores tribuantur, facile fieri poſſe, vt valor litterae B reuera non ſolum

ſolum in infinitum vsque augeatur, ſed etiam poſitiuus euadat, ſi ſcilicet vera ratio numerorum N et N′ tantillo minor fuerit, quam 7:10. Quamobrem eo maiorem operam adhibeamus in microſcopiis duorum reliquorum generum euoluendis. Interim tamen etiam maximas multiplicationes ſequenti modo non incongrue producere licebit.

Problema 3.

130. Microſcopia huius generis conſtruere, quae ad maximas multiplicationes producendas ſint accommodata.

Solutio.

Cum totum negotium eo redeat, vt littera B praegrandem valorem nanciſcatur; id duplici modo obtineri poteſt, prouti vel prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino conficiatur vel vice verſa prima lens ex chryſtallino, ſecunda vero ex coronario. Hos ambos caſus ſeorſim pertractaſſe operae erit pretium.

Caſus I. quo prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino paratur.

Cum hoc caſu habeatur $B = \frac{10}{7(1+\lambda)P-10}$; denominator hic prorſus ad nihilum redigatur, vt valor ipſius B infinitus euadat; tum enim facile intelligitur, praegrandem eius valorem ſcopo noſtro etiam eſſe ſatisfacturum, praecipue cum etiam caſu, quo vera ra-

tio numerorum N et N′ a ratione aſſumta 7: 10 parumper diſcrepat, valor litterae B tantum valde magnus erit proditurus. Ponamus igitur $P = \frac{8}{7}$, quoniam ob neceſſarium binarum priorum lentium interuallum hic valor non commode minor ſtatui poteſt, ac tum eſſe oportebit $A = \frac{1}{4}$, at ſi forte vti probabile videtur, diſcrimen refractionis non ſit tantum, vti aſſumimus, conueniet A aliquanto minus aſſumi; ſtatuamus ergo $A = \frac{1}{5}$, vt ſaltem valor ipſius B certe valde magnus ſit prodicturus, ita, vt habeamus

$$A = \frac{1}{5}; \quad \mathfrak{A} = \frac{1}{6};$$

$$P = \frac{8}{7} \text{ et } Q = \frac{7ma}{8b} \text{ ob } PQ = \frac{ma}{b};$$

hincque erit

$$p = \frac{1}{6}a; \quad q = -\frac{8\mathfrak{B}}{35} \cdot a \text{ et } r = \frac{B}{5} \cdot \frac{b}{m}.$$

Hic igitur curandum eſt, vt lens tertia non fiat nimis parua, etiamſi multiplicatio m maxima ſtatuatur, quare ſumamus multiplicationem eſſe debere $m = 1000$ et cum diſtantia obiecti a vix minor vno digito eſſe poſſit, ne primae lentes fiant nimis exiguae, ſumamus $a = 1$ dig. et cum ſufficiat, ſtatuiſſe $r = -\frac{1}{2}$ dig. ob $b = 8$ dig. fiet hinc $B = -\frac{625}{2}$, qui valor certe eſt ſatis magnus. Statuamus igitur porro $B = -300$, vt ſit

$$\mathfrak{B} = \frac{300}{299} \text{ eritque } q = -\frac{480}{7 \cdot 299} \cdot a \text{ ſeu}$$

$$q = -\frac{480}{2093} \cdot a \text{ et } r = -\frac{480}{m} \cdot \text{dig.}$$

Tum

Tum vero interualla lentium erunt

I et II $= \frac{1}{48} . a$;

II et III $= 60 \left(\frac{7}{8} - \frac{b}{m a}\right) a = \left(\frac{105}{2} . a - \frac{480}{m}\right)$ dig.

Circa ſpatium in obiecto conſpicuum nihil fere in praecedentibus formulis erit mutandum; inuenietur enim

$$\zeta = \frac{1}{4} . \frac{7ab}{7ma - 8b} = \frac{14a}{7ma - 64} . \text{ dig.}$$

Pro apertura autem primae lentis definienda ſemidiametrum confuſionis ad nihilum redigamus ope huius aequationis:

$$0 = \mu (216 \lambda + 30 \nu) - \frac{7 . 125}{8} \mu' (0,99 \lambda' - 0,0008)$$

Hinc ſi ſumamus $\lambda = 1$, erit

$$0,99 \lambda' = 0,0008 + \frac{\mu}{\mu'} . 2,0351 = 2,3044;$$

adeoque

$$\lambda' = 2,3276; \text{ ex quo fit } \tau \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,0111.$$

Vnde huius ſecundae lentis conſtructio erit:

radius ſcilicet faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + 1,0111} = \frac{q}{1,1477} = 0,8713 . q$$

(9,9401715)

$$\text{poſter} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - 1,0111} = \frac{q}{0,5764} = 1,7349 . q$$

(0,2392759)

Pro prima autem lente ex vitro coronario ob $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ et $\lambda = 1$

 erit

erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,4212} = 0,7036.\, p.$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,4656} = 2,1478.\, p.$$

Casus posterior, quo prima lens ex vitro chrystallino, secunda ex coronario paratur.

Cum hoc casu sit $B = \frac{7}{10(1+A)P - 7}$; denominator iterum ad nihilum redigatur et cum P debeat esse vnitate minus sumatur $P = \frac{7}{8}$ eritque $A = -\frac{1}{5}$; at ob rationem supra allegatam sumatur $A = -\frac{1}{6}$, vt sit $\mathfrak{A} = -\frac{1}{5}$ hincque distantiae focales

$$p = -\tfrac{1}{8}\, a;\; q = \tfrac{4\mathfrak{B}}{81}.\, a \text{ et } r = -\tfrac{B}{6}.\, \tfrac{b}{m}.$$

Hic iterum faciamus, vt pro multiplicatione $m = 1000$ prodeat circiter $r = -\frac{1}{8}$ dig. atque hinc prodibit $B = 375$. Sumamus igitur $B = 300$, vt ante fietque

$$\mathfrak{B} = \tfrac{300}{301} \text{ et ob } P = \tfrac{7}{8} \text{ erit } Q = \tfrac{8ma}{7b};$$

atque hinc distantiae focales

$$p = -\tfrac{1}{8}\, a;\; q = \tfrac{4}{81}.\, \tfrac{300}{301}.\, a;\; r = -\, 50.\, \tfrac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium erunt

$$\text{I et II} = \tfrac{1}{45}\, a; \text{ atque}$$

$$\text{II et III} = 50\left(\tfrac{8}{7} - \tfrac{b}{ma}\right) a = \tfrac{400}{7}\, a - \tfrac{50b}{m}$$

$$= \left(57\tfrac{1}{7}\, a - \tfrac{400}{m}\right) \text{dig.}$$

Pro

Pro ſpatio autem in obiecto conſpicuo erit

$$\zeta = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{8ab}{8ma - 7b} = \frac{2a}{ma - 7} \text{ dig.}$$

quod ſpatium aliquantillo minus eſt, quam caſu praecedente. Pro apertura denique primae lentis definienda ſemidiameter confuſionis iterum ad nihilum redigatur, quod fit hac aequatione:

$$\mu\,(125\,\lambda - 30\,\nu) = \mu' . \frac{8,216}{7} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} \right)$$

ex qua ſumto $\lambda' = 1$. colligitur

$$125\,\lambda = 7,587 + \frac{\mu'}{\mu} . 246,857 . 1,0107 = 290,007$$

hincque

$\lambda = 2,3200$; adeoque $\tau \surd (\lambda - 1) = 1,0082$.

Pro prima igitur lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - \tau\surd\lambda - 1} = \frac{p}{0,2862} = 3,4942 . p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + \tau\surd\lambda - 1} = \frac{p}{1,4378} = 0.6955 . p$$

Pro ſecunda autem lente, cuius diſtantia focalis eſt q, et numeri $\mathfrak{B} = \frac{200}{381}$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,23151} = 4,3197 . q$$

(0,6354489)

$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,65533} = 0,6041 . q$$

(9,7811232)

Quod ad reliqua momenta attinet, ea in ſequentibus conſtructionibus accuratius definiemus.

Conſtructio prioris microſcopii huius generis.

131. Poſita obiecti diſtantia $= a$, conſtructio ſequenti modo ſe habebit.

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis $p = \frac{1}{8} a$, erit radius faciei

anter. $= 0,1173. a$; poſter. $= 0,3579. a$.

Aperturae ſemidiameter ſumi poterit $x = 0,0293. a$ et diſtantia ad lentem ſecundam $= \frac{1}{40}. a = 0,025\ a$

II. Pro ſecunda lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis $q = -\frac{410}{8393}. a$

erit radius faciei

anter. $= -0,1998. a$
poſter. $= -0,3979. a$

Eius aperturae ſemidiameter $x = 0,0499. a$, qui cum ſit maior. quam in prima lente, valor ille ipſius x valet et diſtantia ad lentem ocularem

$= 52\frac{1}{8} a - \frac{480}{m}$ dig.

III. Pro lente oculari, cuius diſtantia focalis eſt $r = -\frac{480}{m}$ dig. erit, ſi haec lens ex vitro coronario paretur,

radius faciei vtriusque $= -\frac{508,40}{m}$ dig.

ſin autem ex vitro chryſtallino conficiatur, erit

radius vtriusque faciei $= -\frac{556,80}{m}$ dig.

eius

eius aperturae semidiameter sumi poterit $x = \frac{120}{m}$ dig. cui lenti oculus immediate est applicandus.

IV. Spatii in obiecto conspicui semidiameter erit $\zeta = \frac{14.a}{7ma-64}$ dig.

V. Pro claritate cum sit $x = 0,0293.a$ erit

$y = \frac{bx}{ma} = \frac{0,2344}{m}$ dig.

hincque mensura claritatis $= \frac{4,688}{m}$.

VI. Ne priores lentes nimis fiant paruae, distantia obiecti a vix infra digitum sumi posse videtur, nisi forte artifex lenticulas adhuc minores exacte elaborare valeat; quo casu distantia obiecti vno digito minor sicque longitudo instrumenti contrahi poterit.

Constructio Microscopii posterioris huius generis.

132. Posita iterum obiecti distantia $= a$, constructio ita se habebit

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino facienda, cuius distantia focalis $p = -\frac{1}{3}a$,

erit radius faciei

anter. $= -0,6988.a$

poster. $= -0,1891.a$

Eius

Eius aperturae semidiameter $x = 0,0348.a$ nisi lens secunda minorem aperturam postulet.

Interuallum ad lentem secundam $= \frac{1}{48} a$.

II. Pro lente secunda ex vitro coronario facienda, cuius distantia focalis est

$$q = \frac{4}{17} \cdot \frac{100}{301} \cdot a = \frac{400}{5117} a,$$

erit radius faciei

anter. $= 0,8201.a$

poster. $= 0,1147.a$

Eius aperturae semidiameter $x = 0,02.86.a$ vnde etiam prioris lentis apertura maior accipi non poterit, ita, vt sumi debeat $x = 0,0286.a$.
Distantia ad lentem ocularem

$$= 57\tfrac{1}{7} a - \frac{400}{m} \text{dig.}$$

III. Pro lente oculari, cuius distantia focalis est $r = -\frac{400}{m}$ dig. si ea ex vitro coronario paretur,

radius vtriusque faciei esse debet $-\frac{424}{m}$ dig.

fin autem ea ex vitro chrystallino fiat, erit is

$$= -\frac{464}{m} \text{dig.}$$

Eius aperturae semidiameter capi poterit $x = \frac{100}{m}$ dig. huicque lenti oculus immediate est applicandus.

IV. Pro spatio in obiecto conspicuo reperimus eius semidiametrum $\zeta = \frac{2a}{ma-7}$ dig.

V. Pro

V. Pro claritate cum hic fit

$x = 0,0286 . a$, erit $y = \frac{0,2288}{m}$.

et menſura claritatis $= \frac{4,576}{m}$.

VI. Cum hoc caſu lentes priores aliquanto ſint maiores, quam caſu praecedente reſpectu ſcilicet diſtantiae a; hoc caſu nihil impedit, quominus diſtantia a vno digito minor capiatur ſicque longitudo inſtrumenti facile ad praecedentem reuocabitur.

Scholion.

133. En ergo duas adhuc huiusmodi microſcopiorum ſpecies, quae ſupra allatis ideo longe ſunt anteferendae, quod etiam ad maximas multiplicationes accommodari queant. Ingens autem horum inſtrumentorum longitudo merito non parum incommoda videbitur; verum ſi artifici ſuccedat binarum lentium priorum elaboratio, pro diſtantia $a = \frac{1}{2}$ dig. longitudo duorum pedum facile tolerari poterit. Cum autem hic duplici vitro ſimus vſi, operae quoque pretium erit inueſtigare, quanta ſit futura altera confuſio, praeter marginem coloratum ex diuerſa refractione oriunda; quem in finem ſpectari debebit haec aequatio

$$0 = N \frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2} . \frac{1}{q} + \frac{N''}{P^2 Q^2} . \frac{1}{r}$$

cuius vltimus terminus manifeſto euaneſcit prae prioribus; ita, vt haec conditio poſtulet,

$$0 = N . \frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2} . \frac{1}{q} .$$

Cum nunc pro priore casu sit $N = 7$, $N' = 10$, $p = \frac{5}{8} a$ et $P = \frac{5}{7}$ et $q = - \frac{450}{1597} . a$ haec formula fiet $6 - \frac{14658}{3572}$ cuius posterior terminus quia fere priorem tollit, manifestum est, hinc nullam plane confusionem esse metuendam. Pro altero vero casu, quo est $N = 10$, $N' = 7$, $P = \frac{7}{11}$; $p = - \frac{1}{5} a$; $q = \frac{490}{1107} a$ formula illa fiet $- 50 + \frac{1204}{25}$ cuius bina membra inter se tenent rationem 25 : 24 hoc est tantum non rationem aequalitatis; ita, vt se mutuo destruere sint censenda, hocque casu altera confusio adeo penitus quasi euanescat, sicque posteriori casu confusio ex hoc fonte oriunda multo adhuc minor erit, quam casu priori, ita, vt ob hanc potissimum caussam posterior conditio priori anteferenda videatur.

SECTIO

SECTIO TERTIA.

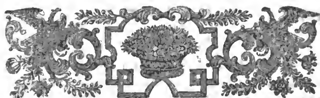
DE

MICROSCOPIIS COMPOSITIS,

IN QVIBVS VNICA IMAGO REALIS OCCVRRIT;

QVO OMNIA MICROSCOPIA HVCVSQVE VSITATA SVNT REFERENDA.

V 2



CAPVT I.
DE MICROSCOPIIS SIMPLICIORIBVS HVIVS GENERIS.

Praemonitum.

§. 134.

Quoniam in hoc microscopiorum genere obiecta situ inuerso repraesentantur; in formulis nostris generalibus vbique loco m scribi debet $-m$ ac praeterea etiam litterae q, r, s, t etc. omnes negatiue sumi debent.

Problema 1.

135. Microfcopium huius generis fimpliciffimum, quod tantum ex duabus lentibus conftet, conftruere eiusque qualitates defcribere.

Solutio.

Cum ergo hic duae tantum lentes occurrant inque earum interuallo imago realis reperiatur, habebit littera P valorem negatiuum, qui fit $= -k$, ita, vt pro multiplicatione habeatur $m = \frac{k.b}{a}$ feu $k = \frac{ma}{b}$, fcilicet denotante a diftantiam obiecti, α diftantiam imaginis poft lentem obiectiuam et b diftantiam lentis ocularis poft imaginem, erit quoque $k = \frac{\alpha}{b}$. Tum vero introducta littera $A = \frac{\alpha}{a}$; erit diftantia focalis primae lentis $p = \mathfrak{A}\, a$ et fecundae lentis

$$q = \frac{A a}{k} = \frac{A.b}{m};$$

harumque lentium interuallum

$$= A\, a \left(1 + \frac{1}{k}\right) = A\, a \left(1 + \frac{b}{ma}\right)$$

quod ergo vt fit pofitiuum, numerus A debet effe pofitiuus ideoque etiam $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$ erit pofitiuus, ita, vt ambae lentes debeant effe conuexae. Deinde erit fpatii in obiecto confpicui femidiameter

$$z = \frac{1}{ma+b} \cdot a\, b\, \xi$$

vbi

vbi sumi solet $\xi = \frac{1}{4}$ et vt capi possit $q = 1$, lentem ocularem vtrinque aeque conuexam statui conuenit, ita, vt habeatur

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{ma + b}.$$

Pro loco autem oculi inueniemus distantiam

$$O = \frac{b}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = q\left(1 + \frac{b}{ma}\right) = \frac{Ab}{m}\left(1 + \frac{b}{ma}\right),$$

quoniam hoc casu fit

$$M = \frac{b}{ma + b} \text{ ob } q = 1.;$$

quo cognito examinemus aequationem, qua margo coloratus destruitur, quae postulat, vt sit

$$o = \frac{N'q}{k}; \text{ seu } o = \frac{b}{ma},$$

quod cum fieri nequeat, euidens est, marginem coloratum hoc casu tolli non posse. Quodsi ergo hunc marginem tolerare velimus, consideremus etiam aequationem pro altera confusione tollenda

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{a^3} + \frac{\nu}{Aa^2}\right) + \frac{\mu'\lambda'}{A^3 k}\right) = \frac{1}{k^3}$$

quae ergo confusio ad nihilum redigi nequit; vnde nulla ratio suadet, duas vitri species adhibere; cum autem lens ocularis debeat esse vtrinque aequaliter conuexa, sumi debebit $\lambda' = 1 + \left(\frac{\sigma - \rho}{2\tau}\right)^2$ deinde pro priori lente sumi conuenit $\lambda = 1$, quo tota confusio minor reddatur hincque definiatur semidiameter aperturae primae lentis x; quo cognito erit $y = \frac{bx}{ma}$ et men-

menſura claritatis $= 20 y = \frac{20 h x}{m u}$. Pro microſcopiis quidem ſumi ſolet $k = 20$. Verum hic nihil adhuc definiamus, cum ſine dubio praeſtaret, ſi valor ipſius k ad 50 vsque augeri poſſet, vti in teleſcopiis fecimus.

Coroll. 1.

136. Cum ſit $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$ ideoque vnitate minus manifeſtum eſt, quo magis $\mathfrak{A}$ ad vnitatem accedat, eo minorem fore confuſionem ideoque pro x eo maiorem valorem inuentum iri. Cum igitur hoc eueniat, ſi A ſit numerus magnus, hoc caſu inſuper alterum membrum in expreſſione pro confuſione fiet minimum.

Coroll. 2.

137. Cum igitur A adhuc arbitrio noſtro ſit permiſſa, eius valorem ſatis magnum aſſumi conueniet. Interim tamen longitudo inſtrumenti prohibet, ne litterae A valorem nimis magnum tribuamus; longitudo haec ſcilicet eſt ſpectanda, quae proxime erit A a; quocirca ex maxima longitudine, quam admittere voluerimus, littera A definiatur.

Coroll. 3.

138. Cum deinde etiam diſtantia obiecti a arbitrio noſtro relinquatur, ob rationem iam allatam non conueniet hanc diſtantiam nimis magnam ſtatuere, ſed

ſed potius praeſtabit, eam tam paruam aſſumere, quam circumſtantiae permittunt; videtur autem haec diſtantia a vix infra dimidium digitum commode diminui poſſe.

Scholion.

139. Quodſi ad has circumſtantias non attendamus, binae lentes pro lubitu aſſumi poterunt atque tum adeo earum interuallum definire licebit, vt datam multiplicationem producant, quod quo clarius reddatur, ſpectemus ambas diſtantias focales p et q tanquam datas vna cum multiplicatione m. Cum igitur ſit $q = \frac{Ab}{m}$; inueniemus ſtatim $A = \frac{mq}{b}$ hincque $\mathfrak{A} = \frac{mq}{mq+b}$. Deinde cum ſit $p = \mathfrak{A} a$; hinc elicimus diſtantiam obiecti

$$a = \frac{p}{\mathfrak{A}} = \frac{mq+b}{mq} . p = (1 + \frac{b}{mq}) p.$$

Interuallum autem harum duarum lentium capi debebit

$$A a (1 + \frac{b}{ma}) = p + q + \frac{mpq}{b}.$$

Tum vero pro loco oculi erit

$$O = \frac{bq}{(mq+b)p} (p + q + \frac{mpq}{b}) \text{ et}$$

$$\zeta = \frac{1}{4} . \frac{(mq+b)p}{m(p+q+\frac{mpq}{b})}.$$

Denique cum A fit numerus fatis magnus, aperturam lentis obiectiuae tantam affumere licebit, vt fit eius femidiameter

$$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{bp^2q}{\mu\lambda(mq+b)}}$$

vnde concluditur menfura claritatis

$$= \frac{10.bq}{k(mq+b)}\sqrt[3]{\frac{bq}{\mu\lambda(mq+b)p}}$$

vnde intelligitur claritatem fieri eo maiorem, quo minor capiatur diftantia focalis primae lentis p et quo maior capiatur diftantia fecundae lentis q.

Exemplum.

140. Pofita diftantia obiecti $= a$, quae fiue fit vnius digiti fiue minor, arbitrio artificis relinquatur; ac ne pro maioribus multiplicationibus fecunda lens fiat nimis parua, fumamus $A = 40$ fietque interuallum lentium $= 40.a(1 + \frac{b}{ma})$ tum vero erit $\mathfrak{A} = \frac{40}{41}$; vnde pro apertura lentis obiectiuae habebimus hanc aequationem:

$$\frac{mx^3}{a^3b}\left(\mu\left(\frac{41^3}{40^3}\lambda + \frac{41\nu}{40^2}\right) + \frac{\mu'\lambda'.b}{40^3.ma}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vbi alterum membrum manifefto prae priori reiici poteft. Sumamus igitur $\lambda = 1$ et cum

$$\mu.\left(\frac{41^3}{40^3} + \frac{41.\nu}{40^2}\right)$$

fit proxime $= 1$ erit

$x =$

$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{a^2 b}{m}}$ hincque $y = \frac{b}{ka}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$

et mensura claritatis $= \frac{20b}{km}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$.

Quodsi ergo nunc vt in microscopiis fere fieri solet, sumatur $k = 20$, erit mensura claritatis $= \frac{b}{m}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$; ita, vt claritas decrescat in ratione $m^{\frac{4}{3}}$, cum in microscopiis simplicibus tantum decreuerit in ratione m. Denique pro loco oculi erit distantia

$$O = \frac{40b}{m}\left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

Scholion.

141. Diminutio claritatis, quae hoc casu prodiit, parum negotium turbaret, si modo distantia obiecti a satis parua caperetur; verum praecipuum vitium, quo haec microscopia laborant, in hoc consistit, quod obiecta insigni margine colorato cincta sint adparitura. Quare ante omnia erit curandum, vt ista microscopia ab hoc vitio liberentur, id quod alio modo praestari nequit, nisi insuper lentem introducendo, ita, vt huiusmodi microscopia ad minimum tribus lentibus constare debeant, et quoniam vitri diversitas hic parum subsidii adferre potest; primo quidem omnes has lentes ex eodem vitro parari assumamus. Tum vero duos casus hic examini subiici conueniet; alterum quo noua ista lens ante imagi-

nem realem, alterum vero, quo poſt eam collocatur; quos duos caſus in ſequentibus problematibus fuſius pertractemus.

Problema 2.

142. Microſcopium compoſitum ita ex tribus lentibus conficere, vt margo coloratus euaneſcat et lens media ante imaginem realem cadat.

Solutio.

Hoc ergo caſu cum habeantur tres lentes litterarum P et Q prior P poſitiuum retinebit valorem; poſterior vero Q negatiua ſtatui debebit. Ponatur igitur $Q = -k$ vt ſit multiplicatio $m = Pk.\frac{b}{a}$ ideoque $Pk = \frac{ma}{b}$; vnde diſtantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;\ r = -\frac{AB}{Pk}.a = -AB.\frac{b}{m}.$$

Deinde interualla lentium

$$\text{I et II} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$
$$\text{II et III} = -\frac{AB}{P}.a\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

quae vt ambo fiant poſitiua, primo $A\left(1 - \frac{1}{P}\right)$ debet eſſe poſitiuum; deinde etiam $-AB > 0$ ſiue AB quantitas negatiua; ita, vt ſi A fuerit numerus poſitiuus, tum debeat eſſe $P > 1$ et $B < 0$; ſin autem ſit $A < 0$; tum eſſe debeat $P < 1$ et $B > 0$. Nunc conſideremus ſpatium in obiecto conſpicuum, cuius ſemi-

ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{q+r}{ma+b} \cdot a\,b\,\xi = \mathrm{M}\,a\,\xi,$$

ita, vt ſit $\mathrm{M} = \frac{q+r}{ma+b} \cdot b$ vbi ſumi poterit $r = 1$, ſi quidem lens ocularis vtrinque fiat aequalis. Pro q autem habetur iſta aequatio $-\mathfrak{B}\,q = (\mathrm{P}-1)\,\mathrm{M}$. Deinde pro loco oculi fiat diſtantia $\mathrm{O} = \frac{rr}{\mathrm{M}a} \cdot \frac{b}{m}$ quae vt fiat poſitiua, neceſſe eſt, vt r ſit quantitas poſitiua, ideoque A B quantitas negatiua, vt iam notauimus. Tum autem margo coloratus deſtruetur, ſi fuerit

$$0 = \frac{q}{\mathrm{P}} + \frac{r}{\mathrm{PQ}} = \frac{q}{\mathrm{P}} - \frac{r}{\mathrm{PK}};$$

adeoque

$$k = \frac{r}{q} = \frac{1}{q} \text{ ob } r = 1. \text{ ſeu } q = \frac{1}{k}.$$

Hic igitur praeter exſpectationem nouus modus ſe offert iſta microſcopia multo magis perficiendi atque adeo campum viſionis duplicandi, id quod fit, ſi litterae q valor vnitati aequalis perinde ac litterae r tribuatur, ad quod neceſſe eſt, vt tam ſecunda, quam tertia lens fiant vtrinque aeque conuexae; quamobrem ponamus $k = 1$, vt fiat $q = r = 1$; hincque

$$\zeta = \frac{2}{ma+b}\,a\,b\,\xi = \frac{1}{4} \cdot \frac{2ab}{ma+b}.$$

Tum vero erit $\mathrm{P} = \frac{ma}{b}$; vnde quia $\mathrm{P} > 1$ erit $\mathrm{A} > 0$; et $\mathfrak{A} > 0$ et $\mathfrak{A} < 1$. ideoque $\mathrm{B} < 0$. Fiet autem

$$-\mathfrak{B} = \left(\frac{ma-b}{b}\right)\mathrm{M} = \frac{2(ma-b)}{ma+b} \text{ ob } \mathrm{M} = \frac{2}{ma+b} \cdot b;$$

ex quo ob $\frac{ma}{b}$ numerum praemagnum erit proxime $\mathfrak{B} = -2$ et $B = -\frac{2}{3}$ plane, vt requiritur. Tuto autem ſtatuere poterimus $\mathfrak{B} = -2$, etſi enim tum q aliquanto minor vnitate prodeat; ideoque margo coloratus non perfecte tollatur, manente ſcilicet $k = 1$; tamen defectus prior in campo viſionis vix erit ſenſibilis, praecipue pro magnis multiplicationibus, deinde iam ſaepius annotauimus non opus eſſe, vt margo coloratus penitus deſtruatur, quoniam locus oculi, ad quem refertur, non exiguam patitur latitudinem. Pro loco oculi vero nunc habebimus $O = \frac{r(ma+b)}{2ma}$.

Cum igitur nunc ſit

$$\mathfrak{B} = -2,\ B = -\tfrac{2}{3}.\ P = \tfrac{ma}{b} \text{ et } k = 1;$$

littera vero A ita arbitrio noſtro permittatur, vt tantum poſitiua accipi debeat; diſtantiae focales lentium ita ſe habebunt:

$$p = \mathfrak{A}\, a;\ q = \tfrac{2A.b}{m};\ r = \tfrac{2}{3}.\tfrac{Ab}{m} = \tfrac{1}{3} q$$

et diſtantia oculi

$$O = \frac{A(ma+b)b}{3m^2.a} = \frac{A(1+\frac{b}{ma})b}{3m}$$

ideoque proxime

$$O = \tfrac{Ab}{3m} = \tfrac{1}{2} r.$$

Interualla autem lentium nunc reperiuntur

$$\text{I et II} = Aa(1-\tfrac{b}{ma});\ \text{II et III} = \tfrac{4}{3}.\tfrac{Ab}{m};$$

ſicque

ficque tota longitudo

$$= \mathrm{A}\,a + \frac{2\mathrm{A}b}{3m}, \text{ exiftente } \zeta = \frac{1}{4}\cdot\frac{2ab}{ma+b}.$$

Nihil igitur aliud reftat, nifi vt aperturam primae lentis definiamus ex hac aequatione

$$\frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} + \frac{b}{\mathrm{A}^3 ma}\left(\frac{\lambda'}{2} - \frac{3\nu'}{4}\right) + \frac{27\lambda'' b}{8\mathrm{A}^3 ma}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vbi notandum eft, quia ambae pofteriores lentes debent effe vtrinque aequaliter conuexae, fore

$$\lambda' = 1 + \left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2 (1 - 2\mathfrak{B})^2 = 1 + 25.\left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2$$

$$\text{et } \lambda'' = 1 + \left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2.$$

At pro λ vnitatem fumi conuenit; tum ergo ob $\mathfrak{A} = \frac{p}{a}$ haec aequatio commode ita transformabitur

$$\frac{\mu m.a x^3}{p^3 b}\left(1 + \frac{\mathfrak{A}^2.\nu}{\mathrm{A}} + \frac{\mathfrak{A}^3.b}{\mathrm{A}^3.ma}\left(\frac{\lambda'}{2} - \frac{3\nu'}{4}\right) + \frac{27\mathfrak{A}^3.b.\lambda''}{8\mathrm{A}^3.ma}\right) = \frac{1}{k^3}$$

Ponamus nunc breuitatis gratia

$$1 + \frac{\mathfrak{A}^2.\nu}{\mathrm{A}} + \frac{\mathfrak{A}^3.b}{\mathrm{A}^3.ma}\left(\frac{\lambda'}{2} - \frac{3\nu'}{4}\right) + \frac{27.\mathfrak{A}^3 b\lambda''}{8\mathrm{A}^3 ma} = \Lambda$$

cuius valor vnitatem non nifi parum fuperabit, dummodo pro A numerus modicus affumatur. Quare cum μ femper fit numerus ab vnitate parum deficiens, ita, vt fumi poffit $\mu\Lambda = 1$ quocirca habebimus $x = \frac{p}{k}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$, vbi pro k fumi poteft 20 vel potius numerus adhuc maior, quo obiecta diftinctius repraefententur. Tum vero erit menfura claritatis

$$= \frac{20bb}{kma}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}.$$

Coroll.

Coroll. 1.

143. Cum adhuc littera A arbitrio noſtro ſit relicta; eam tantam aſſumi conueniet, vt diſtantia focalis r non fiat nimis exigua, etiam pro maximis multiplicationibus; ſcilicet vt pro multiplicatione $m = 1000$ diſtantia focalis lentis ocularis non infra $\frac{1}{8}$ dig. capi debeat, oportebit ſumere $A > 100$; vnde erit $\mathfrak{A} = \frac{100}{101}$.

Coroll. 2.

144. Neutiquam vero conſultum erit, litterae $\mathfrak{A}$ multo maiorem valorem tribuere, quia tum longitudo inſtrumenti nimium excreſceret; ſi enim poſito $A = 100$, diſtantia obiecti a vnius tantum digiti ſumeretur, longitudo inſtrumenti octo pedes eſſet ſuperatura; quare ſi velimus ſtatuere $A = 100$, neceſſe erit, vt diſtantia obiecti a ad dimidium digitum vel etiam $\frac{1}{4}$ dig. reducatur.

Coroll. 3.

145. At ſi diſtantia $a = \frac{1}{4}$ dig. nimis parua videatur, praeſtabit vtique aſſumere $A = 50$ quo caſu lens ocularis etiamſi millies multiplicemus, tamen vix infra $\frac{1}{4}$ dig. ſit reducenda quae magnitudo in praxi facile admitti poteſt, cum talis lens aperturam adhuc patiatur pupilla maiorem.

Coroll.

Coroll. 4.

146. At si tantum sumatur $A = 50$; tum erit $\mathfrak{A} = \frac{50}{51}$ ita, vt distantia focalis lentis obiectiuae p tantillo minor accipi debeat, quam distantia obiect. a, quam pro circumstantiis commode $= \frac{1}{5}$ dig. sumere licebit. Praeterea vero valor litterae A multo propius ad vnitatem reuocabitur, dum bina posteriora membra huius litterae plane pro euanescentibus haberi poterunt.

Scholion.

147. Haec microscopiorum species pleraque instrumenta, quae hodie sub titulo microscopiorum compositorum circumferuntur, in se complectitur, quae igitur pro eo melioribus sunt habenda, quo minus a constructione hic praescripta discrepant. Praecipua autem proprietas in hoc consistit, quod distantia focalis lentis mediae triplo maior sit, quam lentis ocularis haeque lentes ita disponantur, vt imago realis media interiaceat inter binas lentes oculares, siue, quod eodem redit, vt interuallum harum duarum lentium duplo maius sit, quam distantia focalis postremae lentis. Quo igitur constructionem horum microscopiorum clarius ob oculos ponamus, primo consideremus lentem obiectiuam, quae tantum a distantia obiecti a, quam pro lubitu assumere licet, pendet, cuius constructio si ex vitro communi, pro quo est $n = 1,55$, paretur, ita se habet:

Constructio lentis obiectiuae pro data distantia obiecti a ex vitro communi paranda:

Radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,2194} = 4,5579 \cdot p.$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,5987} = 0,6255 \cdot p.$$

vnde deducitur sequens

Constructio huiusmodi microscopiorum ex tribus lentibus compositorum.

Pro quauis multiplicatione.

148. Singulae hae lentes ex vitro communi, cuius refractio est $n = 1,55$ parentur et posita obiecti distantia $= a$, quam commode $= \frac{1}{2}$ dig. assumere licebit, erit

I. Pro lente prima, cuius distantia focalis est $p = \frac{50}{51} \cdot a$, sumatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,4668 \cdot a \\ \text{poster.} = 0,6130 \cdot a \end{cases}$

eius aperturae semidiameter statuatur

$$x = \frac{0,0980 \cdot a}{\sqrt[3]{m a}}.$$

et distantia ad lentem secundam $= 50 \cdot a - \frac{100}{m}$ dig.

II. Pro secunda lente, cuius distantia focalis est $q = \frac{100}{m}$ dig. sumatur

radius

radius vtriusque faciei $= \frac{110}{m}$ dig.

Aperturae semidiameter $= \frac{200}{m}$ dig.

et distantia ad lentem tertiam $= \frac{533}{m}$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius distantia focalis $r = \frac{267}{m}$ dig. erit

radius faciei vtriusque $= \frac{293}{m}$ dig.

eius aperturae semidiameter $= \frac{67}{m}$ dig.

et distantia ad oculum $= \frac{133}{m}$ dig.

IV. Spatii in obiecto conspicui semidiameter erit $\zeta = \frac{4a}{ma + 4}$ dig.

et instrumenti longitudo $= 50 \cdot a + \frac{267}{m}$ dig.

atque mensura claritatis

$$= \frac{16}{m \sqrt{m a}}.$$

Notari hic meretur primam lentem tantum a distantia obiecti a pendere eamque pro omni multiplicatione retineri posse; duas vero posteriores lentes tantum a multiplicatione pendere easdemque pro omni distantia obiecti a locum habere posse; vnde tantum pro variis aliquot multiplicationis gradibus praecipuis duas has lentes construi conueniet; veluti tabella subiuncta indicabit:

m	Diſtantia focalis. lentis II.	lentis III.	Diſtantia. II. et III.	Oculi.
50	16 dig.	5,33 d.g.	10,67 dig.	2,67 dig.
100	8	2,67	5,33	1,33
200	4	1,33	2,67	0,67
300	2,66	0,89	1,77	0,44
400	2,	0,67	1,33	0,33
500	1,40	0,53	1,07	0,27
600	1,33	0,44	0,88	0,22
800	1,	0,33	0,67	0,17
1000	0,8	0,27	0,53	0,13

Interim tamen deinceps oſtendemus, quemadmodum etiam iisdem ternis lentibus retentis microſcopia ad omnes multiplicationes accommodata conſtrui poſſint.

Scholion 2.

149. Formulae, ex quibus hanc microſcopiorum conſtructionem deduximus, ita ſunt generales, vt etiam ad teleſcopia accommodari queant. Cum enim tum ſit $a = \infty$, et $\mathfrak{A}\, a$ diſtantiam focalem lentis obiectiuae denotet, euidens eſt ſtatui debere $\mathfrak{A} = 0$ ideoque etiam $A = 0$; ita tamen, vt ſit $\mathfrak{A}\, a = p$ quare ob $b = a$, erunt diſtantiae focales duarum reliquarum lentium

$$q = -\frac{\mathfrak{B} p}{P} \text{ et } r = -\frac{B p}{P k} = -\frac{B p}{m};$$

ſiue

fiue ob

$$\mathfrak{B} = -2 \text{ et } B = -\tfrac{2}{3} \text{ erit}$$

$$q = +\tfrac{2p}{m} \text{ et } r = +\tfrac{2p}{3m} = \tfrac{1}{3} q$$

lentium porro interualla

$$\text{I et II} = p\left(1 - \tfrac{1}{m}\right)$$

$$\text{II et III} = \tfrac{4p}{3m} = 2r;$$

et diſtantia oculi

$$O = \tfrac{p(m+1)}{3m^2} = \tfrac{m+1}{2m} r;$$

vnde longitudo teleſcopii tota

$$= p\left(1 + \tfrac{2}{3m} + \tfrac{1}{3m^2}\right).$$

Tum vero ſemidiameter campi viſionis

$$\tfrac{\zeta}{a} = \Phi = \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{2}{m+1}.$$

Denique pro apertura determinanda habebitur

$$x = \tfrac{p}{k} \sqrt[3]{\tfrac{1}{m}} \text{ hincque } y = \tfrac{p}{km} \sqrt[3]{\tfrac{1}{m}}$$

et menſura claritatis $= \frac{10p}{km} \sqrt[3]{\frac{1}{m}}$.

Praeterea vero hic notaſſe iuuabit primo ſemidiametrum imaginis realis, qui cum in genere ſit $= AB\zeta$, erit is $= -\frac{p}{3(m+1)}$; quodſi enim in hoc loco diaphragma inferatur, eius foramen hinc determinari debet; deinde cum ſit ſemidiameter penicillorum radioſorum in oculum ingredientium $= y = \frac{p}{km} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{m}}$

 quo-

quoniam in loco oculi operculum ſtatui ſolet foraminulo pertuſum, eius ſemidiameter hinc determinabitur. Nihil autem impedit, quominus hoc foraminulum maius ſtatuatur. Cum vero in teleſcopiis detur

$$x = my, \text{ erit } p = kmy\sqrt[3]{m}.$$

Hinc igitur ſi vitro communi vtamur, cuius refractio eſt $n = 1,55$ ſequens naſcitur:

Conſtructio Teleſcopii aſtronomici.

tribus lentibus inſtructi

I. Pro prima lente, obiectiua, cuius diſtantia focalis eſt $p = kmy\sqrt[3]{m}$ ideoque datur,

erit radius faciei

anter. $= \frac{p}{1,6274} = 0,6145 \cdot p$

poſter. $= \frac{p}{0,1907} = 5,2438 \cdot p$

eius aperturae ſemidiameter $x = my$

et diſtantia ad lentem ſecundam $= p(1 - \frac{1}{m})$.

II. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{2p}{m}$ erit

radius vtriusque faciei $= \frac{11}{10} q = \frac{11 \cdot p}{5 \cdot m}$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} q$

et diſtantia ad lentem ocularem $= \frac{4p}{3m} = \frac{2}{3} q = 2r$.

III.

III. Pro lente oculari, cuius diſtantia focalis eſt

$$r = \frac{2p}{3m} = \frac{1}{3} q \text{ erit}$$

radius vtriusque faciei $= \frac{11}{10} r = \frac{11 p}{15 . m} = \frac{11}{30} q$;
eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} r$
et diſtantia ad oculum $= \frac{m+1}{2m} . r$.

IV. Longitudo ergo huius teleſcopii erit

$$p\left(1 + \frac{2}{3m} + \frac{1}{3m^2}\right)$$

et campi apparentis ſemidiameter

$$\Phi = \frac{1}{4} . \frac{2}{m+1} = \frac{1719}{m+1} \text{ minut.}$$

V. Si in loco imaginis realis, quae in medio puncto inter binas poſteriores lentes exiſtit, diaphragma conſtitui debeat, eius ſemidiameter eſſe oportet $= - \frac{p}{3(m+1)}$.

Problema 3.

150. Datis tribus lentibus conuexis, quarum tertiae diſtantia focalis triplo ſit minor, quam ſecundae, ex iis microſcopium componere, quod ad omnes multiplicationes producendas ſit aptum.

Solutio.

Sit primae lentis, quae locum obiectiuae occupat, diſtantia focalis $= p$; ſecundae lentis $= q$ et tertiae

tiae lentis $= r = \frac{1}{3} q$ quae omnes tres diſtantiae ſint poſitiuae et datae, vna cum multiplicatione $= m$ quare ſi formulas in ſuperiore problemate inuentas contemplemur, ex binis poſterioribus lentibus ſtatim colligimus

$$A = \frac{mq}{2b} \text{ ideoque } \mathfrak{A} = \frac{mq}{mq + 2b}.$$

Porro ex prima lente innoteſcet diſtantia obiecti

$$a = \frac{mq + 2b}{mq} \cdot p = p\left(1 + \frac{2b}{mq}\right).$$

Hinc noſtrae lentes ſequentia inter ſe internalla tenere debebunt:

$$\text{I et II } \frac{(mq + 2b)p - bq}{2b} = p - \frac{1}{2} q + \frac{mpq}{2b};$$

$$\text{II et III } = 2r. = \frac{2}{3} q.$$

Deinde vt hae lentes tam eundem campum producant, quem ſupra aſſignauimus, quam etiam eandem claritatem; circa has tres lentes datas inſuper requiritur:

I. Vt lens prima propemodum ſit plano convexa, eiusque facies plana obiecto obuertatur, vel adhuc magis praeſtabit, ſi radius anterior ſexies vel ſepties circiter maior ſit, quam poſterior.

II. Vt binae reliquae lentes vtrinque ſint aequaliter conuexae.

Tum vero ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $\zeta = \frac{b}{2m} \cdot \frac{mq + 2b}{(mq + 2b)p + bq} \cdot p$

pro

pro quo requiritur, vt oculi a lente oculari diſtantia ſit

$$= \frac{1}{4} r \left(1 + \frac{bq}{(mq+2b)p} \right) = \frac{1}{4} r \text{ proxime.}$$

Praeterea vero pro apertura lentis obiectiua eius ſemidiameter reperitur

$$x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{bq}{(mq+2b)p}},$$ vbi notetur

quo magis k numerum 20 ſuperare accipiatur, eo minorem fore confuſionem, atque ſic inuento x menſura claritatis erit

$$\frac{20b}{ma} \cdot x = \frac{20bq \cdot x}{(mq+2b)p}.$$

Pro diaphragmate in loco imaginis realis conſtituendo erit radius foraminis

$$\frac{2}{3} A \zeta = \frac{1}{4} r \cdot \frac{(mq+2b)p}{(mq+2b)p+bq}.$$

Coroll. 1.

151. Quod primo ad diſtantiam obiecti attinet, ea ſemper erit aliquanto maior quam diſtantia focalis lentis obiectiuae idque eo magis, quo minor fuerit multiplicatio. Sin autem multiplicatio adeo fiat infinita, ſumi debebit haec diſtantia $a = p$.

Coroll. 2.

152. Interuallum vero lentium primae et ſecundae potiſſimum a multiplicatione m pendet, ita, vt pro multiplicatione infinita hoc interuallum adeo

infinitum fit capiendum. Ne igitur pro maioribus multiplicationibus hoc interuallum nimis proiicat magnum; hoc incommodum euitabitur, si quantitates p et q tam paruae accipiantur, quam circumstantiae in praxi obseruandae permittunt.

Coroll. 3.

153. Cum loco x valore substituto sit mensura claritatis

$$= \frac{20bq}{(mq+2b)k} \sqrt[3]{\frac{bq}{(mq+2b)p}}$$

intelligimus, claritatem eo fore maiorem, quo minor fuerit distantia focalis p; quam tamen tantam esse conueniet, vt distantia obiecti a; quae ipsi proxime est aequalis, non fiat nimis exigua; praeterea vero etiam claritas proportionalis est isti formulae

$$\left(\frac{q}{mq+2b}\right)^{\frac{4}{3}}$$

quae circumstantia suadet pro q valorem non nimis exiguum.

Exemplum.

154. Sumamus tres lentes datas ita esse comparatas, vt sit:

1°. Lentis primae distantia focalis $p =$ [illegible] dig. eaque propemodum plano conuexa eiusque facies planior obiecto obuertatur. Sic enim distantia obiecti non nimis parua erit censenda.

2°. Se-

2°. Secundae autem lentis, quae vtrinque ſit aequaliter conuexa, diſtantia focalis ſit $q = 1$ dig. vt aperturam admittat cuius ſemidiameter $x = \frac{1}{4}$ dig.

3°. Tertiae vero lentis ocularis itidem vtrinque aequaliter conuexae ſit diſtantia focalis $r = \frac{1}{3}$ dig. vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{12}$ dig. ſiue diameter $= \frac{1}{6}$ dig.

His igitur datis momenta conſtructionis ita ſunt comparata, vt quaedam neutiquam a multiplicatione pendeant; reliqua vero pro qualibet multiplicatione ſeorſim definiri debeant. Prioris generis ſunt:

1°. Diſtantia tertiae lentis a ſecunda, quae conſtanter erit $\frac{2}{3}$ dig. pro oculis ſcilicet valentibus, ita, vt lens ocularis ab imagine reali diſtet interuallo $= \frac{1}{3}$ dig. ſcilicet ſuae diſtantiae focali aequali. In gratiam autem myopum et presbytarum conueniet hoc interuallum mutabile reddi ope cochleae, qua lens ocularis circiter parte quadrageſima digiti vel propius admoueri vel longius remoueri poſſit.

2°. Diſtantia oculi a lente oculari itidem cenſeri poteſt conſtanter $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{6}$ dig. etiamſi enim re-vera ea pauliſper a multiplicatione pendeat et aliquantillò maior eſſe debeat; tamen locus oculi tantae praeciſionis non eſt capax.

Momenta autem pro varia multiplicatione variabilia ſunt ſequentia:

1°. Diſtantia obiecti a lente obiectiua, quae hoc caſu erit $a = (\frac{1}{2} + \frac{8}{m})$ dig. ſumto ſcilicet $b = 8$ dig. ita, vt haec diſtantia ſemper ſuperet $\frac{1}{2}$ dig.

2°. Maxime autem a multiplicatione pendet interuallum lentium primae et ſecundae, quod ſi indicetur littera L; erit $L = \frac{m}{32}$ dig. ita, vt pro multiplicatione $m = 320$ L tantum fiat decem digitorum et ſi ad duos pedes augeatur, iam multiplicationi $m = 768$ inſeruiat ad quam mutationem producendam euidens eſt, tubo ductitio eſſe opus.

3°. Inprimis quoque a multiplicatione pendet apertura primae lentis, cuius ſemidiameter erit

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{2}{m + 16}} \text{ dig.}$$

vbi ſumſimus $k = 20$. Perſpicuum autem eſt, ſi valorem ipſius x minorem ſtatuamus, confuſionem in ratione triplicata diminutum iri.

4°. Quodſi in loco imaginis realis ſeu in diſtantia $= \frac{1}{4}$ dig. poſt lentem mediam diaphragma velimus collocare, eius foraminis apertura eſſe debebit

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{m + 16}{m + 32} \text{ dig.}$$

quare ſi multiplicatio ſit valde magna hic ſemidiameter erit $\frac{1}{8}$ dig. eiusque ergo diameter $= \frac{1}{4}$ dig; quae menſura etiam minoribus multiplicationibus inſeruire poteſt, ita, vt diaphragma mutare non ſit opus.

5°. Quod

5°. Quod ad foraminulum attinet, cui oculus est adplicandus, si necesse videatur, eius semidiametrum ipsi y aequalem statuere, reperietur is $= \frac{16 x}{m + 16}$. qui ergo pro casu $m = 112$ prodiret $= \frac{1}{840}$ dig. Quoniam vero tantillum foraminulum quasi sensus effugeret, sufficiet praecepisse, hoc foraminulum quam minimum fieri.

Hoc autem microscopio constructo quemadmodum hic est descriptum eius ope in obiecto spatiolum conspicietur, cuius semidiameter erit

$$\zeta = \frac{4}{m} \cdot \frac{m + 16}{m + 32} \text{ dig.}$$

qui ergo pro maioribus multiplicationibus erit $\zeta = \frac{4}{m}$ dig. quod spatium certe satis est notabile. Denique vero mensura claritatis, qua obiecta cernentur, erit

$$\frac{320 x}{m + 16} = \frac{16}{m + 16} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{m + 16}},$$

cuius quadrato proprie loquendo ipsa claritas censenda est proportionalis. Quodsi ergo obiectum a sole collustretur et nos multiplicationem eo vsque augere velimus, vt ipsa claritas centies millies adeo fiat minor (quandoquidem tum adhuc duplo maior erit, quam si obiectum a plena Luna illustraretur) hoc eueniet, pro multiplicatione $m = 700$; quae multiplicatio tanta est, vt vix vnquam maior desideretur.

Problema 4.

155. Microfcopium compofitum ita ex tribus lentibus conficere, vt margo coloratus euanefcat et lens media poft imaginem realem cadat.

Solutio.

Hoc ergo cafu cum tres habeantur lentes, litterarum P et Q prior P negatiuum habebit valorem, pofteriore Q manente pofitiua. Sit igitur $P = -k$, vt fit multiplicatio

$$m = kQ.\frac{b}{a} \text{ feu } kQ = \frac{ma}{b};$$

vnde diftantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = +\frac{A\mathfrak{B}}{k}a; \; r = -\frac{ABb}{m};$$

et lentium interualla

$$\text{I et II} = Aa\left(1 + \frac{1}{k}\right);$$

$$\text{II et III} = \frac{AB}{k}a\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

vnde patet, effe debere $A > 0$, ideoque etiam $\mathfrak{A} > 0$ et $\mathfrak{A} < 1$; tum vero etiam $B(Q-1) > 0$, ita, vt fi B fit > 0, tum effe debeat $Q > 1$. fin autem $B < 0$, tum $Q < 1$. Nunc confideretur fpatium confpicuum, cuius femidiameter eft

$$\zeta = \frac{q+r}{ma+b}.ab\xi, \text{ ita, vt pofito}$$

$$M = \frac{q+r}{ma+b}.b \text{ fiat } \zeta = Ma\xi.$$

vbi fumi poteft $r = 1$, fiquidem lens ocularis fit vtrinque aequalis; et q vnitatem non fuperet, fiue nega-

negatiue fiue pofitiue. Pro q autem habebitur haec aequatio: $\mathfrak{B}\, q = (k+1)\, M$. Deinde pro loco oculi fiet diftantia $O = \frac{rr}{Ma} \cdot \frac{b}{m}$ quae vt fit pofitiua, debet effe $r > o$ feu $AB < o$ adeoque B negatiuum et $Q < 1$. Hinc igitur pro margine colorato tollendo habebitur ifta aequatio:

$$o = \frac{q}{P} + \frac{r}{PQ} = \frac{q}{k} + \frac{r}{kQ}$$

vnde colligitur $q = -\frac{1}{Q}$; quare cum fit $Q < 1$, prodiret q non folum negatiuum, fed etiam vnitate maius quod cum fit abfurdum, euidens eft, hoc cafu marginem coloratum tolli plane non poffe; neque ergo opus eft, vt hunc cafum vlterius profequamur.

Scholion.

156. Hoc igitur cafu reiecto iftud caput, in quo fimpliciora huius generis microfcopia fumus contemplati, finiemus et quemadmodum haec microfcopia ad maiorem perfectionis gradum euehi queant, indagabimus, praecipuum autem incommodum, quo haec telefcopia etiamnum laborant, in hoc confiftit, quod pro maioribus multiplicationibus claritas nimis fiat exigua, cuius rei ratio manifefto fita eft in paruitate aperturae x, quae autem maiorem valorem accipere non poteft, nifi ipfa expreffio pro femidiametro confufionis inuenta minorem valorem adipifcatur, id quod duplici modo obtinere poterimus; priore fcilicet dum loco lentis obiectiuae fimplicis duae

duae vel tres vel etiam quatuor lentes conuexae substituuntur, quippe quo modo id lucramur, vt hae lentes maiores distantias focales consequantur, quam lens simplex atque etiam maiorem aperturam adipiscantur. Deinde vero si etiam lentibus concauis vti velimus, expressio illa pro semidiametro confusionis adeo ad nihilum redigi poterit, ita, vt aperturae primae lentis alii limites non praescribantur, nisi quos ipsa lentis figura postulat. Deinde vero etiam si diversas vitri species adhibeamus, adeo effici poterit, vt etiam altera confusio a diversa refractione oriunda penitus tollatur, in quo etsi summus perfectionis gradus consistere videtur; tamen id adhuc incommodi se immiscet, quod lentes illae loco obiectiuae substituendae multo fiant minores, quod cum priore modo secus eueniat, vtique operae erit pretium, hos ambos modos percurrere. Denique vero etsi campus visionis hic est satis notabilis, tamen vt argumentum hoc plene absoluamus, etiam monstrabimus, quomodo hunc campum adhuc magis atque adeo ad lubitum amplificari conueniat.

CAPVT

CAPVT II.

DE VLTERIORI HORVM MICROSCOPIORVM PERFECTIONE, DVM IIS MAIOR CLARITATIS GRADVS DVAS PLVRESVE LENTES CONVEXAS LOCO OBIECTIVAE SVBSTITVENDO COMPARATVR.

Problema I.

§. 157.

Loco lentis obiectiuae eiusmodi duas lentes convexas proxime fibi iunctas fubftituere, vt binis reliquis lentibus fecundum praecepta in fuperiore capite data conftitutis, maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes fint confiderandae, quarum binae priores minimo interuallo fint fciunctae; tertia vero ante imaginem realem cadat, littera P minime ab vnitate difcrepab't, Q vero adhuc erit pofitiua; tertia vero R negatiua; quam ob cauffam

 ftatua-

ſtatuamus $R = -k$ vnde diſtantiae focales harum lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}\,a;\; q = -\frac{A\mathfrak{B}.a}{\varepsilon};$$

$$r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.a;\; \text{et}\; s = \frac{ABC.a}{PQk}.$$

Cum vero ſit

$$PQk = \frac{ma}{b} \;\text{erit}\; s = ABC.\frac{b}{m}.$$

Interualla autem lentium erunt

$$\text{I et II} = A\,a\,(1 - \tfrac{1}{P});$$

$$\text{II et III} = -\frac{AB}{\varepsilon}\,a\,(1 - \tfrac{1}{Q});$$

$$\text{III et IV} = \frac{ABC}{PQ}\,a\,(1 + \tfrac{1}{k}).$$

Cum autem omnes lentes ſint connexae erit

$$1^\circ.\; \mathfrak{A} > 0;\; 2^\circ.\; -A\mathfrak{B} > 0;$$

$$3^\circ.\; AB\mathfrak{C} > 0 \;\text{et}\; 4^\circ.\; ABC > 0.$$

ideoque etiam $\frac{C}{\mathfrak{C}} > 0$ ſeu $1 + C > 0$.

Ratione interuallorum autem tenendum eſt, quia primum debet eſſe minimum, litteram P parum ab vnitate diſcrepare, ita, vt ſi hoc interuallum ponatur $= \eta\,a$ futurum ſit $P = \frac{A}{A-\eta}$, exiſtente η fractione ſatis parua. Deinde debet eſſe $-AB(Q-1) > 0$ et $ABC > 0$. Conſideremus nunc ſpatium in obiecto conſpicuum cuius ſemidiameter eſt

$$\zeta = \frac{q+r+s}{ma+b}.a\,b\,\xi;$$

vbi

vbi q tam erit paruum, vt reiici possit; deinde vero tam r, quam s vnitati aequales sumi poterunt, siquidem binae postremae lentes vtrinque aequaliter convexae conficiantur. Hoc enim modo maximus campus visionis obtinebitur, vti in capite praecedente est ostensum. Ponamus igitur

$$M = \frac{s b}{m a + b} \text{ fietque } \zeta = M. a \xi;$$

vnde pro loco oculi habebitur

$$O = \frac{s}{M a} \cdot \frac{b}{m},$$

quae vt iam assumsimus est positiua, ex quo pro tollendo margine colorato reperitur haec aequatio

$$o = \frac{q}{P} + \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR};$$

cum autem sit

$$q = o. \text{ et } r = s = 1 \text{ et } R = -k;$$

habebitur

$$o = 1 - \frac{1}{k}; \text{ seu } k = 1,$$

vt ante; ita, vt iam sit $PQ = \frac{ma}{b}$ et quia proxime $P = 1$ fiet proxime $Q = \frac{ma}{b}$ siue pro maioribus multiplicationibus erit Q valde magnum; his notatis aequationes fundamentales erunt:

$$1^{\circ}. \; -\mathfrak{B} q = (P - 1) M;$$

$$2^{\circ}. \; -\mathfrak{C} r = (PQ - 1) M - q;$$

quarum prior non amplius in computum venit, quoniam tam q, quam P − 1 sunt valde parua, altera

 vero

vero dat

$$\mathfrak{C} = -\left(\frac{ma}{b} - 1\right) M = -2\left(\frac{ma-b}{ma+b}\right);$$

vnde pro maioribus multiplicationibus concluditur

$$\mathfrak{C} = -2 \text{ et } C = -\frac{2}{3},$$

quibus valoribus tuto vti licebit, etiamsi enim vel campus visionis parumper diminueretur vel etiam margo coloratus non perfecte tolleretur, id neutiquam turbare debet. Quare cum hactenus inuenerimus,

$$k = 1,\ PQ = \frac{ma}{b} \text{ et } \mathfrak{C} = -2;\ C = -\frac{2}{3};$$

prodeunt distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}a}{P};$$

$$r = -2\,AB.\frac{b}{m} \text{ et } s = -\frac{2}{3}.\,AB.\frac{b}{m},$$

ita, vt sit $s = \frac{1}{3} r$ et nunc apparet, A B esse debere negatiuum. Interualla autem ita exprimentur

$$I^{mum} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right) = \eta a; \text{ existente } P = \frac{A}{A-\eta}.$$

$$II^{dum} = -\frac{AB}{P}.\,a\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

quod ob $AB < 0$ per se fit positiuum.

$$III^{tium} = -\frac{4}{3}\,AB.\frac{b}{m} = 2.\,s$$

atque distantia oculi

$$O = \frac{s}{Ma}.\frac{b}{m} = \frac{s.(ma+b)}{2ma} = \frac{1}{2}\,s \text{ proxime.}$$

Tandem superest consideranda aequatio pro apertura x determinanda, quae est:

$\frac{1}{k^2} =$

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^7 . b^7} \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} \right) - \frac{b}{A^3 B^3 . ma} \left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4} \right) - \frac{27 b \lambda'''}{8 A^3 B^3 ma} . \right)$$

Statuatur breuitatis gratia

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} \right) - \frac{b}{A^3 B^3 ma} \left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4} \right) - \frac{27 . b . \lambda'''}{8 A^3 B^3 ma}$$

vt fit

$$x = \frac{1}{k} \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{\mu m \Lambda}} = \frac{a}{k} \sqrt[3]{\frac{b}{\mu m a \Lambda}}$$

quae expressio vt eo maior prodeat, quam casu praecedente, efficiendum est, vt valor Λ quantum fieri potest infra vnitatem deprimatur, ad quod primo littera $\lambda = \lambda' = 1$ capiatur; pro duabus posterioribus autem lentibus, quia vtrinque aequaliter conuexae esse debent, litterae λ'' et λ''' ita iam definiuntur, vt sit

$$\lambda'' = 1 + 2s . \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \right)^2 \text{ et } \lambda''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \right)^2$$

tantum igitur restant definiendae litterae A et B; quia propemodum est $P = 1$. At circa litteras A et B iam praescribitur, esse 1°. $\mathfrak{A} > 0$. et 2°. $AB < 0$ pariter ac $A\mathfrak{B} < 0$. ita, vt sit $\frac{B}{\mathfrak{B}} > 0$ seu $1 + B > 0$. Quamobrem omnia illa membra pro Λ erunt positiua ita, vt eius valor ad nihilum redigi nequeat, sed tantum ad minimum sit reuocandus. Pro primo quidem termino is eo minor reddetur, quo maior capiatur $\mathfrak{A}$, quia autem tum A sit negatiuum, littera

 B fiet

B fiet poſitiua ideoque $\mathfrak{B} < 1$, ex quo ſecundum membrum ſolum iterum fit maius vnitate. Simili modo ſi $\mathfrak{B}$ ſtatuatur numerus magnus, fiet B negatiuum et A capi debebit poſitiuum; vnde $\mathfrak{A}$ fiet vnitate minus, ita, vt nunc primus terminus ſolus vnitatem ſit ſuperaturus. Deinde vero etiam inprimis cauendum eſt, ne productum illud negatiuum A B fiat nimis paruum, quoniam alioquin diſtantiae focales r et s quaſi euaneſcerent, ex quo neceſſe eſt, vt formula $-\,\mathrm{A\,B}$ non infra certum valorem deprimatur. Statuamus igitur $\mathrm{A\,B} = -\vartheta$, ita, vt ϑ denotet limitem illum pro hoc producto obſeruandum, qui cum vt quantitas conſtans ſpectari queat, dum litterae A et B pro variabilibus habentur, erit $\frac{d\mathrm{B}}{\mathrm{B}} = -\frac{d\mathrm{A}}{\mathrm{A}}$.

His ergo notatis expreſſio litteram Λ definiens erit

$$\Lambda = \frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} - \frac{1}{\mathrm{A}^3\mathfrak{B}^3\mathrm{P}} - \frac{\nu}{\mathrm{A}^3\mathrm{B}\mathfrak{B}\mathrm{P}}$$
$$+ \frac{b}{\theta^3.ma}\left(\frac{\lambda''}{\nu} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27b\lambda'''}{8\theta^3 ma}$$

in qua poſteriora membra ſunt conſtantia vnde ad minimum eius valorem inueniendum tantum opus erit priora membra differentiari vbi quidem $\mathrm{P} = 1$. Hunc in finem notetur eſſe

$$\frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{\mathrm{A}};\ \text{et}\ \frac{1}{\mathfrak{B}} = 1 + \frac{1}{\mathrm{B}}$$

hincque

$$\frac{d\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}^2} = \frac{d\mathrm{A}}{\mathrm{A}^2}\ \text{et}\ \frac{d\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}^2} = \frac{d\mathrm{B}}{\mathrm{B}^2} = -\frac{d\mathrm{A}}{\mathrm{AB}}$$

ex quo aequatio differentialis prodibit

$$0 = -\frac{3B}{\mathfrak{A}^2} + \frac{3B}{A^2\mathfrak{B}^3} - \frac{3}{A^2\mathfrak{B}^2}$$
$$-\nu\left(\frac{B}{A} + \frac{B}{\mathfrak{A}} - \frac{2}{A\cdot\mathfrak{B}} + \frac{1}{A\cdot B}\right)$$

quae per B diuisa dat

$$0 = 3\left(\frac{1}{A\cdot\mathfrak{B}^3} - \frac{1}{\mathfrak{A}^2} - \frac{1}{A^2\mathfrak{B}^2 B}\right)$$
$$-\nu\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{2}{A\cdot\mathfrak{B}B} + \frac{1}{A^2B^2}\right)$$

atque hinc elisis litteris germanicis elicietur

$$0 = 3\cdot\left(\frac{1}{AB} - 1\right)\left(1 + \frac{2}{A} + \frac{1}{AB}\right)$$
$$+\nu\left(\frac{1}{A\cdot B^2} + \frac{2}{A^2B} - \frac{2}{A} - 1\right)$$

quae ergo reducitur ad hos factores

$$0 = (3+\nu)\left(\frac{1}{AB} - 1\right)\left(1 + \frac{2}{A} + \frac{1}{AB}\right)$$

ex qua cum ob $AB = -\vartheta$ secundus factor euanescere nequeat, factor tertius praebet

$$B = -\frac{1}{A+1} \text{ et } \mathfrak{B} = -\frac{1}{\mathfrak{A}+1};$$

siue etiam ambae litterae per ϑ sequenti modo definientur

$$B = \frac{\vartheta-1}{2} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{\vartheta-1}{\vartheta+1}, \text{ deinde}$$
$$A = -\frac{2\vartheta}{\vartheta-1} \text{ et } \mathfrak{A} = +\frac{2\vartheta}{\vartheta+1}.$$

Ex his autem valoribus concludimus fore

$$A = \frac{(\vartheta+1)^3}{8\vartheta^3}\left(1 + \frac{2}{p}\right) - \frac{\nu(\vartheta^2-1)}{4\vartheta^2}\left(1 - \frac{2}{\vartheta p}\right)$$
$$+\frac{b}{\vartheta^3 m a}\left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27 b\lambda'''}{8\vartheta^3 m a}$$

vbi

vbi ϑ plerumque erit numerus valde magnus vt etiam pro maioribus multiplicationibus diſtantia focalis s non fiat nimis exigua. Hinc igitur erit ſatis exacte $\Lambda = \frac{1}{4}(1 - \nu)$ et cum propemodum ſit $\nu = \frac{1}{5}$, erit $\Lambda = \frac{1}{5}$, ita vt tuto ſumi poſſit $\mu\,\Lambda = \frac{1}{5}$; vnde obtinebitur

$$x = \frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{5b}{ma}},$$

qui valor eum, quem in capite praecedente habuimus ſuperat in ratione $\sqrt[3]{5} : 1$ ſeu proxime vt $17 : 10$. Quare etiam claritas in eadem ratione hic maior obtinetur.

Coroll. 1.

158. Per numerum igitur ϑ diſtantiae focales ſequenti modo exprimuntur:

$$p = \mathfrak{A}\,a = \frac{2\vartheta}{\vartheta+1}\cdot a;\; q = \frac{2\vartheta}{(\vartheta+1)P}\cdot a;$$

$$r = 2\,\vartheta.\frac{b}{m} \text{ et } s = \frac{2}{3}\,\vartheta.\frac{b}{m};$$

ita, vt ſit proxime $q = p$ et exacte $s = \frac{1}{3}r$. tum vero lentium interualla

$$\text{I}^{mum} = -\frac{2\vartheta}{\vartheta-1}\cdot\left(1 - \frac{1}{P}\right)a = \eta\,a \text{ ideoque}$$

$$P = \frac{2\vartheta}{2\vartheta+\eta(\vartheta-1)} \text{ adeoque } P < 1.$$

$$\text{II}^{dum} = \vartheta\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{PQ}\right)a = \frac{\vartheta a}{P} - \frac{\vartheta b}{m}.$$

$$\text{III}^{tium} = \frac{4}{3}\vartheta.\frac{b}{m} = 2s.$$

Coroll.

Coroll. 2.

159. Quoniam interuallum binarum lentium ſibi proximarum conuenientiſſime ex earum diſtantia focali definitur, ponamus eſſe $\eta a = \zeta p$ hinc definietur

$$P = \frac{(\vartheta+1)}{(\vartheta+1)+\zeta(\vartheta-1)}$$

quare cum ſit ϑ numerus valde magnus, fiet $P = \frac{1}{1+\zeta}$; quare ſi capiatur $\zeta = \frac{1}{10}$ fiet $P = \frac{10}{11}$ qui valor ad praxin ſatis videtur accommodatus, cum hoc interuallum adhuc exiguam mutationem permittat. Quod ad campum viſionis attinet, ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{2ab}{ma+b} \cdot \xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab}{ma+b};$$

idem ſcilicet eſt, vti in problemate II^{do} cap. praecedentis atque etiam diſtantia oculi perinde hic determinatur.

Scholion.

En ergo iam inſignem perfectionem eorum microſcopiorum, quae in capite praecedente euoluimus, cum claritas hic inuenta iam notabiliter maior ſit, quam ibi idque in ratione 12 : 7 et quia reuera claritas ſecundum rationem duplicatam ſentitur; hic triplo maior eſt cenſenda. Quocirca in his microſcopiis multiplicatio multo longius proferri poterit, quam in praecedentibus antequam obſcuritas fiat intolerabilis. Hinc ſi velimus vt pro multiplicatione $m = 1000$ diſtan-

distantia focalis lentis ocularis non minor fiat, quam $\frac{1}{4}$ dig. oportebit assumere $\vartheta = 47$, ita, vt sumto $\vartheta = 50$ non sit metuendum, vt lente oculari nimis exigua opus habeamus. Hunc igitur casum in sequenti exemplo euoluisse operae pretium videtur.

Exemplum.

Statuamus igitur $\vartheta = 50$ sumtoque $b = 8$ dig. et, vt modo notauimus, $P = \frac{10}{11}$; pro data obiecti distantia $= a$ nanciscimur sequentes distantias focales

$$p = \frac{100}{51}a; \; q = \frac{110}{51}a; \; r = \frac{800}{m}\text{ dig. et } s = \frac{800}{8m}\text{ dig.}$$

Lentiumque interualla

$$I^{mum} = \frac{10}{49}.a; \; II^{dum} = 55a - \frac{400}{m}\text{ dig.}$$

$$\text{et } III^{tium} = \frac{1600}{8m}\text{ dig.}$$

et distantia oculi

$$= \frac{400}{8m}\left(1 + \frac{8}{ma}\right)\text{ dig.}$$

Quoniam porro est $\mathfrak{A} = \frac{100}{51}$ et $\mathfrak{B} = \frac{49}{51}$ ob $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$ constructio lentium duarum priorum, si quidem ex vitro communi conficiantur, ita se habebit:

I. Pro lente prima erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = -\frac{p}{1,1895} = -0,84062\,p$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho)} = \frac{p}{3,0077} = 0,33248.\,p$$

II. Pro

II. Pro fecunda lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,2481} = 4,0291.\, q$$

$$\text{pofter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,5699} = 0,6370.\, q$$

His notatis euoluamus valorem litterae Λ, qui erit $\Lambda = 0,221$; qui per $\mu = 0,9381$ multiplicatus dabit $\mu\,\Lambda = 0,2073$. qui ergo a fupra affumto $\frac{1}{5}$ vix differt, hinc ergo colligimus pro apertura lentis obiectiuae

$$x = \frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{40}{ma}} = \frac{0,17099.\,a}{\sqrt[3]{ma}}$$

ex quo valore prodit menfura claritatis

$$= \frac{160}{ma}.\, x = \frac{27,2584}{m.\sqrt[3]{ma}}$$

denique pro campo vifionis erit $\zeta = \frac{40}{ma+8}$ dig. ac fi tandem in loco imaginis realis velimus diaphragma conftituere, foraminis eius femidiameter debet effe

$$= \text{A B. C.}\,\zeta = \frac{137.a}{ma+8}\ \text{dig.}$$

vnde conficitur fequens

Conftructio huiusmodi microfcopiorum ex quatuor lentibus compofitorum pro quauis multiplicatione.

160. Singulae hae lentes ex vitro communi, cuius refractio eft $n = 1,55$ parentur et pofita ob-

iecti distantia $= a$, quam iterum $= \frac{1}{5}$ dig. assumi licebit, erit

I. Pro lente prima, cuius distantia focalis est $p = \frac{100}{51} a$, erit radius faciei

anter. $= -1,6482. a$

poster. $= 0,6520. a$

eius aperturae semidiameter

$$x = \frac{0,17099}{\sqrt[3]{m\,a}} . a$$

et distantia ad lentem secundam

$$= \frac{10}{49}. a = 0,2040. a.$$

II. Pro lente secunda, cuius distantia focalis $q = \frac{110}{51}. a$ erit radius faciei

anter. $= 8,6906. a.$

poster. $= 1,3739. a.$

cuius aperturae semidiameter aliquanto maior, quam praecedentis.

et distantia ad lentem tertiam

$$= 55. a - \frac{400}{m} \text{ dig.}$$

III. Pro lente tertia, cuius distantia focalis est

$$r = \frac{200}{m} \text{ dig.}$$

erit radius faciei vtriusque $= \frac{220}{m}$ dig.

Aper-

Aperturae ſemidiameter $= \frac{200}{m}$ dig.

et diſtantia ad lentem quartam

$= \frac{1607}{3m}$ dig. $= \frac{535}{m}$ dig.

IV. Pro lente quarta, cuius diſtantia focalis $= \frac{802}{3m}$ dig.

erit radius vtriusque faciei $= \frac{293}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{67}{m}$ dig.

et diſtantia ad oculum $= \frac{183}{m}$ dig.

V. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$\zeta = \frac{4a}{ma+8}$ dig.

et inſtrumenti longitudo $= 55,2040.\, a + \frac{267}{m}$ dig.

et menſura claritatis

$$= \frac{27,258}{m \sqrt[3]{ma}}$$

vbi obſeruandum eſt, vt ſupra §. . . . duas priores lentes pro omni multiplicatione, duas vero poſteriores pro qualibet obiecti diſtantia retineri poſſe, pro quibus eadem inſeruiet tabula, quam ibi adiecimus.

Scholion.

161. Eaedem formulae, quas hic inuenimus, etiam ad teleſcopia transferri poſſunt, vbi cum ſit $a = \infty$ et $b = a$, ne lentes in infinitum creſcant, de-

 bet

bet esse $\vartheta = 0$, ita tamen, vt ϑa fiat quantitas finita, scilicet cum sit

$$p = \frac{2\vartheta}{\vartheta+1} \cdot a, \text{ erit } \vartheta a = \frac{1}{2}p$$

sicque reliquae distantiae focales erunt

$$q = \frac{p}{P}; \; r = \frac{p}{m} \text{ et } s = \frac{p}{3m};$$

deinde lentium interualla

$$\text{I}^{mum} = (1 - \tfrac{1}{P})p.$$
$$\text{II}^{dum} = \frac{p}{2P} - \frac{p}{2m};$$
$$\text{III}^{tium} = \frac{2p}{3m}.$$

Quod nunc ad litteram P attinet, formula supra data hic locum habebit

$$P = \frac{\vartheta+1}{\vartheta+1+\zeta(\vartheta-1)} \text{ quae hic dat } P = \frac{1}{1-\zeta};$$

quia autem hic de Telescopiis agitur, sumi poterit $\zeta = \frac{1}{25}$, ita, vt sit $P = \frac{25}{24}$; tum vero erit distantia oculi

$$O = \frac{s(m+1)}{2m} = \frac{1}{2}s(1 + \tfrac{1}{m})$$

ita, vt tota longitudo fiat

$$= p(1 - \frac{1}{2P} + \frac{1}{3m} + \frac{1}{6m^2})$$

ac porro semidiameter campi apparentis

$$\frac{\xi}{e} = \Phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m+1} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Nunc etiam consideretur aequatio postrema ex semidia-

diametro confusionis deducta, in qua membrum vinculis inclusum per $8\,\vartheta^3$ multiplicetur, factor vero communis per idem dividatur et habebitur

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{p^3}\left(1 + \frac{1}{P} - \frac{2\nu}{P} + \frac{1}{m}(\lambda'' - 6\nu) + \frac{27\lambda'''}{m}\right)$$

vbi cum pro vitro communi sit $\nu = 0,2326$ si statuatur $P = \frac{35}{24}$ et termini per m diuisi negligantur ob $\mu = 1$ proxime, fiet proxime

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3}{p^3}\cdot\frac{1}{8} \quad \text{vnde colligitur } p = k x \sqrt[3]{\tfrac{1}{8}\cdot m}$$

vnde cum claritatis gradus y dari soleat vt sit $x = my$; tum vero assumatur $ky = 1$. siquidem statuatur $y = \frac{1}{50}$ dig et $k = 50$, vti supra est factum, habebitur

$$p = m\sqrt[3]{\tfrac{1}{8}m}.\ \text{dig. siue } p = \tfrac{1}{2}m.\sqrt[3]{m}.$$

Cognito autem P erit $q = \frac{24}{35}.p$. Sumsimus autem hic $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$ et cum sit $\mathfrak{A} = 0$ et $\mathfrak{B} = -1$ constructio harum lentium pro vitro communi, vbi $n = 1,55$, erit

I. Pro lente prima radius faciei

anter. $= \frac{p}{\sigma} = 0,6145.p$

poster. $\frac{p}{\varrho} = 5,2438.p$

II. Pro lente secunda autem erit radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma + (\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0641} = 0,3264.q$

poster. $= \frac{q}{\varrho - (\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2460} = -0,8026.q$

hinc

hinc ergo obtinetur sequens

Constructio Telescopii astronomici ex quatuor lentibus compositi pro vitro communi $n = 1,55$.

162. Singula momenta pro constructione pro more recepto ita in ordinem rediguntur; scilicet proposita multiplicatione m definiatur inde

$$p = \tfrac{1}{5} m . \sqrt[3]{m}.$$

I. Pro prima lente, cuius distantia focalis $= p$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 . p \\ \text{poster.} = 5,2438 . p \end{cases}$

eius aperturae semidiameter $= \frac{m}{50}$ dig.

et distantia ad lentem sequentem erit

$$= \tfrac{1}{25} . p = 0,04 p.$$

II. Pro lente secunda, cuius distantia focalis est $\frac{24}{25} . p$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,3134 . p \\ \text{poster.} = -0,7705 . p. \end{cases}$

apertura non definitur, dummodo sit maior praecedente et distantia ad lentem tertiam $= \frac{19}{25} p - \frac{p}{2m}$.

III. Pro tertia lente, cuius distantia focalis est $r = \frac{p}{m}$ erit

radius

radius vtriusque faciei $= 1, 1. \frac{p}{m}$
eius aperturae semidiameter $= \frac{p}{4m}$
et distantia ad lentem quartam $= \frac{2p}{3m}$.

IV. Pro quarta lente, cuius distantia focalis $= \frac{p}{3m}$ erit
radius vtriusque faciei $= 1, 1. \frac{p}{3m}$
eius aperturae semidiameter $= \frac{p}{12.m}$
et distantia ad oculum $O = \frac{p}{6m}(1 + \frac{1}{m})$.

V. Tota ergo longitudo erit

$$= p\left(\frac{17}{15} + \frac{1}{2m} + \frac{1}{6m^2}\right)$$

et semidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{1718}{m+1}$ min.

VI. Si in loco imaginis realis, quae inter binas posteriores lentes medium interiacet, diaphragma sit constituendum, eius foraminis radius erit

$$= A B C. \zeta = \frac{p}{6(m+1)}.$$

Problema 2.

165. Iisdem quaternis lentibus retentis microscopium conficere, quod ad omnes multipicationes producendas sit accommodatum.

Solutio.

Sint harum lentium diſtantiae focales p, q, r et s, quae vti ex problemate praecedente perſpicitur, ita debent eſſe comparatae, vt ſit primo $s = \frac{1}{3} r$; tum vero $q = \frac{11}{10} p$; deinde etiam recordandum eſt, ambas poſteriores lentes vtrinque eſſe debere aeque conuexas, de figura vero priorum mox videbimus. Formulas ergo ſupra inuentas conſiderando erit

1°. $\vartheta = \frac{mr}{2b}$; vnde cum ſit $p = \frac{2\vartheta}{\vartheta + 1} \cdot a$

hinc colligemus

$$a = \frac{\vartheta + 1}{2\vartheta} \cdot p = \frac{(mr + 2b)}{2mr} p;$$

quae ergo etiam a multiplicatione pendet, ita, vt pro qualibet multiplicatione diſtantiam obiecti variari oporteat;

2°. lentium interualla ita ſe habebunt:

$I^{mum} = \frac{1}{15} p.$

$II^{dum} = \frac{11 \cdot mr + 18 \cdot b}{40 \cdot b} \cdot p - \frac{1}{2} r.$

ob $P = \frac{10(mr + 2b)}{11 \cdot mr + 18 \cdot b}$ ſeu

II^{dum} interuallum $= \frac{11 \cdot mrp}{40 b} + \frac{9}{20} p - \frac{1}{2} r.$

$III^{tium} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} r = \frac{2}{3} r.$

atque diſtantia oculi

$$O = s\left(\frac{1}{2} + \frac{br}{(mr + 2b)p}\right)$$

ſeu

ſeu O proxime $= \frac{1}{2} s$. ſicque pro varia multiplicatione tantum ſecundum interuallnm fiet mutabile.

Porro vero erit ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{(mr + 2b)bp}{m(mr + 2b)p + 2mbr}$$

vnde ſi m ſit numerus praemagnus, fiet $\zeta = \frac{b}{2m}$. Vt nunc figuram duarum priorum lentium definiamus, pro quibus ſupra ſumſimus $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$; perpendere oportet litteras

$$\mathfrak{A} = \frac{2mr}{mr + 2b} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{mr - 2b}{mr + 2b}.$$

Quia autem earum figura pro varia multiplicatione mutari non poteſt atque pro rei natura ſufficit figuram tantum proxime definiuiſſe, conſideremus m vt numerum praemagnum ſumamusque $\mathfrak{A} = 2$ et $\mathfrak{B} = 1$. Poſſumus etiam ſuperioribus valoribus vti, vbi erat $\vartheta = 50$, quippe qui valor certe multiplicationi magnae reſpondet; facile enim intelligitur tum eandem figuram tam maioribus, quam minoribus multiplicationibus ſatis exacte conuenire; quare ſi vitrum commune adhibeamus habebitur

pro lente prima

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,8406 \cdot p \\ \text{poſter.} = 0,3325 \cdot p \end{cases}$

et pro lente ſecunda

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,0291 \cdot q \\ \text{poſter.} = 0,6370 \cdot q \end{cases}$

 Deni-

Denique pro apertura primae lentis inuenimus eius semidiametrum

$$x = \frac{0,171 . a}{\sqrt[3]{m a}}$$

indeque mensuram claritatis nacti sumus

$$= \frac{27,258}{m \sqrt[3]{m a}}$$

existente $a = \frac{mr + 2b}{2mr} . p . = \frac{5}{8} p$ proxime.

Exemplum.

166. 1) Sumamus pro harum lentium distantiis focalibus

$p = 1$. dig. $q = \frac{11}{10}$ dig. $r = 1$. dig. et $s = \frac{1}{3}$ dig.

quippe qui valores ad praxin maxime idonei videntur, ac si hae lentes ex vitro communi parentur, earum figura ita determinetur vt sit

2) I. Pro lente prima radius faciei

anter. $= - 0, 84$. dig.

poster. $= 0, 33$. dig.

II. Pro secunda lente radius faciei

anter. $= 4, 43$ dig.

poster. $= 0, 70$ dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei vtriusque $= 1, 1$. dig.

IV. Pro

IV. Pro quarta lente

radius faciei vtriusque $= \frac{11}{35}$ dig.

3) quibus lentibus paratis prima et secunda ad intervallum $= \frac{1}{10}$ dig. firmentur, tertia vero et quarta ad interuallum $= \frac{2}{3}$ dig. ita tamen, vt pro indole oculi quarta lens tantillum mutari possit; ambo autem paria eiusmodi tubis inserantur, qui pro lubitu ad maius minusue spatium diduci queant, quemadmodum multiplicatio postulat, siquidem interuallum inter secundam & tertiam lentem esse debet $(\frac{11m}{315} - \frac{1}{35})$ dig.

4) Simili modo etiam distantia obiecti aliquantum erit variabilis & pro qualibet multiplicatione esse debet

$$a = \frac{m+16}{2m}\text{ dig.} = (\tfrac{1}{2} + \tfrac{8}{m})\text{ dig.}$$

Deinde vero locus oculi vt constans spectari potest, ita, vt sit eius distantia $O = \frac{1}{5}$ dig.

5) Tertiae et quartae lenti tanta datur apertura, quantae sunt capaces.

6) Primae autem lentis apertura maxime a multiplicatione pendet, cum sit eius semidiameter

$$x = \frac{0,085}{\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}m}};$$

vnde mensura claritatis prodit

$$\frac{27,26}{m\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}m}}$$

7) Circa hoc microscopium haud abs re fore arbitror, si pro aliquot praecipuis multiplicationibus valores momentorum variabilium, quae sunt 1°. distantia obiecti $= a$; 2°. interuallum lentium secundae et tertiae, quod indicemus littera L. 3°. Semidiameter aperturae primae lentis x et 4°. mensura claritatis $= 20.y$, adiunxerimus; quem in finem sequens tabella est adiecta:

m.	*a.*	*L.*	*x.*	*claritas.*
50	0,668	1,668	0,0291	0,1862
100	0,580	3,387	0,0231	0,0739
200	0,540	6,825	0,0183	0,0293
300	0,527	10,362	0,0160	0,0170
400	0,520	13,700	0,0145	0,0116
500	0,516	17,137	0,0135	0,0086
600	0,513	20,575	0,0127	0,0067
700	0,511	24,012	0,0120	0,0056
800	0,510	27,450	0,0115	0,0046
900	0,509	30,887	0,0110	0,0037
1000	0,508	34,325	0,0085	0,0027

Problema 3.

167. Loco lentis obiectiuae eiusmodi tres lentes conuexas proxime sibi iunctas substituere, vt binis reliquis lentibus secundum praecepta in capite superiore data constitutis maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Solutio.

Cum hic quinque lentes fint confiderandae et imago realis in quartum feu vltimum interuallum incidat, litterae P, Q, R erunt pofitiuae, fequens vero S ponatur $= -k$ ita, vt fit $PQRk = \frac{ma}{b}$. Hinc diftantiae focales fingularum lentium ita exprimentur

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = -\frac{A\mathfrak{B}a}{P}; \; r = \frac{A.B.\mathfrak{C}.a}{PQ};$$

$$s = -\frac{ABC.\mathfrak{D}.a}{PQR} \text{ et } t = -ABCD.\frac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium ita fe habebunt:

I. et II. $= Aa(1 - \frac{1}{P})$;

II. et III. $= -\frac{AB}{P}.a(1 - \frac{1}{Q})$;

III. et IV. $= \frac{ABC}{PQ}.a(1 - \frac{1}{R})$;

IV. et V. $= -\frac{ABCD.a}{PQR}(1 + \frac{1}{k})$;

quorum cum duo priora fint valde parua, litterae P et Q quam minime ab vnitate recedere debent; quamobrem in expreffione campi litterae q et r pro nihilo erunt habendae; pofteriores vero s et t vnitati aequales fumuntur, fiquidem binae poftremae lentes vtrinque fiant aeque conuexae. Hinc ergo fpatii in obiecto confpicui fiet femidiameter $z = \frac{2ab}{mc+b}.\xi$; at vero littera $M = \frac{2b}{ma+b}$, ex qua diftantia oculi fit

$$O = \frac{t}{Ma}.\frac{b}{m} = \frac{1}{2}t(1 + \frac{b}{ma}) \text{ feu proxime } = \frac{1}{2}t.$$

Aequa-

Aequationum porro fundamentalium prima et fecunda omitti poffunt, quia ob litteras P et Q proxime $= 1$, litterae q et r fponte fiunt minimae; tertia vero dabit

$$-\mathfrak{D}\,\mathfrak{d} = (PQR - 1)\,M = -\mathfrak{D} = \frac{2(ma - bk)}{k(ma + b)},$$

vnde pro maioribus multiplicationibus fit $\mathfrak{D} = -\frac{2}{k}$; ex aequatione autem pro margine colorato, quae hoc cafu erit, $\frac{1}{PQR} - \frac{1}{PQRk} = 0$ colligimus, vt ante, $k = 1$ ita, vt fit $\mathfrak{D} = -2$; hincque $D = -\frac{2}{3}$; quibus inventis diftantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\,a;\; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.\,a;\; r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.\,a;$$

$$s = +2\,ABC.\frac{b}{m} \text{ et } t = +\frac{2}{3}.\,ABC.\frac{b}{m} = \frac{1}{3}\,s.$$

vnde fequitur

$$\mathfrak{A} > 0;\; A\mathfrak{B} < 0;\; AB\mathfrak{C} > 0 \text{ et } ABC > 0;$$

et interualla lentium

$$\text{I.} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$\text{II.} = -\frac{AB}{P}.\,a\left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

$$\text{III.} = \frac{ABC}{PQ}\,a\left(1 - \frac{1}{R}\right);$$

$$\text{IV.} = \frac{4}{3}.\,ABC.\frac{b}{m} = 2\,t.$$

Denique pro apertura primae lentis feu littera x definienda habetur ifta aequatio:

$\xi =$

$$k^{\frac{1}{3}} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) \\ + \frac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \\ + \frac{b}{8A^3 B^3 C^3 . ma}(\lambda''' - 6\nu) \\ + \frac{27 . b . \lambda''''}{8 A^3 B^3 C^3 . ma}) \end{array} \right.$$

in qua expreſſione numeri λ''' et λ'''' inde dantur, quod hae lentes debent eſſe vtrinque aeque conuexae; priores vero λ, λ' et λ'' habent coefficientes poſitiuos quia $A\mathfrak{B} < 0$, quum ex hypotheſi omnes lentes ſunt conuexae. Quare cum totum negotium nunc eo redeat, vt huic expreſſioni valor minimus concilietur, primo his litteris λ, λ', λ'' tribuatur valor minimus, qui eſt vnitas; deinde vero litterae A B C ita definiri debent, vt haec expreſſio minimum adipiſcatur valorem; quem in finem ante omnia notari conuenit, ne binae vltimae lentes pro maioribus multiplicationibus nimis fiant exiguae, quantitatem A B C ſemper certum limitem ſuperare debere; quare cum ea poſitiua eſſe debeat, ſtatuamus $ABC = \vartheta$, ita, vt ϑ tanquam numerus datus ſpectari poſſit; ex quo bina vltima membra per ſe determinantur; reſtant igitur tantum tria membra priora, quibus quomodo minimus valor induci queat eſt inueſtigandum, vbi quidem pro litteris P et Q vnitatem ſcribere licebit. Cum autem iam ſupra huiusmodi inueſtigationes ſaepius expediuerimus, inde concludere poſſumus, a ſcopo nos minime eſſe aberraturos, ſi has tres formulas $\mathfrak{A}$, $-A\mathfrak{B}$, et

et A B ℭ inter se reddamus aequales, ita, vt distantiae focales p, q, r eatenus tantum a ratione aequalitatis recedant, quatenus litterae P et Q ab vnitate discrepant. Aequalitas autem primae et secundae harum expressionum dat

$$\mathfrak{B} = -\frac{\mathfrak{A}}{A} = \mathfrak{A} - 1 \text{ seu } \mathfrak{B} = -\frac{1}{A+1};$$

vnde fit

$$B = \frac{\mathfrak{A}-1}{2-\mathfrak{A}} = -\frac{1}{2+A}.$$

Aequalitas autem secundae et tertiae dabit

$$\mathfrak{C} = -\frac{\mathfrak{B}}{B} = \mathfrak{B} - 1 = -\frac{1}{B+1};$$

quamobrem habebimus

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{A} - 2 = -\frac{A+2}{A+1} \text{ hincque } C = -\frac{A+2}{2A+3};$$

at vero debet esse A B C $= \theta$; vnde omnes hae litterae per θ sequenti modo exprimentur

$$A = \frac{3\theta}{1-2\theta};\ B = -\frac{(1-2\theta)}{2-\theta} \text{ et } C = -\frac{(2-\theta)}{3};$$

atque hinc porro

$$\mathfrak{A} = \frac{3\theta}{1+\theta};\ \mathfrak{B} = -\frac{(1-2\theta)}{1+\theta} \text{ et } \mathfrak{C} = -\frac{(2-\theta)}{1+\theta};$$

quibus valoribus adhibitis aequatio nostra vltima induet hanc formam:

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^3 b} \begin{cases} \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3} + \frac{\nu(1-2\theta)(1+\theta)}{9\theta^2} \\ + \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3 P}\left(1 - \frac{\nu(1-2\theta)(2-\theta)}{(1+\theta)^2}\right) \\ + \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3 . PQ}\left(1 - \frac{\nu . \theta . (2-\theta)}{(1+\theta)^2}\right) \\ + \frac{b}{\theta^3 . ma}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27 . \nu . b . \lambda'''}{9\theta^3 . ma} \end{cases}$$

Statua-

Statuamus nunc breuitatis gratia expressionem vnci-nulis inclusam =

$$\Lambda = \frac{(1+\theta)^2}{27\theta^2}\left(1 + \frac{1}{P} + \frac{1}{PQ}\right)$$
$$- \frac{\nu(1+\theta)}{27\theta^3}\left(3\,\vartheta\,(2\,\vartheta - 1) + \frac{(2\theta-1)(\theta-2)}{P} + \frac{2(2-\theta)}{PQ}\right)$$
$$+ \frac{b}{8\theta^3 ma}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27\,b.\lambda''''}{8\theta^3.ma};$$

quae formula si ϑ fuerit numerus praemagnus et litterae P et Q vnitati aequales reputentur, praebet $\Lambda = \frac{1-8\nu}{27}$ qui valor vtique multo minor est, quam si lens obiectiua esset vel simplex vel etiam duplicata; vnde etiam x maiorem valorem sortietur, qui erit

$$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{a^2 b}{\mu m \Lambda}}$$

et dabit semidiametrum aperturae lentis obiectiuae, dummodo is non fuerit maior, quam figura lentis permittit. Inuento autem x erit $y = \frac{b}{ma}.x.$ et mensura claritatis $= \frac{20.b}{ma}.x.$

Coroll. I.

168. Hae formulae aeque patent ad telescopia atque ad microscopia, hoc tantum discrimine intercedente, quod pro telescopiis, vbi $a = \infty$ et $b = a$, fit ϑ infinite paruum; pro microscopiis autem ϑ fiat numerus praemagnus.

Coroll. 2.

169. Pro microſcopiis igitur erit proxime

$$\mathfrak{A} = 3;\ A = -\tfrac{3}{2};\ \mathfrak{B} = 2;\ B = -2;$$

$$\mathfrak{C} = 1, \text{ et } C = \infty;$$

ſeu numerus praemagnus; tum vero

$$\Lambda = \tfrac{1}{27}(1 + \tfrac{2}{P} + \tfrac{1}{PQ}) - \tfrac{\nu}{27}(6 + \tfrac{2}{P}).$$

Coroll. 3.

170. At ſi numeri huius praemagni θ rationem quoque habere velimus, habebimus adhuc propius

$$\mathfrak{A} = 3 - \tfrac{3}{\theta};\ A = -\tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{4\theta};$$

$$\mathfrak{B} = 2 - \tfrac{3}{\theta};\ B = -2 - \tfrac{3}{\theta};$$

$$\mathfrak{C} = 1 - \tfrac{3}{\theta};\ C = \tfrac{\theta}{3} - 1;$$

tum vero etiam adcuratius erit

$$\Lambda = \tfrac{1}{27}(1 + \tfrac{2}{P} + \tfrac{1}{PQ}) + \tfrac{1}{9\theta}(1 + \tfrac{2}{P} + \tfrac{1}{PQ})$$
$$- \tfrac{\nu}{27}(6 + \tfrac{2}{P}) - \tfrac{\nu}{3\theta}(1 - \tfrac{2}{P} - \tfrac{1}{PQ}).$$

Coroll. 4.

171. Quod nunc ad interualla lentium priorum attinet, ſi ſumamus vtrumque eorum eſſe debere $= \zeta p = \zeta \mathfrak{A} a$ valoribus prioribus proxime veris adhibendis reperiemus

P =

$$P = \frac{1}{1+2\zeta} \text{ et } Q = \frac{1}{1+P\zeta} = \frac{1+2\zeta}{1+3\zeta};$$

vnde si statuamus

$$\zeta = \frac{1}{10}, \text{ erit } P = \frac{5}{6} \text{ et } Q = \frac{12}{13};$$

hincque

$$PQ = \frac{10}{13} \text{ et } \Lambda = \frac{7}{54} - \frac{16\nu}{45} + \frac{7}{288} + \frac{\nu}{68}.$$

Coroll. 5.

172. Cum autem valor ν a ratione vitri pendeat, notetur pro vitro coronario, quo est $n = 1,53$ esse propemodum $\nu = \frac{1}{3}$ et pro vitro chrystallino, quo $n = 1,58$, esse $\nu = \frac{1}{4}$ hinc ergo colligitur pro vitro coronario fore

$$\Lambda = \frac{91}{1350} + \frac{89}{258}.$$

Pro vitro autem chrystallino erit

$$\Lambda = \frac{7}{135} + \frac{11}{728};$$

ex quo perspicitur, plurimum praestare, si tres priores lentes ex vitro chrystallino parentur.

Scholion.

173. Quod nunc ad lentium constructionem attinet, quia pro tribus prioribus numeri λ, λ' et λ'' vnitati aequales sunt positi, vt scilicet singulae minimam confusionem producant, sufficiet litteris $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ valores proximos tribuisse, ita, vt tuto capere liceat $\mathfrak{A} = 3$, $\mathfrak{B} = 2$ et $\mathfrak{C} = 1$; vnde secundum praecepta gene-

generalia singulae hae lentes pro distantiis focalibus datis p, q, r construi poterunt, vbi notasse iuuabit, esse

$$q = \frac{p}{P} = \frac{6}{5}p \text{ et } r = \frac{p}{PQ} = \frac{22}{15}\cdot p;$$

licebit enim nunc distantiam focalem p tanquam cognitam spectare ex eaque distantiam obiecti definire, quae erit

$$a = \frac{1+f}{1f}\cdot p = \frac{1}{5}p(2+\frac{1}{1})$$

tum vero littera ϑ commodissime definitur ex lente quarta, cuius distantia focalis s si itidem vt cognita spectetur, erit $\vartheta = \frac{ms}{2b}$; ita, vt nunc habeatur

$$a = \frac{1}{5}p\left(1 + \frac{2b}{ms}\right).$$

Tum vero erit $s = \frac{1}{5}s$ et interuallum vltimum $= \frac{2}{5}s$. dum duo priora interualla sunt per hypothesin $= \frac{1}{10}p$. Tertium vero interuallum maxime a multiplicatione pendebit erit enim id

$$= \vartheta a\left(\frac{13}{10} - \frac{b}{ma}\right) = \frac{13msa}{20b} - \frac{1}{5}s$$

$$= \frac{13m.ps}{60b.} + \frac{13}{30}p - \frac{1}{5}s,$$

ex quo patet, quo maior multiplicatio desideretur, eo magis instrumentum elongari debere; tum vero etiam apertura primae lentis inprimis a multiplicatione pendet; ex formula enim supra inuenta cum sit proxime

$$\mu = 1, \; a = \frac{1}{5}p \text{ et } \Lambda = \frac{71}{135}$$

pro

pro vitro chryſtallino, ſi vt ſupra fecimus ſumamus $k = 20$, obtinebimus

$$x = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\tfrac{15 p^2}{7 \cdot m}}\ \text{dig.} = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\tfrac{135 \cdot a^2}{7 \cdot m}}\ \text{dig.}$$

quare ſi vt ſupra diſtantiam obiecti circiter dimidii digiti ſtatuamus vt ſit $p = \tfrac{1}{2}$ dig. fiet

$$x = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\tfrac{135}{28 \cdot m}}\ \text{dig.}$$

$$= \frac{0,1689}{\sqrt[3]{m}}\ \text{dig.}$$

Porro autem pro claritate erit

$$y = \tfrac{1}{10m} \sqrt[3]{\tfrac{135}{7ma}}$$

et menſura claritatis

$$= \tfrac{16}{m} \cdot \sqrt[3]{\tfrac{135}{7ma}}\ \text{et casu}\ a = \tfrac{1}{2}\ \text{dig.}$$

$$\text{erit ea} = \frac{54,048}{m \sqrt[3]{m}}.$$

Ex his igitur ſtatim poterimus eiusmodi microſcopium conficere, quod retentis iisdem lentibus ad omnes multiplicationes producendas ſit accommodatum; vtamur autem, vt hactenus, vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$, ita, vt valorem ipſius x aliquantillum imminui conueniat, vti cuique lubuerit, ac tum pro lente prima, cuius diſtantia focalis $= p$ et $\mathfrak{A} = 3$,

erit

erit radius faciei

anter. $= \frac{p}{\sigma - 3(\sigma - \varrho)} = -\frac{p}{2,6827} = -0,3728.p$

poster. $= \frac{p}{\varrho + 3(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{4,5008} = 0,2222.p$

quae ergo aperturam admittit, cuius semidiameter erit circiter $x = 0,055.p = \frac{1}{18}p$.

Pro secunda autem lente, cuius distantia focalis $q = \frac{6}{5}p$ erit radius faciei (ob $\mathfrak{B} = 2$)

anter. $= \frac{q}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2463} = -0,8026\,q$

poster. $= \frac{q}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0637} = 0,3264\,q$.

Pro lente autem tertia, cuius distantia focalis est $r = \frac{11}{10}.p$ erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{\varrho} = 5,2438.r$

poster. $= \frac{r}{\sigma} = 0,6145.r$

Videtur autem hic commode sumi posse $p = 1\frac{1}{5}$ dig. vt fiat circiter $a = \frac{1}{5}$ dig. tum vero $s = 1$ dig. vt fiat $t = \frac{1}{3}$ dig. vnde orietur sequens

Constructio microscopii ex quinque lentibus compositi ad omnes multiplicationes idonei.

174. Si omnes lentes ex vitro communi pro quo est $n = 1,55$ parentur, habebitur

I. Pro lente prima, cuius distantia focalis est $p = 1\frac{1}{5}$ dig.

radius

radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -0,5592. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,3333. \text{ dig.} \end{array} \right.$

cuius semidiameter aperturae posset esse $x = 0,0833$. dig. verum ob multiplicationem datam $= m$ sumi conueniet

$$x = \frac{0,15}{\sqrt[3]{m}} \text{ dig.}$$

et distantia ad lentem secundam $= 0,15$ dig.

II. Pro lente secunda, cuius distantia focalis est $q = \frac{4}{15}$ dig. capiatur

radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -1,4447. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,5875. \text{ dig.} \end{array} \right.$

apertura modo maior sit praecedente distantia ad lentem tertiam $= 0,15$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius distantia focalis est $r = \frac{39}{80}$ dig. capiatur

radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 10,2255. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 1,1983. \text{ dig.} \end{array} \right.$

de apertura idem tenendum, quod ante et distantia ad lentem quartam erit

$$= \left(\frac{13m}{520} + \frac{3}{20}\right) \text{ dig.}$$

IV. Pro quarta lente, cuius distantia focalis est $s = 1$ dig. capiatur

radius vtriusque faciei $= 1,1$ dig.

 aper-

aperturae semidiameter $= \frac{1}{4}$ dig.

et distantia ad lentem quintam

$= \frac{2}{3}$ dig. $= 0,67$. dig.

V. Pro quinta lente, cuius distantia focalis $= \frac{1}{3}$ dig. capiatur

radius vtriusque faciei $= 0,37$. dig.

eius aperturae semidiameter $= \frac{1}{14}$ dig.

et distantia oculi $= \frac{1}{6}$ dig. $= 0,17$ dig.

VI. Semidiameter spatii in obiecto conspicui erit $\zeta = \frac{1}{8} \frac{ab}{ma+b}$ existente distantia obiecti

$a = \frac{1}{3} p (1 + \frac{2b}{ms}) = \frac{1}{8} (1 + \frac{4}{m})$ dig.

VII. Cum sit semidiameter aperturae lentis obiectiuae

$$x = \frac{0,15}{\sqrt[3]{m}} \text{ dig.}$$

fiet hinc

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{2,40}{m \sqrt[3]{m}};$$

et mensura claritatis

$$= \frac{48}{m \sqrt[3]{m}};$$

ita, vt si fuerit $m = 512$, mensura claritatis futura sit $= \frac{3}{256} = \frac{1}{85}$, quae adhuc 34 vicibus maior est, quam claritas Lunae plenae.

VIII.

VIII. Subiungamus adhuc tabellam, in qua pro praecipuis multiplicationibus m exhibeantur

1°. diftantia obiecti a lente obiectiua

$a = \frac{1}{2}(1 + \frac{8}{m})$ dig.

2°. interuallum lentium tertiae et quartae, quod fit

$= l = (\frac{13 m}{320} + \frac{5}{33})$ dig.

3°. femidiameter aperturae lentis obiectiuae

$$x = \frac{0,15}{\sqrt[3]{m}}. \text{ et}$$

4°. claritas $= \frac{48}{m\sqrt[3]{m}}$.

m.	*a.*	*l.*	*x.*	*claritas.*
50	0,580	2,181	0,041	0,262
100	0,540	4,212	0,033	0,106
200	0,520	8,274	0,026	0,044
300	0,513	12,236	0,022	0,023
400	0,510	16,398	0,020	0,016
500	0,508	20,460	0,019	0,012
600	0,507	24,522	0,018	0,009
700	0,506	28,584	0,017	0,008
800	0,505	32,646	0,016	0,006
900	0,504	36,708	0,016	0,005
1000	0,504	40,770	0,015	0,005

Scholion.

175. Cum formulae nostrae inuentae aeque ad telescopia, ac microscopia pateant, dum illo casu ponitur $\vartheta = 0$ hoc vero $\vartheta =$ numero praemagno, operae pretium videtur accuratius inuestigare, cuiusmodi instrumenta sint proditura, et ad quemnam vsum futura sint accommodata, si litterae ϑ valor mediocris veluti 1 vel 2 tribuatur; hunc in finem sumamus $\vartheta = 2$, vt sit

$$s = \frac{4b}{m} \text{ et } t = \frac{4b}{2m} \text{ hincque } m = \frac{4b}{s}$$

tum vero sequentes habebuntur valores:

$$\mathfrak{A} = 2;\ \mathfrak{B} = 1;\ \mathfrak{C} = 0.$$

ideoque

$$A = -2;\ B = \infty \text{ et } C = 0.$$

ita, tamen vt sit

$$BC = -1 \quad \text{et} \quad B\mathfrak{C} = -1.$$

ex quibus valoribus distantiae focales lentium priorum erunt

$$p = 2a;\ q = \frac{2a}{P};\ r = \frac{2a}{PQ};$$

et interualla

$$\mathrm{I}^{mum} = -2a\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$\mathrm{II}^{dum} = \infty\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

$$\mathrm{III}^{tium} = \frac{2a}{PQ}\left(1 - \frac{1}{R}\right) = 2a\left(\frac{1}{PQ} - \frac{b}{ma}\right) \text{ et}$$

$$\mathrm{IV}^{tum} = \frac{2b}{2m};$$

manen-

manente diſtantia oculi $O = \frac{1}{3} r$. Vt iam fiat primum interuallum $= \frac{1}{10} \cdot p$, ſumi debebit $P = \frac{10}{11}$ at Q ſemper debet eſſe $= 1$, quantumuis ſecundum interuallum accipiatur; conueniet autem primo aequale ſumi, ita, vt ſit $q = \frac{11}{9} \cdot a$ et $r = \frac{11}{9} \cdot a$ tertiumque interuallum $= 2a\left(\frac{11}{10} - \frac{b}{ma}\right)$ deinde vt ante erit

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab}{ma + b}.$$

Verum nunc obtinebimus

$$\Lambda = \frac{3}{8} - \frac{\nu}{4} + \frac{b}{64 \cdot ma}(\lambda''' - 6 \cdot \nu) + \frac{27 \cdot b \cdot \lambda'''}{64 \cdot ma}.$$

Qui valor pro caſu $\nu = \frac{1}{5}$ foret $\Lambda = \frac{7}{25}$ at pro caſu $\nu = 1$ foret $\Lambda = \frac{27}{50}$ ſeu vtroque caſu proxime $\Lambda = \frac{2}{5}$ hinc ergo colligimus

$$x = \frac{r}{k} \sqrt[3]{\frac{3a^2b}{\mu m}}. \text{ ſeu}$$

$$x = \frac{r}{35} \sqrt[3]{\frac{3a^2b}{m}};$$

indeque porro

$$y = \frac{b}{20m} \sqrt[3]{\frac{3b}{ma}} \text{ et menſura claritatis } = b \cdot \sqrt[3]{\frac{3b}{ma}}.$$

His notatis, quae ad inſtrumenti conſtructionem pertinent, ſequentia obſeruentur

1°. Si caperetur $r = 1$. dig. foret $m = 4b$. dig. ſeu $\frac{b}{m} = \frac{1}{4}$ dig. quem valorem ita interpretari oportet, quod inſtrumentum nobis obiecta m vicibus maiora repraeſentet, quam ſi ea in diſtantia b ſpectaremus vnde patet, obiecta nobis in eadem magnitudine re-

praesentari, quam si ea nudis oculis spectaremus in distantia $= \frac{b}{m}$, ex quo perspicuum est, instrumentum, de quo hic agitur, nobis obiecta eadem magnitudine esse repraesentaturum, quam si ea cerneremus in distantia $= \frac{1}{4}$ dig. sublata scilicet summa confusione, qua obiecta tam vicina nos adficerent.

2°. Si distantiam focalem s maiorem vel minorem vno digito assumeremus, multiplicatio etiam fieret vel minor vel maior; praxis autem minorem valorem pro s vix admittit, propterea quod $t = \frac{1}{3} s$; minorem vero multiplicationem nemo magnopere desiderabit; vnde iste valor $s = 1$ dig. nostro scopo maxime accommodatus videtur.

3°. Huiusmodi ergo instrumentum tum vsum praestare poterit, quando obiecta ita spectare optamus, quasi ea in distantia $= \frac{1}{4}$ dig. intueremur, vel, quod eodem redit, 32 vicibus maiora, quam si ea in distantia octo digitorum aspiceremus, sicque hoc instrumentum idem praestabit, quod microscopium tricies et bis multiplicans.

4°. Quia autem in microscopiis distantia obiecti admodum parua sumi solet, hoc instrumentum tum potissimum vsurpari poterit, quando ad obiecta non pro lubitu appropinquare licet, quamobrem, si distantia obiecti a aliquanto maior fuerit, quam in microsco-

crofcopiis admitti folet, videamus, quomodo noftrum inftrumentum tum futurum fit comparatum; ftatuamus igitur praeterea $a = 1$. ped. $= 12$. dig. manente $s = 1$ dig. et diftantiae focales lentium hoc modo determinabuntur

$$p = 24.\ \text{dig.}\quad q = 26,4\ \text{dig.}$$

$$r = 26,4\ \text{dig.}\quad s = 1\ \text{dig. et}\quad t = \tfrac{1}{3}\ \text{dig.}$$

Deinde vero interualla

$$\text{I}^{mum} = 2,4\ \text{dig.};\ \text{II}^{dum} = 2,4\ \text{dig.}$$

$$\text{III}^{tium} = 25,9\ \text{dig.}\ \text{IV}^{tum} = 0,67\ \text{dig.}$$

Aperturae vero primae lentis femidiameter nunc erit

$$x = \tfrac{1}{20}\sqrt[3]{\tfrac{3\cdot 144}{4}}.\ \text{dig.} = \tfrac{1}{20}\sqrt[3]{108} = 0,237.\ \text{dig.}$$

hincque menfura claritatis $= 0,128$ ficque ipfa claritas 65 vicibus minor erit, quam fi idem obiectum nudis oculis afpicimus, quae fola circumftantia huiusmodi inftrumenta ab vfu practico excluderet, nifi longitudo eorum iam fatis effet incommoda, quin etiam fi propius ad obiecta accedere liceat, nihil impedit, quominus microfcopio ordinario vtamur, praecipue fi tam exigua multiplicatione contenti effe velimus; idem adeo praeftaret microfcopium fimplex diftantiae focalis $= \frac{1}{4}$ dig.

Scho-

Scholion.

176. Easdem igitur nostras formulas nunc etiam ad telescopia adplicemus vbi est $a = \infty$ et sumitur $b = a$; tum igitur capi oportet $\vartheta = 0$, ita tamen, vt ϑa fiat quantitas finita, cum igitur sit

$$p = \frac{3\vartheta}{1+\vartheta} \cdot a = 3\vartheta a$$

ita, vt sit $\vartheta a = \frac{1}{3} p$. vnde erit porro

$$q = \frac{p}{P} \text{ et } r = \frac{p}{PQ}, \text{ at } s = \frac{2p}{3m} \text{ et } t = \frac{2p}{3 \cdot m};$$

tum vero interualla lentium

$$\text{I}^{mum} = p\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{p}{2P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

$$\text{III}^{tium} = \frac{p}{3}\left(\frac{1}{PQ} - \frac{1}{m}\right);$$

$$\text{IV}^{tum} = \frac{4p}{9m};$$

pro loco oculi manente $O = \frac{1}{3} t \left(1 + \frac{1}{m}\right)$. Faciamus nunc, duo priora interualla inter se aequalia, et quia lentes obiectiuae iam sunt multo maiores statuamus vtrumque $= \frac{1}{25} \cdot p$, et reperietur

$$P = \frac{25}{24} \text{ et } Q = \frac{24}{23}; \text{ hincque } PQ = \frac{25}{23};$$

vnde superiores valores erunt

$$q = \frac{24}{25} \cdot p \text{ et } r = \frac{23}{25} \cdot p;$$

tertiumque interuallum

$$= \frac{1}{3} p \left(\frac{23}{25} - \frac{1}{m}\right) = \frac{23}{75} p - \frac{p}{3m}.$$

Pro

Pro campo porro apparente fiet eius semidiameter

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{8}{m+1}\cdot\xi = \frac{1}{4}\cdot\frac{8}{m+1} = \frac{1718}{m+1}\ \text{min.}$$

Denique aequatio pro distinctione visionis erit

$$\frac{\mu m x^3}{p^3}\left(\frac{71}{25} - \frac{26}{3}\cdot\nu + \frac{27}{8m}(\lambda'' - 6\nu) + \frac{729\cdot\lambda''''}{8m}\right) = \frac{1}{k^3}.$$

Hic iam proponi solet gradus claritatis, quo obiecta repraesententur, qui sit $y = \frac{1}{30}$ dig. sumique debet $x = my = \frac{m}{30}$ dig. et capiatur etiam vt in libro superiore $k = 50$ quibus positis reperietur

$$p = m\sqrt[3]{\mu m \left(\frac{71}{25} - \frac{26}{3}\nu + \frac{27}{8m}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{729\cdot\lambda''''}{8m}\right)}$$

vbi si vitro communi vtamur, erit $\mu = 0,9381$ et $\nu = 0,2326$ at vero iam sumsimus $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$, et quia binae postremae lentes debent esse vtrinque aeque conuexae, esse oportet $\lambda'''' = 1,6298$ et $\lambda''' = 1 + 0,6298.(1 - 2\mathfrak{D})^2 = 16,745$. ex quibus valoribus colligimus

$$p = m.\sqrt[3]{(1,0931.m + 188)}\ \text{dig.}$$

Problema 4.

177. Loco lentis obiectiuae eiusmodi quatuor lentes conuexas proxime sibi iunctas substituere, vt binis reliquis lentibus secundum praecepta superiora constitutis maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Cum hic sex habeantur lentes ideoque quinque interualla totidem quoque litterae P, Q, R, S, T in

calculum sunt introducendae; quarum tres priores P, Q et R vnitati proxime sunt aequales, quia quatuor priores lentes sibi proxime iunctae ponuntur; vltima vero T debet esse negatiua siue $T = -k$, quia imago realis in vltimum interuallum incidit sicque habebitur $PQRSk = \frac{ma}{b}$; deinde distantiae focales lentium nunc ita exprimentur

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = -\frac{A \mathfrak{B} a}{P};$$
$$r = \frac{AB\mathfrak{C}.a}{PQ}; \; s = -\frac{ABC\mathfrak{D}.a}{PQR};$$
$$t = \frac{ABCD\mathfrak{E}a}{PQRS} \text{ et } u = ABCDE.\frac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium ita se habent:

$$I^{mum} = A a \left(1 - \tfrac{1}{P}\right);$$
$$II^{dum} = -A B a \left(\tfrac{1}{P} - \tfrac{1}{PQ}\right);$$
$$III^{tium}\; A B C a \left(\tfrac{1}{PQ} - \tfrac{1}{PQR}\right);$$
$$IV^{tum} = -A B C D.\, a \left(\tfrac{1}{PQR} - \tfrac{1}{PQRS}\right);$$
$$V^{tum} = A B C D E.\, a \left(\tfrac{1}{PQRS} + \tfrac{b}{ma}\right).$$

Distantia vero oculi erit, vt ante,

$$O = \tfrac{1}{4} u \left(1 + \tfrac{b}{ma}\right)$$

perinde ac spatii conspicui semidiameter

$$\zeta = \tfrac{1}{4}.\, \frac{ab}{ma + b}.$$

Ob hunc ipsum vero campum, vt tantus euadat, oportet esse $\mathfrak{E} = -2$ hincque $E = -\frac{2}{3}$. Postea autem vt

vt margo coloratus euanefcat, debet effe $k = 1$. ita, vt fit $PQRS = \frac{ma}{b}$. Denique vt confufio ab apertura lentium oriunda prodeat minima, ex fuperioribus colligere licet, hoc fieri, fi iftae expreffiones quatuor

$$\mathfrak{A}; \ -A\mathfrak{B}; \ AB\mathfrak{C}; \ -ABC\mathfrak{D};$$

inter fe aequales reddantur; vnde colligimus has determinationes:

$$1^{\circ}. \ \mathfrak{B} = -\frac{\mathfrak{A}}{A} = \mathfrak{A} - 1.$$

$$2^{\circ}. \ \mathfrak{C} = -\frac{\mathfrak{B}}{B} = \mathfrak{B} - 1 = \mathfrak{A} - 2.$$

$$3^{\circ}. \ \mathfrak{D} = -\frac{\mathfrak{C}}{C} = \mathfrak{C} - 1 = \mathfrak{A} - 3.$$

Deinde vero ponatur $-ABCD = \vartheta$, vt fiat quintae lentis diftantia focalis

$t = +2\vartheta . \frac{b}{m}$, fextaeque

$u = \frac{2}{3}\vartheta . \frac{b}{m} = \frac{1}{3}t$ et

interuallum quintum $= \frac{2}{3}t = 2u$.

Iam in hac aequatione affumta $ABCD = -\vartheta$ loco litterarum A, B, C, D introducantur litterae germanicae refpondentes, eritque

$$\frac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{A}} . \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} . \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}} . \frac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}} = -\vartheta \text{ fiue}$$

$$\vartheta = \frac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{D}} = \frac{\mathfrak{A}}{4-\mathfrak{A}};$$

vnde per ϑ iftae litterae hoc modo definientur:

$$\mathfrak{A} = \frac{4\vartheta}{\vartheta+1}; \ \mathfrak{B} = \frac{3\vartheta-1}{\vartheta+1}; \ \mathfrak{C} = \frac{2\vartheta-2}{\vartheta-1} \text{ et } \mathfrak{D} = \frac{\vartheta-3}{\vartheta+1};$$

 A =

$$A = -\frac{4\theta}{3\theta - 1}; \quad B = -\frac{(3\theta - 1)}{2\theta - 2};$$
$$C = -\frac{(2\theta - 2)}{\theta - 1} \text{ et } D = \frac{\theta - 1}{4};$$

ex quibus valoribus primo distantiae focales ita definientur

$$p = \frac{4\theta . a}{\theta + 1}; \quad q = \frac{4\theta}{\theta + 1} . \frac{a}{P};$$
$$r = \frac{4\theta}{\theta + 1} . \frac{a}{PQ}; \quad s = \frac{4\theta}{\theta + 1} . \frac{a}{PQR};$$
$$t = 2 \vartheta . \frac{b}{m}; \text{ et } u = \frac{2}{3} \vartheta . \frac{b}{m};$$

similique modo lentium interualla

$$I^{mum} = -\frac{4\theta}{3\theta - 1} . a \left(1 - \frac{1}{P}\right)$$
$$II^{dum} = -\frac{4\theta}{2\theta - 2} a \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{PQ}\right)$$
$$III^{tium} = -\frac{4\theta}{\theta - 1} . a \left(\frac{1}{PQ} - \frac{1}{PQR}\right)$$
$$IV^{tum} = \vartheta . a \left(\frac{1}{PQR} - \frac{b}{ma}\right)$$
$$V^{tum} = \frac{2\theta}{3} . a . \frac{2b}{ma} = \frac{4}{3} . \vartheta . \frac{b}{m} = 2u.$$

Quodsi iam velimus, vt trium interuallorum priorum quodlibet sit $= \zeta p = \frac{4\theta}{1+\theta} . \zeta a$, litterae P, Q, R et S sequenti modo determinabuntur:

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{(3\theta - 1)\zeta}{1 + \theta};$$
$$\frac{1}{PQ} = 1 + \frac{(5\theta - 3)\zeta}{1 + \theta};$$
$$\frac{1}{PQR} = 1 + \frac{(6\theta - 6)}{1 + \theta} . \zeta;$$

His

His praemiſſis aequatio pro dato diſtinctionis gradu obtinendo ſequenti forma exprimi poterit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b} \begin{cases} \frac{1}{\alpha^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{P} + \frac{\lambda''}{PQ} + \frac{\lambda'''}{PQR}\right) \\ -\frac{\nu}{\alpha^3}\left(\mathfrak{A}(\mathfrak{A}-1) + \frac{\mathfrak{B}.\mathfrak{B}-1}{P} + \frac{\mathfrak{C}.\mathfrak{C}-1}{PQ} + \frac{\mathfrak{D}.\mathfrak{D}-1}{PQR}\right) \\ + \frac{b}{8\theta^3 m a}(\lambda'''' - 6\nu) + \frac{27.b.\lambda'''''}{8\theta^3.ma} \end{cases}$$

pro qua breuitatis gratia ponamus

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b}.\Lambda;$$

ita, vt Λ denotet quantitatem illam vncinulis incluſam, pro qua notetur, litteris λ, λ', λ'' et λ''' valorem $= 1$ tribui conuenire, vt ſcilicet haec quantitas minima euadat et quia duae poſtremae lentes vtrinque debent eſſe aeque conuexae, erit

$$\lambda'''' = 1, + \left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2 (1 - 2\mathfrak{C})^2$$
$$= 1 + 25\left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2 \text{ et } \lambda''''' = 1 + \left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2$$

Quantitas ergo Λ, ſi loco $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$ valores inuenti ſubſtituantur, ita exprimetur

$$\Lambda = \frac{(1+\theta)^3}{16\theta^3} - \frac{\nu(\theta+1)(5\theta^2-6\theta+5)}{16\theta^3}$$
$$+ \frac{(1+\theta)^2(7\theta-5)}{32\theta^3}.\zeta$$
$$- \frac{\nu(\theta^2-1)(7\theta^2-18\theta+23)}{16\theta^3}.\zeta$$
$$+ \frac{b}{8\theta^3.ma}(\lambda'''' - 6\nu)$$
$$+ \frac{27.b.\lambda'''''}{8\theta^3.ma}.$$

Atque in hoc negotio id potiſſimum intenditur, vt valor ipſius Λ vel plane ad nihilum redigatur vel

 ſaltim

faltim tam exiguus reddatur, vt ex hac aequatione numerus k multo maior prodeat, quam 20 etiamsi apertura primae lentis tanta accipiatur, quam eius figura permittit; tum autem hoc valore pro x assumto pro gradu claritatis habebitur $y = \frac{bx}{ma}$ et mensura claritatis fiet

$$= \frac{20 . bx}{ma} = \frac{160 . x}{ma}.$$

Coroll. 1.

178. Quoniam pro microscopiis ϑ semper est numerus satis magnus, nisi forte multiplicatio exigua requiratur, quem casum hic merito excludimus; bina postrema membra ipsius λ manifesto tam sunt parua, vt tuto negligi queant sicque hic valor aestimari debebit ex prioribus tantum membris

$$\Lambda = \frac{(1+\theta)^3}{16\theta^3} - \frac{\nu(\theta+1)(5\theta^2-6\theta+5)}{16\theta^3}$$
$$+ \frac{(1+\theta)^2(7\theta-5)}{32\theta^3} . \zeta - \frac{\nu(\theta-1)(7\theta^2-18\theta+25)}{16\theta^3} . \zeta$$

Coroll. 2.

179. Cum autem sit ϑ numerus praemagnus, haec expressio reducitur ad sequentem formam proxime veram:

$$\Lambda = \frac{1}{16} - \frac{5}{16}\nu + \frac{7}{32}\zeta - \frac{7\nu}{16}\zeta.$$
$$+ \frac{3}{16\theta} + \frac{\nu}{16\theta} + \frac{9}{32\theta}\zeta + \frac{25\nu}{16\theta} . \zeta$$

quae expressio si nihilo esset aequalis verus valor ipsius Λ sine dubio tam foret exiguus, vt litterae x maxi-

maximus valor, quem lentis figura permittit, tribui posset.

Coroll. 3.

180. Quoniam littera ν ab indole vitri pendet, cuius valor, prouti refractio ab $n = 1,50$ vsque ad $1,58$ augetur, ab $\frac{1}{5}$ vsque ad $\frac{1}{4}$ crescit, sumto $\nu = \frac{1}{5}$ fiet

$$\Lambda = \frac{7}{75}\zeta + \frac{10}{16\vartheta}\cdot\zeta + \frac{1}{5\vartheta}$$

quae partes cum omnes sint positiuae, patet, si lentes ex tali vitro parentur, valorem Λ ad nihilum redigi non posse. Sin autem fuerit $\nu = \frac{1}{4}$, habebitur

$$\Lambda = -\frac{1}{64} + \frac{17}{64\vartheta} + \frac{7}{64}\zeta + \frac{41}{64\vartheta}\cdot\zeta$$

qui valor vtique nihilo aequalis esse poterit, quod scilicet eueniet casu $\vartheta = \infty$, si fuerit $\zeta = \frac{1}{7}$, qui valor ad praxin satis est accommodatus; at si sumamus $\vartheta = 50$; tum fiet $\Lambda = 0$, si fuerit $\zeta = \frac{33}{391}$ seu $\zeta = \frac{1}{12}$ quod etiam praxi maxime conuenit.

Coroll. 4.

181. Vt igitur valor ipsius Λ ad nihilum redigatur, vitro vti conueniet, maiorem refractionem producente, cuiusmodi est vitrum chrystallinum, pro quo $n = 1,58$ ac si forte praxis minus successerit, commode hic vsu venit, vt lentium priorum interuallis tantillum mutatis scopo intento satisfieri queat; quod remedium in praxi eo facilius adhibetur, quod in ipsa lentium constructione nulla mutatio exigitur.

Scho-

Scholion.

182. Quod ϑ semper sit numerus satis magnus, ex supra traditis facile perspicitur; cum enim penultimae lentis distantia focalis t vno digito minor statui nequeat ob $b = 8$ dig: erit $\vartheta = \frac{m}{16}$ dig. quare cum multiplicatio m vix minor desiderari soleat, quam 500 vel 480 habebitur hinc $\vartheta = 30$. dig. maximam autem multiplicationem, quam quidem ob defectum claritatis adhuc desiderare possumus, aestimare licet $m = 960$ quo ergo casu erit $\vartheta = 60$. dig. ita, vt valores ipsius ϑ intra 30 et 60 contenti sint aestimandi. Hoc autem notato si priora membra formulae A fuerint $= 0$, facile intelligetur, posteriora membra nequaquam esse turbatura; haec enim vltima membra certe adhuc minora erunt, quam $\frac{125}{\vartheta^3 \cdot m}$; vnde si priora membra actu euanescant, prodibit aequatio

$$\frac{1}{k^3} < \frac{\mu m x^3}{a^2 \cdot b} \cdot \frac{125}{\vartheta^3 \cdot m} < \frac{125 \mu x^3}{a^2 b \vartheta^3}$$

siue sumto $\vartheta = 30$ erit

$$k^3 > \frac{30^3 \cdot a^2 b}{125 \mu x^3} \text{ siue } k > \frac{30}{x} \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{125 \mu}}.$$

Nunc quod ad valorem ipsius x attinet, obseruemus, si lens obiectiua esset simplex, ideoque eius distantia focalis $p = a$ proxime; tum ob eius figuram capi posse $x = \frac{1}{5} \cdot a$ vel certe non maius etsi autem hic quatuor lentes conuexae in locum obiectiuae substituantur, quarum singularum distantiae focales sunt

fere

fere quadruplo maiores, tamen quia primae facies anterior est concaua ideoque posterioris faciei radius valde paruus, ea vix maiorem aperturam admittet, quam lens simplex; ita, vt etiam hoc casu x maius capi nequeat, quam $\frac{1}{5}. a$. sit ergo $x = \frac{1}{5} a$. et sumto $a = \frac{1}{2}$ semper erit $k > 90$, quo valore indicatur insignis gradus distinctionis, cum etiam pro optimis telescopiis hic valor non vltra 50 augeri soleat; ex quo concludere licet, non adeo necessarium esse, vt etiam priora membra ipsius A penitus euanescant, dummodo ea per m multiplicata non multum superent posteriora; tum autem priora membra fere penitus euanescere debebunt; at iis nihilo aequalibus positis valor numeri ζ ita in genere determinabitur, vt sit

$$\zeta = \frac{-5\nu - 1 - \frac{(1+\nu)}{\theta} - \frac{(1+\nu)}{\theta^2} + \frac{5\nu - 1}{\theta^3}}{\frac{9}{2} - 7\nu + \frac{9+50\nu}{2\theta} - \frac{(3+82\nu)}{2\theta^2} - \frac{(5-66\nu)}{2\theta^3}}$$

vbi inprimis cauendum est, ne littera ζ nimis fiat parua, quam vt interuallum ζp commode in praxi locum habere queat, id quod obtinetur, dummodo ζ non notabiliter minor prodeat, quam $\frac{1}{10}$; quamobrem operae pretium erit inuestigare, an etiam vitro communi ad hunc scopum vti liceat, quandoquidem iam vidimus, chrystallinum satis esse idoneum, cum igitur pro vitro communi sit $n = 1,55$ et $\nu = 0,2326$ fiet

 $\zeta =$

$$\zeta = \frac{0,1630 - \frac{3,2126}{\theta} - \frac{8,2526}{\theta^2} + \frac{0,1650}{\theta}}{1,8718 + \frac{10,3150}{\theta} - \frac{11,0366}{\theta^2} + \frac{2,7492}{\theta^3}}$$

hic autem primum obſeruari conuenit ſi eſſet $\vartheta = \infty$, fore $\zeta = \frac{1}{11}$ circiter, qui valor vtique ad praxin maxime eſſet accommodatus, at ſi ſumamus $\vartheta = 30$, orietur $\zeta = \frac{1}{27}$, qui valor nimis eſt exiguus; vnde patet pro ϑ maiorem valorem accipi debere. Sumto autem $\vartheta = 50$ reperitur $\zeta = \frac{0,0071}{1,0340} = \frac{1}{18}$ proxime qui valor adhuc admitti commode poterit. Sumto autem $\vartheta = 60$ eruitur $\zeta = \frac{0,1032}{1,7437} = \frac{1}{17}$ qui valor praxi egregie conuenire videtur. Hunc igitur caſum ſequenti exemplo fuſius euoluamus:

Exempl. I.

183. Si omnes lentes ex vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$ conficiantur, ac ſumatur $\vartheta = 60$, vt microſcopium adeo ad multiplicationem $m = 1000$ adhiberi poſſit; momenta conſtructionis ſequenti modo ſe habebunt:

Primo ſcilicet habebimus

$$\mathfrak{A} = \frac{240}{61} = 4 - \frac{4}{61} = 4 - \frac{1}{15} \text{ proxime}$$

$$\mathfrak{B} = 3 - \frac{1}{15};\ \mathfrak{C} = 2 - \frac{1}{15};\ \mathfrak{D} = 1 - \frac{1}{15};$$

atque porro

$$\frac{1}{p} = 1 + (3 - \frac{1}{15})\zeta$$

et quia modo vidimus, ſumi debere $\zeta = \frac{1}{17}$ erit

$\frac{1}{p} =$

$\frac{1}{P} = 1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{270} = 1,1629$

$\frac{1}{PQ} = 1 + \frac{5}{18} - \frac{2}{270} = 1,2703$

$\frac{1}{PQR} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{3}{270} = 1,3222$

vnde distantiae focales lentium erunt

$p = (4 - \frac{1}{15})\, a = 3,9333.\, a$
(0,5947571)

$q = \frac{p}{P} = 4,5740.\, a$
(0,6602996)

$r = \frac{p}{PQ} = 4,9965.\, a$
(0,6986634)

$s = \frac{p}{PQR} = 5,2006.\, a$
(0,7160543)

Tum vero

$t = \frac{960}{m}$. dig. et $u = \frac{320}{m}$. dig.

Harum porro quatuor priorum lentium interuallum commune est $= \frac{1}{18} p = 0,2185.\, a$.

Quartum vero interuallum erit

$= 79,332.\, a - \frac{410}{m}$ dig.

Quintum vero $= 2\, u = \frac{640}{m}$ dig.

et distantia oculi

$O = \frac{1}{2}\, u = \frac{160}{m}$ dig.

 Nunc

Nunc igitur singularum lentium constructio est describenda:

I. Pro prima lente,

cuius distantia focalis est $p = 3,9333 \cdot a$ et numeri

$$\lambda = 1;\ \mathfrak{A} = 4 - \tfrac{1}{13},$$

erit radius

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = -\frac{p}{4,0236} = -0,97756 \cdot a$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{5,8417} = 0,67332 \cdot a$$

quae aperturam admittit, cuius semidiameter

$$x = 0,16583 \cdot a.$$

II. Pro secunda lente,

cuius distantia focalis est $q = 4,5740 \cdot a$

et numeri $\lambda = 1$ et $\mathfrak{B} = 3 - \frac{1}{13}$ erit radius

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{2,5868} = -1,7682 \cdot a$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{4,2219} = 1,0834 \cdot a.$$

III. Pro lente tertia,

cuius distantia focalis est $r = 4,9965 \cdot a$

et numeri $\lambda = 1$ et $\mathfrak{C} = \mathfrak{A} - 2$ erit radius

$$\text{anter.} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = -\frac{r}{1,1502} = -4,3440 \cdot a$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{2,9683} = 1,6833 \cdot a$$

IV. Pro

IV. Pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis $s = 5,2006.a$ et numeri

$\lambda = 1$ et $\mathfrak{D} = \mathfrak{A} - 3$,

erit radius

anter. $= \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho)} = + \frac{s}{0,2865} = 18,1522.a$

poſter. $= \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho)} = \frac{s}{1,5281} = 3,4034.a.$

Hinc ergo deducitur ſequens

Conſtructio microſcopii ex ſex lentibus compoſiti, refractione vitri exiſtente $n = 1,55$.

184. Pro hoc microſcopio ſumitur m numerus praemagnus arbitrarius, quippe a quo tantum binae lentes poſteriores pendent

I. Pro prima lente,

cuius diſtantia focalis $= 3,9333.a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,97756.a \\ \text{poſter.} = 0,67332.a \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= 0,16583.a$

et diſtantia ad lentem ſecundam $= 0,2185.a.$

II. Pro ſecunda lente,

cuius diſtantia focalis $q = 4,5740.a$, erit

 radius

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,7682.a \\ \text{poster.} = 1,0384.a \end{cases}$

apertura et distantia ad lentem sequentem sunt, vt ante.

III. Pro tertia lente,

cuius distantia focalis $r = 4,9965.a$, est

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -4,3440.a \\ \text{poster.} = 1,6833.a \end{cases}$

apertura et distantia ad lentem sequentem, vt ante.

IV. Pro lente quarta,

cuius distantia focalis $s = 5,2006.a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 18,1522.a \\ \text{poster.} = 3,4034.a \end{cases}$

apertura, vt ante;

distantia ad lentem quintam vero erit

$= 79,332.a - \frac{440}{m}$ dig.

V. Pro quinta lente,

cuius distantia focalis est $t = \frac{160}{m}$ dig. capiatur

radius vtriusque faciei $= \frac{1056}{m}$ dig.

eius aperturae semidiameter $= \frac{240}{m}$ dig.

et distantia ad lentem sextam $= \frac{640}{m}$ dig.

VI. Pro

VI. Pro lente sexta,

cuius distantia focalis $u = \frac{120}{m}$ dig. erit

radius vtriusque faciei $= \frac{132}{m}$ dig.

eius aperturae semidiameter $= \frac{30}{m}$ dig.

et distantia Oculi $= \frac{160}{m}$ dig.

VII. Spatii in obiecto conspicui semidiameter erit $= \frac{4a}{ma+1}$ dig. et mensura claritatis, qua obiecta repraesentabuntur erit $= \frac{2615128}{m}$ quae etiamsi multiplicatio statuatur $m = 1000$, adhuc satis est magna.

VIII. Hoc tantum in hoc genere microscopiorum displicebit forte, quod eorum longitudo, quippe quae fere aequalis est 80. a, tam fit enormis ideoque minus commoda videbitur, sed cum distantiam obiecti facile ad digiti dimidium vel adeo trientem diminuere liceat, nihil impedit, quominus haec microscopia ad quosuis vsus adhiberi queant.

IX. Etiamsi hic quaelibet multiplicatio peculiares lentes quintam et sextam postulat, tamen facile intelligitur, si huiusmodi instrumentum ad certam multiplicationem fuerit accommodatum; tum idem etiam tam pro maioribus, quam pro minoribus multiplicationibus optimo successu adhiberi posse, dum scilicet eius longitudo siue minuitur siue augetur.

X. De-

X. Denique cum quatuor lentes priores maiores esse debeant, quam apertura primae lentis, artifici praecipi poterit, vt disci harum lentium in diametro contineant $\frac{2}{3}.a$; ita, vt si fuerit $a = \frac{1}{4}$ dig. diameter horum discorum sit $\frac{1}{3}$ dig.

Exempl. II.

185. Si omnes lentes ex vitro chrystallino parentur omnia momenta, quae ad constructionem microscopiorum pertinent, describere, ita, vt fiat $\Lambda = 0$ Cum hoc casu sit $n = 1,58$, erit $\nu = 0,2529$; vnde ex formula supra data colligemus

$$\zeta = \frac{0,2645 - \frac{3,2529}{\vartheta} - \frac{8,2520}{\vartheta^2} + \frac{0,2645}{\vartheta^3}}{+1,7297 + \frac{10,822}{\vartheta} - \frac{11,3689}{\vartheta^2} + \frac{3,2167}{\vartheta^3}}$$

Iam si ϑ esset infinitum, foret $\zeta = \frac{0,2645}{1,7297} = \frac{1}{6}$ circiter Sin autem sumamus, vt ante, $\vartheta = 60$, prodibit $\zeta = \frac{0,2094}{1,5088} = \frac{1}{7}$ circiter vnde patet, si ipsi ζ minor valor tribuatur, tum Λ nacturum esse valorem negatiuum, quem commode in nostrum lucrum conuertere poterimus, cum enim tum ex aequatione principali pro hoc casu fiat

$$\Lambda = -\frac{0,2054 + 1,5061.\zeta}{16}$$

si ponamus; vt in exemplo praecedente,

$$\zeta = \frac{1}{12}, \text{ fiet } \Lambda = -0,0065.$$

Cum

Cum autem pro prima lente sumserimus $\lambda = 1$, facile intelligitur, si huic λ maior valor tribuatur, fieri posse, vt haec expressio pro Λ penitus euanescat; hunc in finem statuamus $\lambda = 1 + \omega$ et cum in computo confusionis ex littera $\lambda = 1$ nata sit formula $\frac{1}{\mathfrak{M}^3}$ nunc ex valore $\lambda = 1 + \omega$ nascetur $\frac{1+\omega}{\mathfrak{M}^3}$, ita vt nunc valor Λ augmentum accipiat

$$= \frac{\omega}{\mathfrak{M}^3} = \frac{\omega(1+\theta)^3}{64.\theta^3} = 0,0164.\,\omega$$

ita, vt fiat

$$\Lambda = 0,0164.\,\omega - 0,0065.$$

Quare vt fiat $\Lambda = 0$, capi debebit $\omega = \frac{0,0065}{0,0164} = \frac{65}{164}$ sicque pro prima lente statui debebit $\lambda = 1 + \frac{65}{164}$, manentibus pro tribus lentibus sequentibus $\lambda' = 1 = \lambda'' = \lambda'''$ quo effici poterit, vt prima lens aliquanto maioris aperturae capax reddatur. Cum igitur sit, vt in exemplo praecedente, $\vartheta = 60$ et $\zeta = \frac{1}{11}$ tam distantiae focales, quam interualla eosdem quoque valores retinebunt, tantumque superest, vt singularum lentium constructio doceatur.

I. Pro prima autem lente,

cuius distantia focalis $p = 3,9333.\,a$

et numeri $\lambda = 1 + \omega$ et $\mathfrak{A} = 4 - \frac{1}{15}$, erit radius

anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho) + \tau\sqrt{\omega}} = \frac{p}{-4,0865 + 0,5526} = -1,1129.\,a$

poster. $= \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho) - \tau\sqrt{\omega}} = \frac{p}{5,8106 - 0,5524} = 0,7480.\,a$

vnde haec lens aperturam admittit, cuius semidiameter $x = 0,1870.a$.

II. Pro secunda lente,

cuius distantia focalis est $q = 4,5740.a$. erit radius

anter. $= -\frac{q}{2,6453} = -1,7292.a$

poster. $= \frac{q}{4,3693} = 1,0469.a$.

III. Pro tertia lente,

cuius distantia focalis $r = 4,9965.a$. erit radius

anter. $= -\frac{r}{1,2039} = -4,1503.a$

poster. $= \frac{r}{2,9285} = 1,7065.a$

IV. Pro lente quarta,

cuius distantia focalis $s = 5,2006.a$ erit radius

anter. $= \frac{s}{0,2375} = 21,8973.a$

poster. $= \frac{s}{1,4866} = 3,4983.a$

Hinc ergo sequitur

Constructio Microscopii ex sex lentibus compositi.

186. Constructis ex vitro chrystallino, pro quo $n = 1,58$ quaternis lentibus prioribus, quemadmodum modo est praeceptum, pro data obiecti distantia $= a$ statuantur interualla inter has lentes $= \frac{1}{12}p$ $= 0,2185.a$ et priori lenti tribuatur apertura, cuius

ius ſemidiameter $x = 0,1870.a$; et interuallum a quarta harum lentium vsque ad quintam

$$= 79,332.a - \frac{480}{m} \text{ dig.}$$

V. Pro quinta lente,

cuius diſtantia focalis $t = \frac{560}{m}$ dig.

et quam vna cum ſexta ex vitro communi conficere licebit, capiatur radius vtriusque faciei $= \frac{1056}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{140}{m}$ dig.

et diſtantia ad lentem ſextam $= \frac{640}{m}$ dig.

VI. Pro lente ſexta,

cuius diſtantia focalis $u = \frac{320}{m}$ dig.

erit radius faciei vtriusque $= \frac{352}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{20}{m}$ dig.

et diſtantia oculi $= \frac{160}{m}$ dig.

VII. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $= \frac{4a}{ma+1}$ dig. at menſura claritatis fiet $= \frac{25,920.a}{m}$ ſatis notabiliter maior, quam in exemplo praecedente.

Ceterum eadem hic erunt obſeruanda, quae ſupra ſunt allata.

Corollarium.

187. His duobus microſcopiorum generibus inter ſe comparandis iſtud inſigne commodum conſequimur, quod ſi forte vitrum occurrat, cuius refractio medium quodpiam teneat inter refractiones $n = 1,55$ et $n = 1,58$, tum per regulam interpolationum conſtructio lentium facile definiri queat.

Scholion.

188. Accommodemus formulas, quas in hoc problemate inuenimus, etiam ad teleſcopia, quandoquidem hic determinationes aliquantum differentes induximus. Cum igitur ſit $a = \infty$ et $b = a$, debebit eſſe $\vartheta = 0$, ſed ita tamen, vt fiat $\vartheta a =$ quantitati finitae ponaturque $\vartheta a = l$; tum ergo fient elementa noſtra

$$\mathfrak{A} = 4\vartheta;\ \mathfrak{B} = -1;\ \mathfrak{C} = -2;$$
$$\mathfrak{D} = -3 \text{ et } \mathfrak{E} = -2,$$

hincque

$$A = 4\vartheta;\ B = -\tfrac{1}{2};\ C = -\tfrac{2}{3};$$
$$D = -\tfrac{3}{4} \text{ et } E = -\tfrac{2}{3}.$$

tum vero

$$\tfrac{1}{P} = 1 - \zeta;\ \tfrac{1}{PQ} = 1 - 3\zeta \text{ et } \tfrac{1}{PQR} = 1 - 6\zeta.$$

Quare diſtantiae focales lentium erunt

$$p = 4l;\ q = 4l(1 - \zeta);\ r = 4l(1 - 3\zeta);$$
$$s = 4l(1 - 6\zeta);\ t = \tfrac{2l}{m};\ \text{et } u = \tfrac{2}{3}\cdot\tfrac{l}{m};$$

et

et lentium interualla

$$\mathrm{I}^{mum} = \mathrm{II}^{do} = \mathrm{III}^{tio} = \zeta p = 4 \zeta l.$$

$$\mathrm{IV}^{tum} = l(1 - 6\zeta) - \frac{l}{m}; \quad \mathrm{V}^{tum} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{m};$$

ac denique diſtantia oculi $O = \frac{1}{2} \frac{l}{m} (1 + \frac{1}{m})$.

Porro vero campi apparentis ſemidiameter]

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Denique aequatio pro ſufficiente diſtinctione comparanda erit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{l^3} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{16} - \frac{5}{32} \zeta - \frac{\nu}{16} (5 - 23 \zeta) \\ + \frac{1}{8m} (\lambda'''' - 6 . \nu) + \frac{27 . \lambda'''''}{8 . m} \end{array} \right.$$

vbi quidem ſumſimus $\lambda = \lambda' = \lambda'' = \lambda''' = 1$ tum vero numeri λ'''' et λ''''' inde ſumi debent, quod binae poſtremae lentes vtrinque debent eſſe aequaliter conuexae. Quodſi iam velimus, vt haec expreſſio penitus ad nihilum redigatur, poni oportebit

$$m(1 - \tfrac{5}{2} \zeta) - m\nu(5 - 23\zeta) \\ + 2(\lambda'''' - 6\nu) + 54 \lambda''''' = 0$$

Binas autem poſtremas lentes ſemper licebit ex vitro communi conſtruere, vbi eſt $m = 1,55$; tum autem erit $\lambda'''' = 16,74\frac{1}{3}$ et $\lambda''''' = 1,6298$ hincque bina membra poſtrema dabunt $118,7080$, ita, vt eſſe debeat

$$m(1 - \tfrac{5}{2}\zeta) - m\nu(5 - 23\zeta) + 118,7080 = 0.$$

quodſi

quodsi iam etiam quatuor priores lentes ex eodem vitro communi parentur, ob $\nu = 0,2326$ reperietur

$$-0,1630.m + 2,8498.\zeta m + 118,7080 = 0$$

adeoque

$$\zeta = \frac{0,1630\, m - 118,7080}{2,8498.m} \text{ seu } \zeta = \frac{1630.m - 1187080}{28498.m}$$

hinc ergo pro ζ valor positiuus non prodit, nisi sit

$$m > \frac{1187080}{1630} \text{ seu } m > 728 \text{ circiter;}$$

tanta vero multiplicatio vim telescopiorum longe superat, ac tum quidem deberet esse $\zeta = 0$. cum tamen $\frac{1}{36}$ superare debeat; quod incommodum etiam locum habet, si priores lentes ex vitro chrystallino conficiantur, etsi fiat aliquanto minus. Ex quo perspicuum est, formulas hic inuentas ad telescopia neutiquam tanto successu applicari posse, quam ad microscopia, vti modo ostendimus.

CAPVT III.

CAPVT III.

DE SVMMA MICROSCOPIORVM HVIVS GENERIS PERFECTIONE, DVM OPE LENTIVM CONCAVARVM ET EX ALIA VITRI SPECIE CONFECTARVM OMNIS PLANE CONFVSIO AD NIHILVM REDIGITVR.

Problema 1.

189.

Loco lentis obiectiuae duas lentes, quarum prior sit concaua, substituere, vt manentibus binis lentibus posterioribus confusio omnis tollatur.

Solutio.

Cum hic ergo quatuor habeantur lentes ideoque tria interualla litterarum P, Q, R vltima debet esse negatiua, ponatur ergo $R = -k$ et vt margo coloratus tollatur, ex supra traditis manifestum est, capi debera $k = 1$ ita, vt sit $PQ = \frac{ma}{b}$; deinde vt simul idem campus comparetur, qui ante, debet esse $\mathfrak{C} = -2$

et

et $\mathfrak{C} = -\frac{2}{3}$; vnde diſtantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;$$

$$r = -2\,A\,B.\frac{b}{m} \text{ et } s = -\frac{2}{3}.A\,B.\frac{b}{m};$$

interualla vero lentium

$$I^{mum} = A\,a\,(1 - \tfrac{1}{P});$$

$$II^{dum} = -\frac{ABa}{P} + A\,B.\frac{b}{m} \text{ et}$$

$$III^{tium} = -\frac{4}{3}.A\,B.\frac{b}{m} = 2\,s.$$

et, vt ante, diſtantia oculi $O = \frac{2}{3}s(1 + \frac{b}{ma})$ quemadmodum etiam ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter manet $= \frac{1}{3}.\frac{ab}{ma+b}$; nunc autem cum prima lens debeat eſſe concaua, neceſſe eſt, ſit $\mathfrak{A} < 0$ ideoque et $A < 0$ quare oportebit eſſe $P < 1$. tum vero ob $A\,B < 0$, debet eſſe $B > 0$. ideoque etiam $\mathfrak{B}$ quantitas poſitiua. Ponamus iam, vt ante, quoniam duae priores lentes ſibi debent eſſe proximae, interuallum primum $= -\zeta.p$ fietque

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{\mathfrak{A}}{A}.\zeta = 1 + (1 - \mathfrak{A})\zeta.$$

Cum prima lens ſit concaua, ſit ea quoque ex vitro chryſtallino parata, dum reliquae ex vitro coronario factae eſſe ſumuntur; ita, vt nunc n denotet 1,58 et $n' = 1,53 = n'' = n'''$, quibus reliquae litterae independentes conſentaneae eſſe debent. Quo poſito aequatio omnem confuſionem a diuerſa radiorum refrangibilitate oriundam tollens erit

0 =

$$o = N.\frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2}.\frac{1}{q} + \frac{N'}{P^2Q^2}.\frac{1}{r} + \frac{N'}{P^2Q^2R^2}\frac{1}{s} \text{ seu}$$
$$o = \frac{N}{N'}.\frac{1}{p} + \frac{1}{P^2.q} + \frac{b^2}{m^2a^2.r} + \frac{b^2}{m^2a^2.s};$$

vbi duo posteriora membra manifesto reiici possunt et cum sit circiter $\frac{N}{N'} = \frac{10}{7}$ et $P = 1$ proxime, haec aequatio dabit

$$o = \frac{10}{7}.\frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{1}{A\mathfrak{B}}; \text{ adeoque } \mathfrak{B} = \frac{7}{10}.\frac{\mathfrak{A}}{A} = \frac{7}{10}(1-\mathfrak{A})$$
$$\text{et } B = \frac{7(1-\mathfrak{A})}{3+7\mathfrak{A}};$$

qui valor vt fiat positiuus, existente $\mathfrak{A} < o$, necesse est, vt $3 + 7.\mathfrak{A}$ sit positiuum siue $-\mathfrak{A} < \frac{3}{7}$ si autem non sit $P = 1$, adcuratius habebimus

$$\mathfrak{B} = \frac{7}{10}(1-\mathfrak{A})(1+(1-\mathfrak{A})\zeta)$$

vbi tantum notetur, esse debere $\mathfrak{B} < 1$. vt etiam B prodeat positiuum.

Ponatur igitur

$$(1-\mathfrak{A})(1+(1-\mathfrak{A})\zeta) < \frac{10}{7}(1-\mathfrak{A})^2 + \frac{1-\mathfrak{A}}{\zeta} < \frac{10}{7\zeta}$$

et addito vtrinque $\frac{1}{4\zeta^2}$ oportebit esse

$$1 - \mathfrak{A} + \frac{1}{2\zeta} < \sqrt{\frac{10}{7\zeta} + \frac{1}{4\zeta^2}}.$$

Ne nunc binae priores lentes sibi nimium fiant vicinae, statuamus $\zeta = \frac{1}{7}$ capique debebit

$$1 - \mathfrak{A} < -\frac{7}{2} + \sqrt{10 + \frac{49}{4}} \text{ seu } 1 - \mathfrak{A} < 1,217.$$

Sumamus igitur

$$1 - \mathfrak{A} = 1,2 = \frac{6}{5} \text{ eritque } \mathfrak{A} = -\frac{1}{5} \text{ et } A = -\frac{1}{6};$$

 tum

tum vero ob $\zeta = \frac{5}{7}$ erit $\frac{r}{p} = \frac{41}{35}$ hincque

$$\mathfrak{B} = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{41}{35} = \frac{246}{250} = \frac{123}{125} \text{ et } B = \frac{123}{2} = 61\tfrac{1}{2};$$

vnde sequitur $AB = -10\frac{1}{4}$, qui valor sine dubio nimis est paruus, quia pro magnis multiplicationibus pro r nimis exiguum praeberet valorem; verum notandum est, si $1 - \mathfrak{A}$ tantillo maior caperetur quam $\frac{6}{5}$, vt discrimen in praxi sentiri non posset; tum productum AB quantumuis magnum euadere posse si enim ponamus $1 - \mathfrak{A} = \frac{6}{5} + \omega$ inde elicitur

$$B = \frac{246 + 235\omega + 25\omega^2}{4 - 235\omega - 25\omega^2};$$

qui valor adeo infinitus euaderet. si tantum sumeretur $\omega = \frac{1}{83}$ proxime quo pacto valores A, $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ vix sensibiliter mutarentur, ita, vt sumtis hisce valoribus

$$\mathfrak{A} = -\tfrac{1}{5};\ A = -\tfrac{1}{6};\ \tfrac{r}{p} = \tfrac{41}{35} \text{ ob}$$

$$\zeta = \tfrac{5}{7} \text{ et } \mathfrak{B} = \tfrac{123}{125} = 1 - \tfrac{2}{125};$$

littera B adhuc vt indefinita spectari, atque sine haesitatione ita definiri possit, vt littera r idoneum valorem nanciscatur. Quamobrem habebimus, vt sequitur,

$$p = -\tfrac{1}{5} a;\ q = 0,19212.a;$$

$$r = \vartheta . \tfrac{b}{m} \text{ et } s = \tfrac{1}{5} r.$$

vbi ϑ pro lubitu assumi potest; deinde vero interualla erunt

I^mum =

$I^{mum} = -\frac{1}{7}p = \frac{1}{21}.a$

$II^{dum} = \frac{41.h.a}{70} - \frac{1}{8}\vartheta.\frac{b}{m}$

$III^{tium} = 2\,s.$

Nunc denique vt etiam confuſio ab apertura lentium oriunda euaneſcat ſatisfieri debet huic aequationi:

$$o = \frac{\mu}{\mu'}(\lambda + \nu\mathfrak{A}(1 - \mathfrak{A}) - \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{P}(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{\mathfrak{B}\mathfrak{B}}))$$

Quodſi iam hic ſumatur $\lambda' = 1$ ob

$\mu = 0,8724;\ \nu = 0,2529;$

$\mu' = 0,9875;\ \nu' = 0,2196;$

calculo facto reperietur

$\lambda = 2,4137 + 0,0607 = 2,4744$

vnde colligitur $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,0655$; quare pro lente prima ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis eſt $p = -\frac{1}{3}.a$ et numeri $\mathfrak{A} = -\frac{1}{3}$ et $\lambda = 2,4744$ erit radius faciei

anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,1710 - 1,0655}$

poſter. $= \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{-0,1469 + 1,0655}$

vnde fit radius

anter. $= \frac{p}{0,1055} = -0,2483.\,a$

poſter. $= \frac{p}{0,9186} = -0,2177.\,a$

quae ergo aperturae capax eſt, cuius ſemidiameter $x = 0,0544.\,a$, niſi forte ſecunda lens tantam aperturam non patiatur.

Pro secunda autem lente ex vitro coronario, cuius distantia focalis $q = 0,19212.a$ et numeri $\mathfrak{B} = \frac{223}{153}$ et $\lambda' = 1$, erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,2496} = 0,7697.a$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,6333} = 0,1176.a$$

cuius ergo apertura maior esse nequit quam $x = 0.0294.a$. Hinc autem colligitur

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{0,2152}{m} \text{ dig.}$$

hincque mensura claritatis $= \frac{4,704}{m}$ quae ergo fere sexies minor est, quam in vltimo casu capitis praecedentis.

Hinc ergo colligitur sequens

Constructio huiusmodi microscopiorum ex quatuor lentibus compositorum.

190. Posita distantia obiecti ab instrumento $= a$ et multiplicatione $= m$ habebitur

I°. Pro prima lente concaua ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -\frac{1}{5}a$

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -0,2483.a \\ \text{poster.} = -0,2177.a \end{cases}$$

eius aperturae semidiameter ob rationes modo allegatas $x = 0,0294.a$

et distantia ad lentem secundam $= -\frac{1}{7}.p = 0,0286.a.$

II. Pro

II°. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis est $q = 0,1921.a$ erit

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0,7697.a \\ \text{poster.} = 0,1176.a \end{array} \right.$$

apertura manet, vt ante.
Distantia ad lentem tertiam $= \frac{41}{380}.\bar{m} a r - \frac{1}{3} r$
vbi r denotat distantiam focalem tertiae lentis, quam pro arbitrio assumere licet.

III°. Pro tertia autem lente, cuius distantia focalis $= r$, si ex vitro coronario paretur

radius faciei vtriusque $= 1,06.r$

perinde autem est, ex quanam vitri specie haec lens atque etiam quarta parentur.
eius aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} r$
et distantia ad lentem quartam $= \frac{4}{3} r$.

IV°. Pro quarta lente, cuius distantia focalis est $s = \frac{1}{3} r$, capiatur

radius vtriusque faciei $= 1,06.s$

vel potius secundum indolem vitri, ex qua paratur.
Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4}.s$
et distantia ad oculum $= \frac{1}{3} s$.

V. Porro spatii in obiecto conspicui semidiameter erit, vt hactenus,

$$\zeta = \frac{1}{3}.\frac{ab}{ma+b} = \frac{4a}{ma+4}\ \text{dig.}$$

 VI. Cla-

VI°. Claritatis autem, qua obiecta conſpicientur, menſura erit $= \frac{45724}{m}$.

Coroll. 1.

191. Hic manifeſtum eſt, ne duae priores lentes nimis fiant exiguae, quam vt ab artifice adcurate elaborari poſſint, neceſſario diſtantiam obiecti a multo maiorem ſtatui debere, quam hactenus. Videtur autem haec diſtantia a vix minor duobus digitis commode aſſumi poſſe, quod quidem in praxi pro lucro eſt habendum, praeſertim cum claritas ab hac diſtantia non pendeat.

Coroll. 2.

192. Sumta autem diſtantia $a = 2$ dig. interuallum ſecundum euadet $\frac{41}{280} m r - \frac{3}{4} r$ quare ſi ſumamus $r = 1$ dig. ſiquidem ob $s = \frac{1}{3} r$. commode minus accipi nequit, pro multiplicatione $m = 280$ hoc interuallum erit $40\frac{1}{4}$ dig. ſin autem multiplicatio deſideretur duplo maior $m = 560$, hoc interuallum fiet $= 81\frac{1}{4}$ dig. atque adeo maius pro maioribus multiplicationibus; quae enormis longitudo ſine dubio maxime diſplicebit.

Scholion.

193. Quod haec microſcopia his incommodis ſint obnoxia, cauſſa in eo eſt ſita, quod diſtantiae focales priorum lentium nimis ſint exiguae, dum ſcilicet

licet p et q tantum parti circiter quintae ipsius a aequari debebant, cum in casu postremo capitis praecedentis hae distantiae focales adeo quadruplo essent maiores, quam distantia a atque hinc etiam factum est, vt mensura claritatis hic tantum inuenta sit $= \frac{42704}{m}$, cum ante esset $\frac{45702}{m}$ hoc est sexies maior atque adeo secundum veritatem tricies sexies maior. Quamobrem etiamsi artifex in constructione horum microscopiorum omnem diligentiam et industriam adhibeat eique opus ex voto succedat, tamen vehementer dubito, an haec microscopia vllam praerogatiuam prae antecedentibus mereantur, quamuis hic etiam secunda confusio a diuersa refrangibilitate oriunda penitus sit sublata, quod in praecedente capite praestare non licuit. Hic quidem primam lentem sumsimus concauam, secundam vero conuexam verum ex superioribus satis liquet, nullum commodum exspectari posse, si hae lentes inter se permutarentur, quin potius hic ordo iam supra anteferri in praxi debere est obseruatus ideoque superfluum foret, si istum casum seorsim euoluere vellemus. Quamobrem nunc statim loco lentis obiectiuae tres lentes substituamus; quarum vna sit concaua binaeque reliquae conuexae et inquiramus praecipue, num hoc casu distantia focalis harum lentium aliquanto maior fieri queat, quam casu hic tractato? et num forte numerum lentium vlterius augendo maiora adhuc commoda sperari queant.

Pro-

Problema 2.

194. Loco Lentis obiectiuae tres lentes sibi proxime iunctas substituere, quarum prima sit concaua et ex vitro chrystallino parata, binae autem reliquae conuexae ex vitro coronario, vt manentibus binis lentibus postremis omnis confusio ad nihilum redigatur.

Solutio.

Cum hic quatuor habeantur interualla, litterarum P, Q, R, S vltima erit negatiua, et margo coloratus tolletur, si fuerit $S = -1$. Binae vero primae litterae P et Q vnitati proxime erunt aequales; ita, vt sit $PQR = \frac{me}{b}$. Quod ad reliquas litteras attinet, conditio campi postulat, vt sit $\mathfrak{D} = -2$ et $D = -\frac{2}{3}$ et cum prima lens sit concaua, erit $\mathfrak{A}$ negatiuum ideoque etiam A, ita tamen, vt sit $-A < 1$. Deinde ob $q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} a$, quia haec lens debet esse conuexa, littera $\mathfrak{B}$ erit positiua et quia tertia lens, pro qua est $r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.a$ etiam debet esse conuexa, esse debet $B\mathfrak{C} < o$. et quia porro sit

$$s = + \frac{2ABC}{PQR}.a = 2\,A\,B\,C.\frac{b}{m},$$

ne haec lens pro maioribus multiplicationibus fiat nimis parua, productum A B C aequari debet numero praemagno positiuo, vnde concluditur, B C fore numerum magnum negatiuum. Cum autem sit etiam $B\mathfrak{C} < o$ hicque numerus non possit esse praemagnus, sequi-

ſequitur C eſſe debere numerum praemagnum hincque $\mathfrak{C}$ vnitati proxime aequale quamobrem B debet eſſe numerus negatiuus, hincque $\mathfrak{B} > 1$. Contra vero $\mathfrak{C} < 1$, ſed differentia exiſtente valde parua, vt prodeat C numerus praemagnus poſitiuus. His notatis conſideremus aequationem, qua confuſio poſterior penitus tollitur, quae erit

$$0 = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{P^2 \cdot q} + \frac{1}{P^2 Q^2 \cdot r} + \frac{1}{P^2 Q^2 R^2 s} + \frac{1}{P^2 Q^2 R^2 \cdot t}$$

vbi ob $PQR = \frac{ma}{b}$ bina poſtrema membra tuto reiicere licet, et cum litterae P et Q proxime vnitati aequentur habebimus hanc determinationem

$$0 = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r};$$

ita, vt ſit

$$\frac{1}{p} = -\frac{7}{10}\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right)$$

ſiue ſubſtitutis valoribus

$$\frac{A}{\mathfrak{A}} = -\frac{7}{10}\left(\frac{1}{B\mathfrak{C}} - \frac{1}{\mathfrak{B}}\right)$$

et quia proxime eſt $\mathfrak{C} = 1$ obtinebimus

$$1 + A = \frac{7}{10} \text{ adeoque } A = -\frac{3}{10} \text{ et } \mathfrak{A} = -\frac{3}{7};$$

Cum autem ſufficiat rem propemodum tantum definiviſſe, ſumamus $\mathfrak{A} = -\frac{1}{2}$ et ſtatuendo ambo priora interualla

$$= -\frac{3}{7}p = \frac{3}{14}a, \text{ fiet } \frac{1}{P} = \frac{17}{14} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{17}{14} - \frac{1}{14 \cdot B},$$

hincque

$$p = -\frac{1}{2}a;\ q = +\frac{\mathfrak{B}}{2P}a;\ r = -\frac{B}{2PQ} \cdot a$$

qui valores substituti dabunt

$$o = -\tfrac{20}{7} + \tfrac{1}{\mathfrak{B}p} - \tfrac{1}{BPQ}$$

$$o = -\tfrac{20}{7} + \tfrac{51}{14\mathfrak{B}} - \tfrac{51}{14B} + \tfrac{9}{14B^2} \text{ seu}$$

$$o = -\tfrac{20}{7} + \tfrac{51}{14} + \tfrac{9}{14B^2} \text{ ob}$$

$$\tfrac{1}{\mathfrak{B}} - \tfrac{1}{B} = 1. \text{ vel } o = \tfrac{11}{14} - \tfrac{9}{14B^2};$$

hinc ergo non enormiter aberrabitur, quicquid pro B accipiatur; quodsi autem aequationem ex destructione alterius confusionis consideremus, patebit, non incongrue sumi posse $\mathfrak{B} = 2$ ideoque $B = -2$, ita vt iam sit

$$\tfrac{1}{PQ} = \tfrac{27}{28};\ q = \tfrac{27}{21}.a \text{ et } r = \tfrac{27}{41}.a;$$

tum autem aequatio adhuc resoluenda erit

$$\lambda = \tfrac{5}{4}\nu + \tfrac{\mu'}{\mu}.\tfrac{17.27}{14.8^2}.(\lambda' - 2\nu') + \tfrac{\mu''}{\mu}\tfrac{25.17.\lambda''}{30.8^2}$$

vbi poni potest tam $\lambda' = 1$, quam $\lambda'' = 1$ et ob $\nu = 0,2529$ et $\nu' = 0,2196$ et $\frac{\mu'}{\mu} = \frac{9875}{8754}$ fiet

$$\lambda = 0,1897 + 0,3252 + 0,6322$$

adeoque $\lambda = 1,1471$; vnde colligitur

$$\tau.\sqrt{(\lambda - 1)} = 0,3365; \text{ quare}$$

Pro prima lente chrystallina erit radius

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,9668} = -0,2542.a$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{0,2427} = +2,0602.a$$

Pro lente secunda ex vitro coronario paranda erit radius

anter.

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2067} = -0,6708.a$

poster. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0933} = 0,2617.a$

Simili modo pro tertia lente radius

anter. $= \frac{r}{\varrho} = \frac{r}{0,8867} = 3,8857.a$

poster. $= \frac{r}{\sigma} = \frac{r}{7,3251} = 0.5306.a$

pro quarum lentium apertura sumi poterit $= 0,0625.a$ hincque sequitur

Constructio microscopii ex quinque lentibus compositi et omnis fere confusionis expertis.

195. Hic tres res pro lubitu assumi possunt

1°. distantia obiecti $= a$;

2°. multiplicatio $= m$;

3°. distantia focalis quartae lentis $= s$.

I. Pro prima lente chrystallina, cuius distantia focalis $p = -0,5000.a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,2542.a \\ \text{poster.} = +2,0602.a \end{cases}$

aperturae semidiameter $x = 0,0625.a$; qui etiam in duabus sequentibus locum habet, et distantia ad sequentem $= \frac{1}{11}.a$.

II. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis $q = 0,8095.a$. capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,6708.\,a \\ \text{poster.} = 0,2617.\,a \end{cases}$

distantia ad lentem tertiam $= \frac{1}{14}.\,a$.

III. Pro tertia lente itidem coronaria, cuius distantia focalis $r = 0,8809.\,a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 3,8857.\,a \\ \text{poster.} = 0,5306.\,a \end{cases}$

eius distantia ad lentem quartam $= \frac{37.mas}{448} - \frac{1}{8}s$.

IV. Quartam lentem pro lubitu ex quouis vitri genere construere licet, cuius distantia focalis $= s$; tum erit eius distantia ad lentem ocularem $= \frac{2}{3}s$.

V. Ipsius lentis ocularis distantia focalis erit $= \frac{1}{3}s$ eaque pariter vtrinque aeque conuexa et distantia ad oculum vsque $= \frac{1}{3}s$.

VI. Mensura claritatis erit $\frac{10}{m}$ et spatii in obiecto conspicui semidiameter $\zeta = \frac{4a}{ma+4}$ dig.

Scholion.

196. Si casum propositum ita immutemus, vt binae priores lentes sint concauae et ex vitro chrystallino factae; tum simili modo solutionem adornando omnia eodem modo definientur, nisi quod nunc ambae litterae $\mathfrak{B}$ et B debeant esse negatiuae, ac tum destructio alterius confusionis dabit hanc aequationem

$1 + A$

$$1 + A = \tfrac{7}{10} + \tfrac{1}{10\,\mathfrak{B}} \text{ seu } A = -\tfrac{3}{10} + \tfrac{1}{10\,\mathfrak{B}}$$

vnde si sumatur $\mathfrak{B} = -2$ hincque $B = -\frac{2}{3}$, elicietur $A = -\frac{9}{20}$ ideoque $\mathfrak{A} = -\frac{9}{11}$, qui valores praebent distantias focales

$$p = -\tfrac{9}{11}\cdot a;\; q = -\tfrac{9}{10\,P}\cdot a;\; r = \tfrac{1}{10\,PQ}\cdot a$$

vbi est

$$\tfrac{1}{P} = 1 + \tfrac{20}{11}\cdot\zeta \text{ et } \tfrac{1}{PQ} = 1 + \tfrac{30}{11}\cdot\zeta$$

sumsimus autem $\mathfrak{C} = 1$ proxime, vt pro C numerus praemagnus prodeat et ponendo $ABC = \vartheta$ fiat $s = 2\,\vartheta\cdot\frac{b}{m}$ et vt ante $t = \frac{1}{3}s$ vltimumque interuallum $= 2\,t$. Duo priora vero interualla erunt per hypothesin $= -\frac{9}{11}\zeta\,a$. Interuallum vero tertium $= \vartheta\,a\left(\frac{1}{PQ} - \frac{b}{ma}\right)$. Tum vero vt etiam prior confusio euanescat, sequenti aequationi satisfieri oportebit

$$0 = \lambda + \nu\,\mathfrak{A}\,(1 - \mathfrak{A}) - \tfrac{(1-\mathfrak{A})^3}{P}\left(\tfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \tfrac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}\cdot\tfrac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3\,PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right)$$

quae fit substitutis valoribus

$$0 = \lambda - \tfrac{180\,\nu}{121} + \tfrac{8000}{1331\,P}\left(\tfrac{\lambda'}{8} - \tfrac{3\nu}{4}\right)$$
$$- \tfrac{\mu'}{\mu}\cdot\tfrac{30^3}{11^3\,PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right)$$

vnde sequitur

$$1331\cdot\lambda + \tfrac{1000\,\lambda'}{P} = 1980\,\nu + \tfrac{6000\,\nu}{P}$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}\cdot\tfrac{27000}{PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right)$$

 Si

Si igitur hic capiatur $\lambda'' = 1$ et ponatur $\lambda' = \lambda$, vt scilicet pro vtroque valor minimus reperiatur, habebitur ista aequatio:

$$\lambda\left(1331 + \frac{1000}{P}\right) = 1980.\nu + \frac{6000.\nu}{P}$$
$$+ \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{27000}{PQ}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$

vnde facile patet valorem ipsius λ multo maiorem esse proditurum, quam 12, vnde constructio harum lentium admodum lubrica euaderet. Interim tamen hunc casum diligentius euoluamus, sumto $\zeta = \frac{11}{15}$, vt fiat $\frac{1}{P} = \frac{5}{4}$ et $\frac{1}{PQ} = \frac{17}{8}$, quibus positis aequatio nostra ad hos numeros reducetur:

$$2581.\lambda = 52888,492$$

ita, vt sit

$$\lambda = \frac{52888,5}{2588} = 20,492$$

vnde colligitur

$$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 3,8742. \quad \text{Hinc}$$

Pro prima lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho) + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{2,7620 - 3,8742}$$
$$\text{poster.} = \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{2,0379 + 3,8742}$$

vnde fit radius

$$\text{anter.} = -\frac{p}{1,1122} = +0,7356.a$$
$$\text{poster.} = \frac{p}{5,9121} = -0,2885.a$$

Pro

Pro secunda lente radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma-\varrho) + \tau\sqrt{\lambda-1}} = \frac{q}{0,1971} = -2,1147.a$

poster. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma-\varrho) \pm \tau\sqrt{\lambda-1}} = \frac{q}{1,5575} = +1,1033.a$

Pro lente autem tertia ex vitro coronario erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma-\varrho)} = \frac{r}{0,5558} = 2,0851.a$

poster. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma-\varrho)} = \frac{r}{1,5555} = 0,2949.a$

quae tres lentes cum communem circiter aperturam exigant, eius semidiameter sumi debebit $x = 0,0721.a$; ex quo fit $y = \frac{0,5760}{m}$ dig. hincque mensura claritatis $= \frac{11,536}{m}$ quae ergo fere triplo maior est, quam casu praecedentis problematis.

Hinc ergo deducitur sequens

Constructio microscopii ex quinque lentibus compositi.

197. Hic scilicet primo datur distantia obiecti $= a$; deinde multiplicatio $= m$ ac tertio distantia focalis quartae lentis $= s$; vnde fit $\mathfrak{S} = ABC = \frac{ma}{s}$

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -0,8182.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,7356.a \\ \text{poster.} = -0,2885.a \end{cases}$

eius

eius aperturae semidiameter $x = 0,0721.a$ qui et pro binis sequentibus valet.

et distantia ad secundam lentem $= 0,1125.a$.

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $q = -1,125.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -2,1147.a \\ \text{poster.} = -1,1033.a \end{cases}$

eiusque distantia ad lentem tertiam, $= 0,1125.a$.

III. Pro lente tertia ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis $r = 0,4875.a$. erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 2,0851.a \\ \text{poster.} = 0,2949.a \end{cases}$

eius distantia ad lentem quartam

$$= \vartheta\alpha\left(\tfrac{13}{8} - \tfrac{b}{ma}\right) = \tfrac{13mas}{128} - \tfrac{1}{8}s.$$

IV. Quartam lentem ex quouis vitro pro lubitu construere licet, cuius distantia focalis sit $= s$; tum erit eius distantia ad lentem ocularem $= \frac{2}{3}s$.

V. Ipsius autem lentis ocularis erit distantia focalis $= \frac{1}{2}s$. eiusque ad oculum distantia $= \frac{1}{8}s$.

VI. Mensura claritatis autem erit, vt vidimus, $\frac{11,536}{m}$; spatiique conspicui, vt hactenus, $\zeta = \frac{1a}{ma+1}$ dig.

Scho-

Scholion.

198. Quanquam autem haec microscopia praecedentibus anteferenda videntur, tamen, vti iam innuimus, ea neutiquam commendare audemus, propterea quod eorum constructio summis difficultatibus est implicata, vt etiam a sollertissimo artifice exspectari nequeat; cuius rei caussa manifesto in eo est posita, quod pro litteris λ et λ' tam grandem valorem invenimus scilicet ad viginti assurgentem. Facile enim intelligitur, si iste valor fuisset vnitate vel adeo binario maior vel minor; inde harum lentium constructionem non sensibiliter fuisse mutatam vnde vicissim colligitur, etiamsi hac lentes summo studio fuerint elaboratae, tum maxime probabile fore, valorem litterae λ iis conuenientem non solum vnitate vel binario, sed etiam magis a 20 esse discrepaturum, quod si eueniat, confusio inde orta adeo multo erit maior, quam si lens obiectiua simplex adhiberetur; ex quo manifestum est, perfectam destructionem confusionis posterioris nullo plane modo sperari posse, quare cum adhuc ante quam diuersa vitri indoles erat comperta, hanc confusionis speciem tolerare sumus coacti, et sola destructione marginis colorati contenti esse debuimus, nunc etiam eo facilius huic conditioni renunciare poterimus, cum vitrum chrystallinum adhibendo saltem hanc confusionem quodammodo diminuere liceat, quem in finem exempla quae-

 dam

dam subiungamus, quae ad praxin facile accommodari posse videntur, cum pro litteris λ valores vnitate non multo maiores requirant, neque tamen a praescripta in problemate conditione multum abhorreant.

Exemplum I.

199. In formulis supra inuentis statuamus $\mathfrak{A} = -\frac{1}{2}$ et $\mathfrak{B} = 2$, hincque $A = -\frac{1}{3}$ et $B = -2$, manente littera $\mathfrak{C}$ aliquantillum minore vnitate, vt C fiat numerus praemagnus. Tum igitur erit ex formulis superioribus

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{1}{2}\zeta; \quad \frac{1}{PQ} = 1 + \frac{9}{4}\zeta;$$

vnde distantiae focales erunt

$$p = -\frac{1}{2}a; \quad q = \frac{2}{3}a + \zeta a;$$

$$r = \frac{2}{3}\mathfrak{C}(1 + \frac{9}{4}\zeta)a = \frac{2}{3}\mathfrak{C}a + \frac{3}{2}\mathfrak{C}\zeta a;$$

$$s = \frac{4}{3}C.\frac{h}{m} \text{ et } t = \frac{1}{3}s = \frac{4}{9}C.\frac{h}{m}.$$

Vt igitur hinc prodeat $s = 1$ dig circiter casu $m = 1000$, debet esse $C = 100$, ideoque $\mathfrak{C} = \frac{100}{101}$. Interualla vero lentium erunt

$$I^{mum} \text{ et } II^{dum} = -\zeta p = \frac{1}{2}\zeta a.$$

$$III^{tium} = \frac{11.mas}{120} - \frac{1}{3}s \text{ et } IV^{tum} = \frac{2}{3}s.$$

Commode autem hic sumere poterimus

$$\zeta = \frac{1}{2}, \text{ vt sit } \frac{1}{P} = \frac{5}{4} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{17}{8}.$$

Tum

Tum vero primam lentem concauam ex vitro chryſtallino parari ponamus, quandoquidem hoc modo altera confuſio ſaltem diminuetur; ſecundam vero et tertiam ex vitro coronario; atque nunc prior confuſio ad nihilum redigetur, ſi fiat

$$8\lambda = 6.\nu + \frac{\mu' 5,77}{\mu 4}\left(\frac{\lambda'}{2} - \frac{\nu'}{4}\right) + \frac{\mu' 11,87}{\mu 8}\left(1,03\lambda'' + \frac{\nu'}{100}\right)$$

ſiue

$$\lambda = \frac{3}{4}\nu + \frac{\mu'}{\mu}.\frac{135}{32}\left(\frac{\lambda'}{2} - \frac{\nu'}{4}\right) + \frac{\mu'}{\mu}.\frac{267}{318}\left(1,03\lambda'' + \frac{\nu'}{100}\right)$$

Cum nunc ſit

$$\mu = 0,8724, \nu = 0,2529 \text{ et}$$
$$\mu' = 0,9875, \nu' = 0,2196.$$

ſumamus $\lambda' = \lambda'' = 1$. hincque fiet

$$\lambda = 0,1897 + \frac{\mu'}{\mu}.\frac{27}{316}.16,9622 \text{ ſeu}$$
$$\lambda = 1,2022; \text{ vnde fit } \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 0,3946.$$

Ex quo ſequitur

Pro prima lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,5087} = -0.2620.a$$
$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{2,1848} = 2,7086.a$$

Pro ſecunda autem lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,1087} = -0.6906.a$$
$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0933} = 0.2694.a$$

Pro tertia lente erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{0,5313} = 3,7656.\,a$

poster. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{1,8431} = 0,5514.\,a$

Pro harum igitur trium lentium apertura communi sumi poterit

$x = 0,0655.\,a$; vnde fit $y = \frac{0,5240}{m}$;

hincque mensura claritatis fiet $= \frac{10,480}{m}$.

Constructio Microscopii ex quinque lentibus compositi & ad praxin magis accommodati.

200. Dantur hic distantia obiecti $= a$; et multiplicatio $= m$, et quartae lentis distantia focalis $= s$. hincque erit

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -\frac{1}{2}a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,2620.\,a \\ \text{poster.} = +2,7086.\,a \end{cases}$

eius aperturae semidiameter $= 0,0655\ a$

et distantia ad lentem secundam $= \frac{1}{12}.\,a$.

II. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis est $q = 0,8333.\,a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,6906.\,a \\ \text{poster.} = +0,2694.\,a. \end{cases}$

eius-

eiusque diſtantia ad tertiam lentem $= \frac{1}{15} . a$.

III. Pro tertia lente itidem ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis $r = 0. 9075 . a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 3, 7656 . a \\ \text{poſter.} = 0, 5514 . a \end{cases}$

eiusque diſtantia a lente quarta $\frac{11, mas}{120} - \frac{1}{2} s$.

IV. Perinde eſt, ex quonam vitri genere lens quarta conficiatur eiusque diſtantia focalis arbitrio noſtro permittitur, quae ſit $= s$, dummodo haec lens ſit vtrinque aeque conuexa, vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4} . s$.

eius vero a lente quinta diſtantia ſtatuatur $= \frac{2}{3} s$.

V. Lens denique quinta ſeu ocularis habeat diſtantiam focalem $= \frac{1}{3} s$

et ſemidiametrum aperturae $= \frac{1}{12} s$

ſiquidem eſt vtrinque aequaliter conuexa; tum vero diſtantia oculi erit $= \frac{1}{6} . s$.

VI. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit, vt hactenus, $= \frac{4a}{ma + 1}$.

Menſura vero claritatis erit $= \frac{10, 480}{m}$.

 Exempl.

Exemplum.

201. Statuatur hic $\mathfrak{A} = -1$ et $\mathfrak{B} = 2$ hincque $A = -\frac{1}{2}$ et $B = -2$, sumaturque $\zeta = \frac{1}{6}$ fietque $\frac{1}{P} = \frac{4}{3}$; $\frac{1}{PQ} = \frac{3}{2}$.

Quare fient distantiae focales

$$p = -a;\ q = \tfrac{4}{3}.a;\ r = \tfrac{3}{2}\,\mathfrak{C}.a;\ s = 2\,C.\tfrac{b}{m}$$

ideoque vicissim $C = \frac{ms}{2b}$ et $t = \frac{1}{3}.s.$

Interualla vero

$$I^{mum} \text{ et } II^{dum} = \tfrac{3}{8}\,a.$$

$$III^{tium} = \tfrac{8mCs}{3z} - \tfrac{3}{8}\,s;\ IV^{tum} = \tfrac{4}{3}\,s.$$

Iam vt confusio prior ad nihilum redigatur, satisfieri oportet huic aequationi

$$\lambda = 2\nu + \tfrac{\mu'}{\mu}.\tfrac{4}{9}(\lambda' - 2\nu')$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}.\tfrac{8}{9}(1,03\,\lambda'' + \tfrac{\nu'}{155})$$

Statuatur iterum $\lambda' = \lambda'' = 1$ et vti in praecedente exemplo calculo facto reperietur

$$\lambda = 0.5058 + \tfrac{\mu'}{\mu}.\,2,2960. \text{ seu}$$
$$\lambda = 3,0047. \text{ hinc ergo erit}$$
$$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,2424. \quad \text{Ex quo erit}$$

Pro prima lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,7818} = -0,5613.a$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{0,0575} = +17,3913.a.$$

Pro

Pro fecunda lente erit vti in praecedente exemplo

radius $\begin{cases} \text{anter.} = -\frac{q}{1,2067} \\ \text{pofter.} = \frac{q}{3,0938} \end{cases}$

quare cum hic fit $q = 1,3333.a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,1049.a \\ \text{pofter.} = 0,4310.a \end{cases}$

Simili modo quoque pro tertia lente erit vt ante

radius $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{r}{0,2410} \\ \text{pofter.} = \frac{r}{1,6458} \end{cases}$

Cum igitur hic $r = \frac{1}{2}\mathfrak{C}.a = 1,4850.a$ erit

anter $= 6,1618.a;$

pofter. $= 0.9023.a.$

Pro communi ergo harum lentium apertura fumi poterit

$x = 0,1077.a$; vnde fit $y = \frac{0,6616}{m}$.

et menfura claritatis $= \frac{17,272}{m}$;

Ex quibus oritur fequens

Conftructio microfcopii ex quinque lentibus compofiti.

202. Hic igitur dantur diftantia obiecti $= a$; 2do multiplicatio $= m$ et 3^tio^ diftantia focalis quartae lentis $= s$ eritque

I. Pro-

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis eſt $p = -a$,

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,5613.\,a \\ \text{poſter.} = 17,3913.\,a. \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= 0,1077.\,a$

diſtantia ad lentem $II^{dam} = \frac{1}{6}\,a$.

II. Pro ſecunda lente, ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis $q = 1,3333.\,a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,1049.\,a \\ \text{poſter.} = 0,4310.\,a \end{cases}$

eiusque ad lentem tertiam diſtantia $= \frac{1}{6}\,a$.

III. Pro tertia lente itidem coronaria, cuius diſtantia focalis $r = 1,4850.\,a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 6,1618.\,a \\ \text{poſter.} = 0,9023.\,a \end{cases}$

et diſtantia ad lentem quartam $= \frac{5mas}{32} - \frac{1}{2}\,r$.

IV. Perinde eſt, ex quonam vitri genere lens quarta paretur, eiusque diſtantia focalis in noſtro arbitrio relinquitur, quae ſit $= s$, modo ſit vtrinque aeque conuexa; vnde aperturam admittet, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4}\,s$.

eius vero a lente quinta interuallum $= \frac{2}{3}\,s$.

V. Lens

V. Lens denique quinta habeat distantiam focalem $= \frac{1}{7} s$ et aperturam, cuius semidiameter $= \frac{1}{12} s$ siquidem est vtrinque aeque conuexa et distantia oculi $O = \frac{1}{8} s$.

VI. Spatii in obiecto conspicui semidiameter $= \frac{4a}{m \cdot a + \epsilon}$ et mensura claritatis $= \frac{173112}{m}$.

Corollarium.

203. Hoc microscopium ob duplicem caussam priori anteferendum videtur, 1°. quod distantiae focales trium priorum lentium hic sint maiores, quam ante, respectu distantiae obiecti a: vnde hoc commodum nascitur, quod etiamsi distantia obiecti a hic duplo minor capiatur, quam ante; tamen istae lentes non euadant nimis exiguae; vnde longitudo instrumenti fere ad semissem reduci potest; deinde etiam 2°. hic mensura claritatis fere duplo maior est, quam casu praecedente.

Problema 3.

204. Si loco lentis obiectiuae quatuor lentes sibi proximae substituantur, quarum binae priores ex vitro chrystallino; posteriores vero ex coronario sint factae, manentibus binis vltimis lentibus, vt hactenus, microscopium ita adornare, vt vtraque confusio penitus tollaur.

Solutio.

Cum hic occurrant quinque interualla quarum tria prima sint minima, litterae P, Q, R parum ab vnitate recedent, littera T vero erit $= -1$; ita, vt sit $PQRS = \frac{ma}{b}$. Litterarum vero A, B, C, D, E haec vltima E erit $= -\frac{2}{3}$ ob $\mathfrak{E} = -2$, vt scilicet campus fiat vt hactenus $z = \frac{1a}{ma+1}$. Iam spectetur distantia focalis quintae lentis

$$t = ABCD.\mathfrak{E}\frac{b}{m} = -2ABCD.\frac{b}{m},$$

quae ne nimis fiat exigua, posito $ABCD = -\vartheta$, vt sit $t = 2\vartheta\frac{b}{m}$, numerus ϑ debet esse praemagnus. Nunc autem solutionem ita instruamus, vt litterae A, B, C, D ex calculo elidantur, huncque in finem statuamus breuitatis gratia

$$\frac{1}{P} = \alpha;\ \frac{1}{PQ} = \beta;\ \frac{1}{PQR} = \gamma,$$

quae ergo litterae α, β, γ ab vnitate non multum discrepabunt, vbi probe notetur, has litteras cum iis, quae supra sunt vsurpatae, confundi non debere. Cum iam distantiae focales quatuor priorum lentium sint

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\alpha A\mathfrak{B}a;$$

$$r = \beta.AB\mathfrak{C}a;\ s = -\gamma ABC\mathfrak{D}.a;$$

vnde colligitur

$$\frac{a}{p} = \frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A};$$

$$\frac{\alpha a}{q} = -\frac{1}{A\mathfrak{B}} = -\frac{1}{A} - \frac{1}{AB};$$

$\frac{\beta a}{r}$

$$\frac{\beta a}{r} = \frac{1}{ABC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{ABC};$$

$$\frac{\gamma a}{s} = -\frac{1}{ABCD} = -\frac{1}{ABC} - \frac{1}{ABCD};$$

manifeſtum ergo eſt, fore

$$\frac{1}{p}\cdot a + \frac{\alpha}{q}\cdot a + \frac{\beta}{r}\cdot a + \frac{\gamma}{s}\cdot a = 1 - \frac{1}{ABCD} = 1 + \frac{1}{\vartheta}.$$

Cum ergo ϑ ſit numerus praemagnus, proxime eſſe oportet

$$\frac{1}{p} + \frac{\alpha}{q} + \frac{\beta}{r} + \frac{\gamma}{s} = \frac{1}{a}.$$

quae eſt prima aequatio probe notanda. Secundam aequationem nobis ſuppeditabit deſtructio poſterioris confuſionis, quae, ſi breuitatis gratia loco fractionis $\frac{10}{9}$ ſeu quaecunque alia experientiae fuerit conſentanea, ſcribatur ζ, hoc modo exprimetur

$$0 = \frac{\zeta}{p} + \frac{\zeta\alpha^2}{q} + \frac{\beta^2}{r} + \frac{\gamma^2}{s}.$$

Tertia vero aequatio ex deſtructione confuſionis prioris eſt petenda, vbi cum expediat, vt litterae λ, λ', λ'', λ''' non multum vnitatem ſuperent, earumque valores ob litteras ν, ν' etc. parum adficiantur ſimulque vt vidimus, litterae μ et μ' parum diſcrepent, neglectis terminis a ν pendentibus ſtatuamus $\lambda = \lambda' = \lambda'' = \lambda''' = 1$ ac tertia noſtra aequatio ſequentem induet formam:

$$\frac{1}{p^3} + \frac{\alpha^4}{q^3} + \frac{\beta^4}{r^3} + \frac{\gamma^4}{s^3} = 0.$$

atque nunc totum negotium eo eſt reductum, vt his tribus aequationibus ſatisfiat, vbi quidem eſt notan-

 dum,

dum, primae aequationi fatis adcurate fatisfieri debere; pro duabus pofterioribus autem fufficere, fi iis propemodum fuerit fatisfactum, quae refolutio quo facilius inftituatur, ponamus porro

$$\frac{z}{p} = \frac{z}{a};\ \frac{\alpha}{q} = \frac{y}{a};\ \frac{\beta}{r} = \frac{x}{a} \text{ et } \frac{\gamma}{s} = \frac{v}{a},$$

vt tres noftrae aequationes prodeant.

I. $z + y + x + v = 1.$

II. $\zeta z + \zeta \alpha y + \beta x + \gamma v = 0.$

III. $z^3 + \alpha y^3 + \beta x^3 + \gamma v^3 = 0.$

in quibus duabus pofterioribus litterae α, β et γ fine notabili errore pro vnitate haberi poterunt. Statuamus nunc quo refolutio planior reddatur

$$z = f + g;\ y = f - g;$$
$$x = b + k;\ v = b - k;$$

et tres noftrae aequationes abibunt in has:

I°. $f + b = \frac{1}{2}.$

II°. $\zeta f + b = 0.$

III°. $f(f^2 + 3g^2) + b(b^2 + 3k^2) = 0.$

Ex duabus prioribus colligimus

$$f = \frac{1}{2(1-\zeta)};\ b = \frac{\zeta}{2(\zeta-1)};$$

et quia proxime $\zeta = \frac{3}{2}$; iam habemus hos duos valores

$$f = -1 \text{ et } b = \frac{3}{2}$$

qui

qui in tertia substituti dabunt

$$-1 - 3g^2 + \tfrac{27}{8} + \tfrac{9}{4}k^2 = 0.$$

vnde concluditur

$$g = \sqrt{\tfrac{3}{4}k^2 + \tfrac{19}{24}},$$

vbi nihil impedit, quominus k statuatur $= 0$; interim tamen quia ob litteras β et γ posterior pars $b(b^2 + 3k^2)$ aliquantum augetur, eaque etiam tam ob terminos littera ν adfectos aliquod incrementum capit, quam ideo, quod haec pars insuper per $\frac{\mu'}{\mu}$ multiplicari debet, quae fractio vnitate est maior, manifestum est, sumi debere $g > \sqrt{\tfrac{19}{24}}$. Conuenientissime ergo sumetur $g = 1$. tum vero erit

$$z = 0;\ y = -2;\ x = v = b.$$

hincque

$$p = \infty;\ q = -\tfrac{\alpha a}{2};\ r = \tfrac{1}{3}\beta a.\ \text{et}\ s = \tfrac{2}{3}\gamma a.$$

Cum igitur hic primae lentis distantia focalis fiat infinita, idem est ac si haec prima lens penitus tolleretur locoque obiectiuae tantum tres lentes substituerentur, quarum sola prima ex vitro chrystallino sit paranda, et quia hic sit $a = 1$ et $\mathfrak{A} = -\tfrac{1}{4}$, idem plane hic habetur casus, quem iam supra in probl. 2 euoluimus, ita vt superfluum foret, hoc problema vlterius prosequi.

Scholion.

205. Hoc igitur problema ideo potissimum est notatu dignum, quod hic singulari prorsus methodo sumus vsi eius solutionem inuestigandi, quae in aliis occasionibus insignem vsum afferre posse videtur, ex quo etiam perspicuum est, ne opus quidem esse, quicquam insuper ad hoc caput adjicere.

CAPVT

CAPVT IV.

DE

VLTERIORI AMPLIFICATIONE
CAMPI HVIC MICROSCOPIORVM GENERI CONCILIANDI.

Problema I.

206.

Cuiuscunque indolis fuerit lens obiectiua, post imaginem realem duas adhuc lentes ita disponere, vt margine colorato euanescente, campus maximus euadat.

Solutio.

Quemadmodum in superiori capite vidimus, naturam lentis obiectiuae siue sit simplex siue multiplicata nihil in lentibus posterioribus mutare, ita vicissim multiplicatio lentium posteriorum neutiquam lentem obiectiuam adficiet; quamobrem considerabimus hic lentem obiectiuam vt simplicem, quandoquidem determinationes, quas inueniemus aeque ad omnes multiplicatas quoque erunt accommodatae. Cum igitur iam habeantur tria interualla, litterarum P, Q, R se-

R secunda erit negatiua hincque ponatur

$$Q = -k, \text{ vt sit } PkR = \frac{ma}{b}$$

distantiae igitur focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\, a; \; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.\, a;$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{Pk}.\, a \text{ et } s = +ABC\frac{b}{m};$$

vnde concluditur, fore $\mathfrak{C} > 1$ hinc $C < 0$. Tum vero interualla erunt

$$I^{mum} = A\, a\left(1 - \tfrac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = -A\, B\, a\left(\tfrac{1}{P} + \tfrac{1}{Pk}\right)$$

$$III^{tium} = A\, B\, C.\, a\left(-\tfrac{1}{Pk} + \tfrac{b}{ma}\right);$$

vnde sequitur $R < 1$. Cum porro pro campo apparente sit $z = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}}{ma+b}.\, a\, b\, \xi$ vt campus fiat maximus, debet esse $\mathfrak{q} = 1$, $\mathfrak{r} = 1$ et $\mathfrak{s} = 1$, vt fiat

$$z = \frac{3ab}{ma+b}.\, \xi \text{ ex quo erit } M = \frac{3b}{ma+b};$$

hincque aequationes fundamentales

$$1^\circ.\; -\mathfrak{B} = (P - 1)\, M = \frac{3.b(P-1)}{ma+b};$$

$$2^\circ.\; \mathfrak{C} = (P\, k + 1)\, M - 1.$$

Pro loco oculi vero distantia

$$O = \frac{3d}{Ma}.\frac{b}{m} = \frac{s}{Ma}.\frac{b}{m} = \frac{1}{3}\, s\left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

Margo autem coloratus destruetur ope huius aequationis $0 = \frac{1}{P} - \frac{1}{Pk} - \frac{1}{Pkk}$ vnde inuenitur $k = 1 + \frac{1}{k}$.

Quia

Quia vero debet esse $R < 1$, statuamus $R = \frac{1}{2}$ fietque

$$k = 3 \text{ et } PkR = \tfrac{3}{2} P = \tfrac{ma}{b},$$

ita, vt sit

$$P = \tfrac{2ma}{3b} \text{ et } Pk = \tfrac{2ma}{b},$$

ex quo concluditur

$$\mathfrak{C} = \left(\tfrac{2ma+b}{b}\right) M - 1 \text{ seu}$$
$$\mathfrak{C} = \tfrac{6ma+3b}{ma+b} - 1 = \tfrac{5ma+2b}{ma+b}$$

pro magnis igitur multiplicationibus erit $\mathfrak{C} = 5$ hincque $C = -\frac{5}{4}$. Ex priore vero aequatione prodit

$$\mathfrak{B} = \tfrac{3b-2ma}{3b};\ M = \tfrac{3b-2ma}{ma+b}$$

et pro magnis multiplicationibus

$$\mathfrak{B} = -2 \text{ et } B = -\tfrac{2}{3}.$$

Statuamus igitur

$$\mathfrak{B} = -2;\ B = -\tfrac{2}{3};\ \mathfrak{C} = 5 \text{ et } C = -\tfrac{5}{4},$$

dum est, vt vidimus,

$$P = \tfrac{2ma}{3b},\ k = 3 \text{ et } R = \tfrac{1}{2}$$

fientque distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}.\, a;\ q = \tfrac{2Ab}{m};$$
$$r = \tfrac{5Ab}{3m} \text{ et } s = \tfrac{5Ab}{6m} = \tfrac{1}{2} r$$

et interualla lentium

$$\text{I}^{mum} = A a \left(1 - \frac{3b}{2ma}\right);$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{4Ab}{3m}; \quad \text{III}^{tium} = \frac{5Ab}{2m};$$

Ne igitur diſtantiae focales poſteriorum lentium fiant nimis paruae, neceſſe eſt, vt A ſit numerus praemagnus ideoque $\mathfrak{A} = 1$ proxime, vnde patet has determinationes lentem obiectiuam non adficere et perinde valere vtcunque lens obiectiua fuerit comparata, quamobrem iam conueniet, loco litterae A diſtantiam focalem q in computum introducere, vt ſit $A = \frac{mq}{3b}$ ſicque fient diſtantiae focales ſequentium lentium

$$r = \frac{5q}{9} \text{ et } s = \frac{5q}{16}$$

et interualla erunt

$$\text{I}^{mum} = \frac{mqa}{3b}\left(1 - \frac{3b}{2ma}\right) = \frac{maq}{3b} - \frac{1}{2} q;$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{4q}{9}; \quad \text{III}^{tium} = \frac{5q}{36};$$

et diſtantia oculi proxime $O = \frac{1}{3} s = \frac{5q}{24}$.

In omnibus igitur caſibus antea tractatis loco binarum lentium poſteriorum adhibere licebit has ternas lentes, dummodo interualla hic indicata obſeruentur hocque modo id lucri naſcetur, quod campus apparens augeatur in ratione 2 : 3 ſiquidem hic eſt

$$\zeta = \frac{3ab}{ma + b} \cdot \xi.$$

Coroll.

Coroll. 1.

207. Cum littera R arbitrio nostro permittatur, dummodo sit vnitate minor, ponamus, $R = \frac{2}{3}$ eritque $k = \frac{5}{8}$ et ob

$$P k R = \frac{ma}{b} \text{ erit } P k = \frac{3ma}{2b} \text{ et } P = \frac{12ma}{5b};$$

vnde sequitur

$$\mathfrak{C} = \frac{7}{8} \text{ et } \mathfrak{B} = -\frac{9}{8} \text{ hincque}$$
$$C = -\frac{7}{8} \text{ et } B = -\frac{9}{14}.$$

Coroll. 2.

208. Hoc ergo casu $R = \frac{2}{3}$ fiet

$$q = \frac{2Ab}{m} \text{ hincque vicissim } A = \frac{mq}{3b}$$

vnde sequentes distantiae focales fient

$$r = \frac{3Ab}{2m} = \frac{3}{4} q \text{ et } s = \frac{2}{5} r = \frac{3}{10} q$$

et interualla lentium

$$I^{mum} = \frac{maq}{3b} - \frac{5}{9} q; \; II^{dum} = \frac{1}{4} q \text{ et}$$
$$III^{tium} = \frac{1}{3} s = \frac{1}{10} q.$$

Scholion.

209. Hic scilicet litteris $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ ex aequationibus fundamentalibus eos valores tribuimus, quos obtinerent, si multiplicatio m reuera esset infinite magna, neque vero hinc nostra solutio erroris redargui potest, nequidem pro minoribus multiplicationibus,

 dum

dum enim hoc modo a veris harum litterarum valoribus recedimus nihil aliud inde est metuendum, nisi quod campus apparens non tantus sit proditurus, quam hic supposuimus, quod vitium facile est condonandum, praecipue quoniam pro maioribus multiplicationibus nequidem fiet sensibile, quemadmodum iam supra obseruauimus; quando autem in his determinationibus litteram m quasi infinitam spectamus, quoniam P eam quoque inuoluit ob $M = \frac{sb}{ma}$ in eadem scilicet hypothesi, habebimus in genere

$$\mathfrak{B} = -\frac{sb}{ma}.P \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{sb}{ma}.Pk - 1;$$

vbi probe notandum est, hanc hypothesin $m = \infty$ tantum in his valoribus adhiberi; deinde litteram A, qua numerus praemagnus indicatur ex calculo extrusimus eiusque loco distantiam focalem q introduximus, ita, vt sit $A = \frac{mq}{sb}$; vnde in genere reliquae erunt

$$r = \frac{(B+1)\mathfrak{C}.q}{k} \text{ et } s = -\frac{(C+1)Pkb.r}{ma} = -\frac{(B+1)C.Pbq}{ma}$$

Tum vero etiam interualla lentium

$$\text{I}^{mum} = \frac{maq}{sb} - \frac{maq}{sbP};$$

$$\text{II}^{dum} = (B+1)(1+\tfrac{1}{k})q = \frac{(k+1)}{\mathfrak{C}}.r.$$

$$\text{III}^{tium} = (1 - \frac{ma}{Pkb})s. = (1-R)s.$$

Cum autem sit $P = \frac{ma}{bkR}$, valores hic assignati sequenti modo multo concinnius exprimentur:

$\mathfrak{B} =$

$$\mathfrak{B} = -\tfrac{3}{kR};\ \mathfrak{C} = \tfrac{3}{R} - 1.$$

$$B = -\tfrac{3}{3+kR};\ C = -\tfrac{3+R}{3-2R}.$$

Deinde diſtantiae focales

$$r = \tfrac{3-R}{3+kR}\cdot q;\ s = \tfrac{(3-R)q}{(3+kR)(3-2R)} \text{ ſeu } s = \tfrac{r}{3-2R};$$

ac denique interualla

$$I^{mum} = \tfrac{maq}{3a} - \tfrac{kRq}{3};$$

$$II^{dum} = \tfrac{R(k+1)r}{3-R};$$

$$III^{tium} = (1-R)s;$$

exiſtente diſtantia oculi proxime $O = \frac{1}{3}s$.

Hactenus autem nondum rationem habuimus marginis colorati, cuius deſtructio poſtulat, $k = 1 + \frac{1}{R}$ vnde formulae inuentae in ſequentes abibunt:

$$\mathfrak{B} = -\tfrac{3}{R+1};\ \mathfrak{C} = \tfrac{3}{R} - 1;$$

$$B = -\tfrac{3}{R+4};\ C = -\tfrac{3+R}{3-2R};$$

$$r = \tfrac{3-R}{4+R}\cdot q;\ s = \tfrac{r}{3-2R} = \tfrac{(3-R)q}{(3-2R)(4+R)}$$

et interualla

$$I^{mum} = \tfrac{maq}{3b} - \tfrac{(R+1)}{3}q;$$

$$II^{dum} = \tfrac{(2R+1).r}{3-R} = \tfrac{2R+1}{4+R}\cdot q;$$

$$III^{tium} = (1-R)s.$$

Has igitur determinationes cum ſingulis microſcopiorum ſpeciebus quas in praecedentibus capitibus de-

ſcripſimus, combinare licebit, ſicque obtinebitur ſequens

Conſtructio generalis microſcopiorum huius generis qua eorum campus in ratione ſesquialtera augetur.

210. Hic iterum diſtantia obiecti a pro lubitu aſſumi poteſt perinde ac multiplicatio m; tum vero etiam diſtantia focalis q arbitrio noſtro permittitur, quam tantam aſſumi conuenit, vt poſtrema lens ocularis non fiat nimis parua; praeterea vero quoque fractio R ab arbitrio noſtro pendet, dummodo ea vnitate ſit minor; hic autem accipiamus $R = \frac{1}{4}$, qui valor ad praxin maxime accommodatus videtur:

I. Siue lens obiectiua reuera ſit ſimplex ſiue ex duabus pluribusue lentibus proxime ſibi iunctis compoſita, ea hic vt vnica ſpectetur, ita, vt eius loco omnes conſtructiones in ſuperioribus capitibus datae ſubſtitui poſſint atque inde dabitur eius aperturae ſemidiameter $= x$; tum vero eius a ſecunda lente diſtantia erit $= \frac{maq}{3b} - \frac{1}{4}q$; quod autem interuallum ob indolem lentis obiectiuae aliquantum immutari poteſt, cuius tamen ratio in praxi non attendi meretur.

II. Pro ſecunda lente notandum eſt eam aeque ac ſequentes ex quouis vitri genere parari poſſe, dummodo ſint vtrinque aequaliter conuexae, vt ipſis maxima

xima apertura tribui poſſit. Sit igitur ſecundae lentis diſtantia focalis $= q$ eritque diſtantia ad lentem tertiam $= \frac{4}{9} q$.

III. Pro tertia lente eius diſtantia focalis capiatur $r = \frac{5}{9} q$ et diſtantia ad quartam lentem $= \frac{5}{18} q$.

IV. Pro quarta lente eius diſtantia focalis capiatur $s = \frac{5}{18} q$ et diſtantia ad oculum $O = \frac{1}{3} s$ proxime.

V. Nunc autem ſpatii in obiecto conſpicui erit ſemidiameter

$$\zeta = \frac{3ab}{ma+b} \cdot \xi = \frac{3}{4} \cdot \frac{ab}{ma+b}$$

et menſura claritatis eadem manebit, vt ante, ſcilicet $= 20 . \frac{bx}{ma}$, dum nempe menſurae in digitis exprimuntur.

Coroll. I.

211. Si ergo nolimus, vt lens ocularis minor fiat, quam $\frac{1}{3}$ dig. poſito $s = \frac{1}{3}$ dig. ſumi debebit $q = \frac{6}{5}$ dig. hincque interuallum primum $= \frac{2ma}{5b} - \frac{1}{5}$ dig. at ſi in ſuperioribus lens ocularis etiam ſtatuatur $= \frac{1}{3}$ dig. penultima fit 1 dig. et idem interuallum prodit circiter; vnde patet praeſenti caſu longitudinem inſtrumenti notabiliter fore minorem.

Proble-

Problema 2.

212. Cuiuscunque indolis fuerit lens obiectiua, post imaginem realem tres adhuc lentes ita disponere, vt, margine colorato euanescente, campus euadat maximus.

Solutio.

Cum hic habeantur quatuor interualla litterarum P, Q, R, S secunda iterum erit negatiua sitque ergo $Q = -k$, vt fiat $PkRS = \frac{ma}{b}$. Distantiae ergo focales erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;$$
$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}.a}{Pk};\; s = \frac{ABC\mathfrak{D}.a}{PkR};$$
$$t = -ABCD.\frac{b}{m} = -\frac{ABCD.a}{PkRS};$$

vnde si loco A littera q in calculum introducatur ob

$$A = -\frac{Pq}{\mathfrak{B}a} \text{ erit } r = \frac{B\mathfrak{C}q}{\mathfrak{B}k};$$
$$s = -\frac{BC\mathfrak{D}q}{\mathfrak{B}kR};\; t = \frac{BCD.q}{\mathfrak{B}kRS}.$$

Simili modo interualla lentium per q ita reperientur expressa

$$I^{mum} = -\frac{Pq}{\mathfrak{B}} + \frac{1}{\mathfrak{B}}q;$$
$$II^{dum} = \frac{B}{\mathfrak{B}}\left(1 + \frac{1}{k}\right)q;$$
$$III^{tium} = \frac{BC}{\mathfrak{B}k}\left(1 - \frac{1}{R}\right)q;$$
$$IV^{tum} = -\frac{BCD}{\mathfrak{B}kR}\left(1 - \frac{1}{S}\right)q.$$

Iam

Iam vt campus apparens prodeat maximus, ſtatuantur litterae $\mathfrak{q} = \mathfrak{r} = \mathfrak{s} = \mathfrak{t} = 1$, vt fiat $M = \frac{4b}{ma+b}$, campi ſemidiametro exiſtente

$$z = M a \xi = \frac{4ab}{ma+b} \cdot \xi = \frac{ab}{ma+b},$$

ſumto $\xi = \frac{1}{4}$; qui ergo campus quaſi fit quadruplicatus, dum in problemate praecedente erat triplicatus, antea vero tantum duplicatus. Hinc ergo aequationes fundamentales dabunt

$$\mathfrak{B} = (1 - P) M; \; \mathfrak{C} = (1 + P k) M - 1. \text{ et}$$
$$\mathfrak{D} = (1 + P k R) M - 2.$$

Cum autem ſufficiat, his formulis proxime ſatisfeciſſe, quia parum intereſt, etiamſi campus aliquantum fiat minor, ſpectemus multiplicationem m cum numero P quaſi infinitam, ac tum iſtae litterae concinnius ita exprimentur ob $M = \frac{4b}{ma}$;

$$\mathfrak{B} = -\frac{4b.P}{ma}; \text{ adeoque}$$
$$\frac{\mathfrak{B}}{P} = -\frac{4b}{ma}; \; \mathfrak{C} = \frac{4b.Pk}{ma} - 1;$$
$$\mathfrak{D} = \frac{4b.PkR}{ma} - 2, \text{ et cum ſit } P = \frac{ma}{bkRS},$$

hae expreſſiones etiam commodius ita exprimentur:

$$\mathfrak{B} = -\frac{4}{kRS}; \; \mathfrak{C} = \frac{4}{RS} - 1; \; \mathfrak{D} = \frac{4}{S} - 2;$$

at ob conditionem, qua margo coloratus deſtrui debet, habebimus iſtam aequationem

$$0 = \frac{1}{P} - \frac{1}{Pk} - \frac{1}{PkR} - \frac{1}{PkRS}$$

ex

ex qua nascitur.

$$k = 1 + \frac{1}{R} + \frac{1}{RS};$$

ita, vt litterae R et S arbitrio nostro permittantur. Cum autem bina vltima interualla fiant certe satis exigua, litterae R et S parum ab vnitate discrepare possunt; vnde litterae $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$ manifesto fient vnitate maiores hincque C et D negatiuae, dum e contrario littera $\mathfrak{B}$ ipsa, ac propterea etiam B sunt negatiuae, quare vt nostra interualla lentium fiant positiua, euidens est, esse debere $S < 1$ et $R < 1$; qua conditione obseruata nunc omnia momenta facile determinari poterunt.

Coroll. 1.

213. Cum igitur tam R, quam S sint fractiones vnitate minores, litterae k valor certe ternarium superabit, quoniam $\frac{1}{R} > 1$ et $\frac{1}{RS} > \frac{1}{R}$.

Coroll. 2.

214. Cum sit $\frac{P}{\mathfrak{B}} = -\frac{ma}{4b}$, erit primum interuallum $= \frac{maq}{4b} - \frac{kRS}{4}q$ cuius pars prior $\frac{maq}{4b}$ minor est, quam casu praecedentis problematis, ita, vt hic longitudo instrumenti adhuc minor sit proditura.

Coroll. 3.

215. Has ergo quaternas lentes etiam cum omnibus lentibus obiectiuis siue simplicibus siue compositis,

pofitis, quas fupra defcripfimus, combinare licebit; vnde hoc infigne commodum affequemur, vt campus apparens prodeat quadruplicatus, cum in praecedentibus tantum effet duplicatus.

Exempl. I.

216. Cum litterae R et S debeant effe vnitate minores, confideremus cafum quafi fimpliciffimum et ponamus $R = \frac{1}{2}$ et $S = \frac{2}{3}$, vt fiat $RS = \frac{1}{3}$ hincque $k = 1 + 2 + 3 = 6$; ex his igitur valoribus, qui ad praxin fatis accommodati videntur, colliguntur litterae

$$\mathfrak{B} = -2;\ \mathfrak{C} = 11;\ \mathfrak{D} = 4;$$

$$B = -\tfrac{2}{3};\ C = -\tfrac{11}{10};\ D = -\tfrac{4}{5};$$

deinde ex diftantia focali q fequentes ita definientur:

$$r = \tfrac{11}{12} \cdot q;\ s = \tfrac{22}{45} \cdot q;\ t = \tfrac{11}{45} \cdot q = \tfrac{1}{2} s.$$

denique vero interualla lentium

$$I^{mum} = \frac{maq}{4b} - \tfrac{1}{2} q;$$

$$II^{dum} = \tfrac{7}{12} q.$$

$$III^{tium} = \tfrac{11}{180} q = \tfrac{1}{4} t;$$

$$IV^{tum} = \tfrac{11}{135} q.$$

Exempl. II.

217. Statuamus nunc tam $R = \frac{1}{2}$, quam $S = \frac{1}{2}$ ac prodibit

 $k =$

$k = 1 + 2 + 4 = 7$, eritque

$\mathfrak{B} = -\frac{16}{7}; \; \mathfrak{C} = 15; \; \mathfrak{D} = 6;$

$B = -\frac{16}{23}; \; C = -\frac{15}{14}; \; D = -\frac{6}{5};$

et diſtantiae focales ita per q exprimentur:

$r = \frac{15}{23} q; \; s = \frac{60}{151} \cdot q; \; t = \frac{36}{161} q;$

et interualla

$\mathrm{I}^{mum} = \frac{maq}{4b} - \frac{7}{16} q;$

$\mathrm{II}^{dum} = \frac{8}{23} q.$

$\mathrm{III}^{tium} = \frac{15}{322} q;$

$\mathrm{IV}^{tum} = \frac{18}{161} q.$

Quod tandem ad locum oculi attinet, hic in genere erit

$O = \frac{1}{4} t \left(1 + \frac{b}{ma}\right) = \frac{1}{4} t$ proxime.

Problema 3.

218. Cuiuscunque indolis fuerit lens obiectiua, poſt imaginem realem quotcunque adhuc lentes; quarum numerus ſit $= i$, ita diſponere, vt, euaneſcente margine colorato, campus maximus euadat.

Solutio.

Si operatio inſtituatur, vt in problematibus antecedentibus, erit ſemper $Q = -k$ litterarumque ſequentium R S T etc. numerus erit $i - 1$, ſitque vltima

tima $= Z$; tum vero pro campo hic habebitur

$$M = \frac{(i+1)b}{ma+b} \text{ ideoque } z = \frac{(i+1)ab}{ma+b}.$$

Quodsi deinde etiam, vt ante, pro determinatione litterarum $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ multiplicationum m cum numero P vt infinite magnum consideremus, reperiemus

$$\mathfrak{B} = -\frac{(i+1)bP}{ma}; \quad \mathfrak{C} = \frac{(i+1)bPk}{ma} - 1;$$

$$\mathfrak{D} = \frac{(i+1)bPkR}{ma} - 2; \quad \mathfrak{E} = \frac{(i+1)bPkRS}{ma} - 3;$$

etc.

Destructio vero marginis colorati dabit

$$k = 1 + \frac{1}{R} + \frac{1}{RS} + \frac{1}{RST} \ldots \frac{1}{RST\ldots Z}$$

quorum terminorum numerus est i

Nunc vero has litteras ita definiamus, vt fiat

$$\frac{1}{R} = 2; \quad \frac{1}{RS} = 3; \quad \frac{1}{RST} = 4; \quad \frac{1}{RSTV} = 5.$$

atque vltimus

$$\frac{1}{RSTV\ldots Z} = i \text{ ideoque}$$

$$R = \tfrac{1}{2}; \quad S = \tfrac{2}{3}; \quad T = \tfrac{3}{4};$$

$$U = \tfrac{4}{5}; \ldots \text{ ac tandem } Z = \frac{i-1}{i}.$$

Cum igitur hinc prodeat

$$k = 1 + 2 + 3 \ldots + i \text{ hoc est } k = \frac{i(i+1)}{2}.$$

et cum sit

$$RST\ldots Z = \tfrac{1}{i}, \text{ erit } kRS\ldots Z = \frac{i+1}{2}.$$

hincque

$$P = \frac{2ma}{(i+1)b} \text{ seu } \frac{1}{P} = \frac{(i+1)b}{2ma};$$

et hinc porro

$$\frac{1}{Pk} = \frac{b}{ima};\ \frac{1}{PkR} = \frac{2b}{ima};$$

$$\frac{1}{PkRS} = \frac{3b}{ima};\ \frac{1}{PkRST} = \frac{4b}{ima} \text{ etc.}$$

donec perueniatur ad $\frac{1}{PkRST..Z} = \frac{b}{ma}$.

Iam ex his formulis litterae nostrae germanicae $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ etc. reperiuntur

$$\mathfrak{B} = -2;\ \mathfrak{C} = i^2 + i - 1;$$

$$\mathfrak{D} = \frac{i^2+i-4}{2};\ \mathfrak{E} = \frac{i^2+i-9}{3};$$

$$\mathfrak{F} = \frac{i^2+i-16}{4} \text{ etc.}$$

$$B = -\frac{2}{3};\ C = \frac{i^2+i-1}{2-i-i^2};$$

$$D = \frac{i^2+i-4}{6-i-i^2};\ E = \frac{i^2+i-9}{12-i-i^2};$$

$$F = \frac{i^2+i-16}{20-i-i^2} \text{ etc.}$$

donec vltimus $\mathfrak{Z}$ fiat $= 1$.

Ex his igitur valoribus poterimus distantias focales omnium lentium post secundam per huius ipsius distantiam focalem q definire, quod facile praestabitur sequenti modo:

$$\frac{r}{q} = \frac{B\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}k} = \frac{2}{3}.\frac{i^2+i-1}{i^2+i}. \text{ ergo } r = \frac{2}{3}.\frac{i^2+i-1}{i^2+i}.q$$

$$\frac{s}{r} = -\frac{C\mathfrak{D}}{\mathfrak{C}R} = \frac{i^2+i-4}{i^2+i-2}; \text{ ergo } s = \frac{i^2+i-4}{i^2+i-2}.r$$

$\frac{t}{s} =$

$$\frac{t}{s} = -\frac{\mathfrak{D}\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}S} = \frac{i^2+i-9}{i^2+i-6}; \text{ ergo } t = \frac{i^2+i-9}{i^2+i-6} \cdot s$$

$$\frac{u}{t} = -\frac{E.\mathfrak{F}}{\mathfrak{E}.T} = \frac{i^2+i-16}{i^2+i-12}; \text{ ergo } u = \frac{i^2+i-16}{i^2+i-12} \cdot t$$

ſicque vlterius

$$v = \frac{i^2+i-25}{i^2+i-20}\, u; \quad w = \frac{i^2+i-36}{i^2+i-30}\, v;$$

etc.

Lentium interualla denique ita determinabuntur:

$$\text{I}^{mum} = -\frac{1}{\mathfrak{B}}(P-1)\, q = \frac{maq}{(i+1)b} - \frac{1}{2}\, q$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{1}{2} \cdot \frac{i^2+i+2}{(i^2+i-1)}\, r$$

$$\text{III}^{tium} = -\frac{1}{\mathfrak{D}}(R-1) = \frac{1}{i^2+i-2} \cdot s$$

$$\text{IV}^{tum} = -\frac{1}{\mathfrak{E}}(S-1) = \frac{1}{i^2+i-6} \cdot t$$

$$\text{V}^{tum} = -\frac{1}{\mathfrak{F}}(T-1) = \frac{1}{i^2+i-16} \cdot u$$

$$\text{VI}^{tum} = -\frac{1}{\mathfrak{G}}(U-1) = \frac{1}{i^2+i-16} \cdot v.$$

etc.

Coroll. 1.

219. Si igitur ſit $i = 1$. vt lens vnica poſt imaginem realem reperiatur, erit $r = \frac{1}{2} q$; et interualla

$$1^{mum} = \frac{maq}{2b} - \frac{1}{2}\, q.$$

$$2^{dum} = 2\, r. \text{ et } O = \frac{1}{2}\, r\left(1 + \frac{b}{ma}\right)$$

Coroll.

Coroll. 2.

220. Si $i = 2$; vt fint duae lentes poft imaginem realem, earum diftantiae focales erunt

$$r = \tfrac{5}{9} q \text{ et } s = \tfrac{1}{2} r = \tfrac{5}{18} q.$$

tum vero interualla

$$\text{I}^{mum} = \frac{maq}{3b} - \tfrac{1}{2} q.$$

$$\text{II}^{dum} = \tfrac{4}{5} r = \tfrac{4}{9} q.$$

$$\text{III}^{tium} = \tfrac{1}{2} s = \tfrac{5}{36} q. \text{ et } O = \tfrac{1}{3} s \left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

Coroll. 3.

221. Si fit $i = 3$, vt tres lentes poft imaginem realem reperiantur, erit

$$r = \tfrac{11}{18} q;\ s = \tfrac{4}{5} r = \tfrac{22}{45} q;\ t = \tfrac{1}{2} s = \tfrac{11}{45} q;$$

tum vero interualla

$$\text{I}^{mum} = \frac{maq}{4b} - \tfrac{1}{3} q;$$

$$\text{II}^{dum} = \tfrac{7}{11} r = \tfrac{7}{18} q;$$

$$\text{III}^{tium} = \tfrac{1}{4} s = \tfrac{11}{90} q;$$

$$\text{IV}^{tum} = \tfrac{1}{3} t = \tfrac{11}{135} q.$$

Pro loco denique oculi

$$O = \tfrac{1}{4} t \left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

Coroll. 4.

222. Si fit $i = 4$, vt quatuor lentes poft imaginem realem reperiantur, earum diftantiae focales erunt

$r =$

$r = \frac{19}{35} q;$

$s = \frac{8}{9} r = \frac{76}{135} q;$

$t = \frac{11}{14} s = \frac{418}{945} \cdot q;$

$u = \frac{1}{2} t = \frac{209}{945} q;$

tum vero interualla erunt

$\mathrm{I}^{mum} = \frac{maq}{5b} - \frac{1}{5} q;$

$\mathrm{II}^{dum} = \frac{11}{19} r = \frac{11}{35} q;$

$\mathrm{III}^{tium} = \frac{1}{16} s = \frac{19}{540} q;$

$\mathrm{IV}^{tum} = \frac{1}{11} t = \frac{38}{945} q;$

$\mathrm{V}^{tum} = \frac{1}{4} u = \frac{209}{3780} q;$

et pro loco oculi

$\mathrm{O} = \frac{1}{3} u (1 + \frac{b}{ma}).$

Coroll. 5.

223. Si fit $i = 5$, vt quinque lentes post imaginem realem disponantur, erit

$r = \frac{20}{45} q;$

$s = \frac{13}{14} r = \frac{13 \cdot 20}{14 \cdot 45} q.$

$t = \frac{7}{8} s = \frac{7 \cdot 13 \cdot 20}{8 \cdot 14 \cdot 45} q.$

$u = \frac{7}{9} t = \frac{7 \cdot 13 \cdot 20}{9 \cdot 8 \cdot 14 \cdot 45} q.$

$v = \frac{1}{2} u = \frac{7 \cdot 13 \cdot 20}{2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 14 \cdot 45} q.$

Tum vero interualla erunt

$\mathrm{I}^{mum} = \frac{maq}{6b} - \frac{1}{6} q.$

$$II^{dum} = \tfrac{16}{35} \cdot r = \tfrac{16}{45} \cdot q.$$

$$III^{tium} = \tfrac{1}{28} s = \tfrac{29}{5.14.45} \cdot q.$$

$$IV^{tum} = \tfrac{1}{21} t = \tfrac{13.30}{3.7.14.45} \cdot q.$$

$$V^{tum} = \tfrac{1}{14} u = \tfrac{13.29}{4.7.9.45}\, q.$$

$$VI^{tum} = \tfrac{1}{7} v = \tfrac{7.13.29}{4.5.7.9.45} \cdot q$$

ac denique

$$O = \tfrac{1}{6} v \left(1 + \tfrac{b}{ma}\right).$$

SECTIO

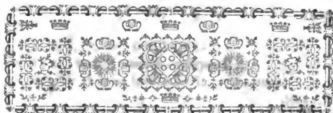
SECTIO QVARTA.

DE

MICROSCOPIIS

COMPOSITIS,

IN QVIBVS DVAE IMAGINES REALES OCCVRRVNT.



CAPVT I.

DE

MICROSCOPIIS SIMPLICIORIBVS

HVIVS GENERIS.

Praemonitum.

Cum microſcopia ad hanc ſectionem relata iterum ſitu erecto obiecta repraeſentent, litterae q, r, s, t etc. vna cum multiplicatione *m* eadem retinent ſigna, quae in praeceptis generalibus ſunt vſurpata.

Problema 1.

224. Microſcopium huius generis ex tribus lentibus componere, eiusque qualitates et defectus inveſtigare.

Solutio.

Cum hic tantum tres lentes occurrant ideoque duo interualla, in quorum vtroque imago realis exiſtit, ambae litterae P et Q ſtatuendae ſunt negatiuae quamobrem ponamus $P = -k$ et $Q = -k'$. vt ſit $k\,k' = \frac{ma}{b}$; diſtantiae vero focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}\,a;\; q = \frac{A\mathfrak{B}.a}{k};\quad r = \frac{ABa}{kk'} = AB\frac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium

$$I^{mum} = A\,a\,(1 + \tfrac{1}{k});$$
$$II^{dum} = \frac{AB.a}{k}(1 + \tfrac{1}{k'});$$

ita, vt prima imago realis diſtet a prima lente interuallo $= A\,a$ et a ſecunda interuallo $= \frac{Aa}{k}$; poſterior vero imago realis poſt lentem ſecundam cadit interuallo $= \frac{ABa}{k}$ et ante tertiam interuallo $= \frac{ABa}{kk'}$ ac ſi ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter ſit $= z$, ſemidiameter prioris imaginis erit $= A\,z$, quae eſt inuerſa; poſterioris vero $= A\,B\,z$, quae iterum eſt erecta. Hinc igitur patet, eſſe debere $A > 0$. et $B > 0$, vnde quoque fient $\mathfrak{A} > 0$ et $\mathfrak{B} > 0$, ita tamen, vt ſit $\mathfrak{A} < 1$ et $\mathfrak{B} < 1$. Tum vero erit

$z =$

$$z = \frac{q + r}{ma - b} \cdot ab\xi \text{ et } M = \frac{q + r}{ma - b} \cdot b$$

vt fit $z = Ma\xi$. vnde nancifcimur

$$\mathfrak{B}q = -(1 + k)M;$$

ex quo perfpicuum eft, cum $\mathfrak{B}$ fit pofitiuum, fieri q negatiuum. eoque ergo campum apparentem diminui; quare, ne is penitus ad nihilum redigatur, tribui debebit litterae r maximus valor, qui eft vnitas et pofito $q = -\omega$, debet effe $\omega < 1$, cum fit

$$M = \frac{1 - \omega}{ma - b} b; \text{ deinde ob}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1 + k}{\omega} M = \frac{1 + k}{\omega} \cdot \frac{1 - \omega}{ma - b} \cdot b$$

quia $\mathfrak{B} < 1$. debebit effe

$$(1 + k)(1 - \omega)b < \omega(ma - b),$$

quae quidem conditio facile impletur, fi fuerit

$$\omega > \frac{(1 + k)b}{ma + bk} \text{ et quia infuper eft } \omega < 1,$$

ad hoc requiritur, vt fit $ma > b$, quae quidem conditio pro maioribus multiplicationibus fponte habet locum. Quodfi vellemus affumere $\omega = \frac{(1 + k)b}{ma + bk}$, prodiret $\mathfrak{B} = 1$ hincque $B = \infty$ et inftrumentum fieret infinite longum; ex quo perfpicuum eft, neceffario capi oportere $\omega > \frac{(1 + k)b}{ma + bk}$.

Nunc etiam videamus, num margo coloratus deftrui poffit; quem in finem ante locus oculi examinari debet hac aequatione determinatus

$$O = \frac{r}{Ma} \cdot \frac{b}{m} \text{ ob } r = 1.$$

Quo-

Quoniam igitur r est positiuum, vtique erit $O > o$. vnde pro destructione marginis colorati habebitur ista aequatio $o = \frac{\omega}{k} + \frac{1}{kk'}$; quod cum fieri nequeat, manifestum est, huiusmodi microscopia insigni vitio marginis colorati laborare; ita, vt superfluum foret, in reliqua constructionis praecepta inquirere.

Coroll. 1.

225. Cum ob duas imagines reales pauciores, quam tres, lentes adhiberi nequeant, constructio in problemate contenta vtique est simplicissima, quae locum habere queat; quare cum eam repudiare cogamur, ad minimum quatuor lentibus vti oportebit.

Coroll. 2.

226. Quoniam formula pro destructione marginis colorati duabus constat partibus positiuis, ista confusio multo erit maior, quam in telescopiis et microscopiis ex duabus tantum lentibus formatis ideoque multo minus tolerari poterit.

Scholion.

227. Cum igitur tribus lentibus hic propositis vnam ad minimum insuper adiici oporteat, id tripliti modo fieri poterit, primo enim haec noua lens inter lentem obiectiuam et primam imaginem realem; secundo insuper inter imaginem realem primam et secundam, ita, vt in hoc interuallo duae lentes

lentes constituantur; tertio vero inter imaginem realem secundam et lentem ocularem. Verum hic tertius casus eodem vitio laborabit, quod hic est reprehensum; litterae enim P et Q eosdem retinebant valores $-k$ et $-k'$, quippe quibus tantum tertia littera R adiungitur, sicque littera q retinebit quoque valorem negatiuum, qui sit $q = -\omega$, vnde pro margine colorato destruendo habebitur, ista aequatio

$$o = \frac{\omega}{k} + \frac{r}{kk'} + \frac{s}{kk'\pi}$$

quae neutiquam subsistere potest, nisi vel r vel s capiatur negatiuum; quod autem cum iam q habeat valorem negatiuum, neutiquam expedit, quoniam alioquin campus nimis redderetur angustus, quocirca tantum bini casus priores nobis euoluendi relinquuntur.

Problema 2.

228. Microscopia huius generis ita ex quatuor lentibus componere, vt secunda adhuc ante priorem imaginem realem cadat; tertia vero inter ambas imagines ideoque sola ocularis post secundam imaginem, in quo id potissimum efficiatur, vt margo coloratus euanescat.

Solutio.

Hic ergo habentur tria interualla totidemque litterae P, Q et R, quarum duae posteriores debent esse negatiuae. Ponamus itaque $Q = -k$ et $R = -k'$,

vt ſit $P k k' = \frac{ma}{b}$; diſtantiae porro focales harum lentium erunt

$$p = \mathfrak{A} a;\; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} . a;\; r = -\frac{A B \mathfrak{C} . a}{P k} \text{ et}$$

$$s = -\frac{A B C}{P k k'} a. = -A B C . \frac{b}{m}$$

tum vero interualla lentium

$$I^{mum} = A a \left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = -\frac{A B a}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right);$$

$$III^{tium} = -\frac{A B C a}{P k}\left(1 + \frac{1}{k'}\right);$$

vnde patet, eſſe debere $-A B > 0$ et $C > 0$, deinde notetur, primam imaginem cadere poſt lentem ſecundam ad interuallum $= -\frac{A B a}{P}$ et ante tertiam interuallo $= -\frac{A B a}{P k}$; poſteriorem vero imaginem cadere poſt lentem tertiam interuallo $= -\frac{A B C a}{P k}$; et ante ocularem interuallo $= -\frac{A B C a}{P k k'}$: praeterea vero imaginis prioris inuerſae radium eſſe $= A B z$; poſterioris vero erectae $= A B C . z.$, exiſtente

$$z = \frac{q + r + s}{m a - b} . a b \zeta . \text{ hincque } M = \frac{q + r + s}{m a - b} . b,$$

ita, vt ſit $z = M a \xi$, quae quantitas per hypotheſin debet eſſe poſitiua; ex hoc autem valore deductae ſunt ſequentes formulae

$$\mathfrak{B} q = (P - 1) M;$$

$$\mathfrak{C} r = -(P k + 1) M - q.$$

Ob conditionem $C > 0$ autem modo allatam debet eſſe $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$. ex quo perſpicuum eſt, vel q

vel r

vel $\mathfrak{r}$ esse debere negatiuum. Vtrum igitur locum habeat, conueniet ϑ sumi positiue atque adeo poni $\vartheta = 1$. vt sit $M = \frac{1+q+\mathfrak{r}}{ma-b} \cdot b$. Hinc autem oculi distantia post lentem ocularem prodibit $O = \frac{\vartheta s}{M} \cdot \frac{b}{ma\vartheta}$; quia igitur $s > 0$; haec distantia fiet positiua ideoque margo coloratus destructur ope huius aequationis:

$$0 = \frac{q}{P} - \frac{\mathfrak{r}}{Pk} + \frac{\mathfrak{r}}{Pkk'}$$

quae neutiquam subsistere posset, si esset $\mathfrak{r} < 0$, vnde necesse est, vt sit $q < 0$. Statuatur ergo $q = -\omega$, eritque $\frac{1}{k'} = k\omega + \mathfrak{r}$, atque nunc nouimus esse debere

$$\mathfrak{B} = \frac{1-P}{\omega} . M \text{ et } \mathfrak{C} = -\frac{(Pk+1)M+\omega}{\mathfrak{r}}$$

qui valor cum esse debeat positiuus, erit

$$(Pk+1)M < \omega, \text{ hincque } \omega > \frac{(Pk+1)(1+\mathfrak{r})b}{ma+Pkb}.$$

Cum autem sit

$$\frac{ma}{b} = Pkk' = \frac{Pk}{k\omega+\mathfrak{r}}$$

orietur haec aequatio

$$Pk^2\omega^2 + \omega(1+\mathfrak{r})(P-Pk-1)k - (Pk+1)(1+\mathfrak{r})\mathfrak{r} > 0$$

quae aequatio conditionem continet, secundum quam littera ω debet definiri. Definitis autem conuenienter litteris ω et $\mathfrak{r}$ indeque deductis valoribus $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ saltim quam proxime, reliqua elementa innotescunt; tum vero nihil aliud superest, nisi vt apertura lentis obiectiuae ex aequatione pro semidiametro confusionis determinetur.

Coroll. 1.

229. Ponamus breuitatis gratia

$$\frac{ma}{b} = \mathfrak{M}, \text{ vt fit } M = \frac{1-\omega+r}{\mathfrak{M}-1},$$

et habebimus

$$Pk = \mathfrak{M}(k\omega + r) \text{ et } \mathfrak{B}\omega = (1-P)\left(\frac{1-\omega+r}{\mathfrak{M}-1}\right)$$

$$\text{et } (Pk+1)\frac{(1-\omega+r)}{\mathfrak{M}-1} = \frac{(\mathfrak{M}(k\omega+r)+1)(1-\omega+r)}{\mathfrak{M}-1}$$

$= \omega - \mathfrak{C}r$; ex quo patet, fore $\omega > \mathfrak{C}r$, vbi constat, esse $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$.

Coroll. 2.

230. Cum igitur ω notabiliter maius esse debeat, quam $\mathfrak{C}r$, videamus, an fieri possit $\omega = r$; quem in finem ponamus $\omega = r$ et vltima aequatio fiet

$$r(1-\mathfrak{C}) = \frac{(\mathfrak{M}(1+k)r+1)}{\mathfrak{M}-1};$$

vnde concluditur

$$r = \frac{-1}{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}+k)+1-\mathfrak{C}}$$

quod, cum esse debeat $r > 0$, fieri nequit, sicque etiam certum est, esse debere $\omega > r$, ita, vt campus ne ad valorem eius simplicem quidem $z = \frac{abk}{ma-b}$ augeri possit ob $1 - \omega + r < 1$.

Coroll. 3.

231. Cum igitur sit $\omega - r > 0$; plurimum interest, nosse, quomodo isti formulae minimus valor con-

concilietur; quem in finem litteris ω et $\mathfrak{r}$ vt variabilibus spectatis hoc eueniet, si sit $d\omega = d\mathfrak{r}$, cui regulae conuenienter differentietur nostra aequatio:

$$(\omega - \mathfrak{C}\mathfrak{r})(\mathfrak{M} - 1) = (\mathfrak{M}(k\omega + \mathfrak{r}) + 1)(1 - \omega + \mathfrak{r})$$

ac prodibit

$$(1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{M} - 1) = \mathfrak{M}(1 - \omega + \mathfrak{r})(k + 1)$$

vnde colligimus

$$1 - \omega + \mathfrak{r} = \frac{(1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{M} - 1)}{\mathfrak{M}(k + 1)}$$

ita, vt sit $M = \frac{1 - \mathfrak{C}}{\mathfrak{M}(k + 1)}$, quae formula praebet maximum campum, quem quidem obtinere licet. Hic autem campus maximus obtinebitur capiendo

$$\omega = \mathfrak{r} + \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{C} + k) + 1 - \mathfrak{C}}{\mathfrak{M}(k + 1)}$$

qui valor in nostra aequatione substitutus dabit

$$\mathfrak{r}(1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{M} - 1) + \frac{(\mathfrak{M} - 1)^2\mathfrak{C} + (\mathfrak{M} - 1)(\mathfrak{M}k + 1)}{\mathfrak{M}(k + 1)}$$

$$= \frac{(1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{M} - 1)}{(k + 1)}\left(\mathfrak{r}(k + 1) + \frac{(\mathfrak{M} - 1)k\mathfrak{C} + \mathfrak{M}k^2 + k}{\mathfrak{M}(k + 1)}\right)$$

vbi membra litteram $\mathfrak{r}$ continentia se mutuo tollunt, relinquitur haec aequatio

$$(1 - \mathfrak{C})(1 + \mathfrak{C}k) + \mathfrak{M}(\mathfrak{C} + k)(\mathfrak{C}k + 1) = 0$$

quae reducitur ad hanc

$$\mathfrak{M}(\mathfrak{C} + k) + 1 - \mathfrak{C} = 0;$$

quae cum sit impossibilis, sequitur, hunc campum maximum ne quidem obtineri posse.

Scholion.

232. Parum vero refert, vtrum campum illum maximum obtinere queamus nec ne, cum etiam hic non desint remedia, campum pro lubitu amplificandi; quare relicta hac inuestigatione aliquot casus euoluamus, qui ad praxin inprimis accommodati videntur ac primo quidem apparet litteram P vnitati non nimis vicinam assumi posse, quia tum secunda lens primae tam esset propinqua, vt ambae tanquam vna spectari possent: ex quo casus praecedente problemate tractatus resultaret, quem locum habere non posse vidimus. Quamobrem pro P numerum satis magnum accipi conueniet, deinde etiam cum semper sit $\omega > r$, e re erit r quam minimum accipere, denique etiam vt ad campum maximum quantum fieri licet appropinquemus, conueniet litteras k et $\mathfrak{C}$ quam minimas assumi.

CASVS I.

quo $P = \infty$.

Hoc ergo casu fit interuallum primum $= Aa$, ideoque $A > 0$ et $\mathfrak{A} < 1$. ac secunda lens cadet in ipsam imaginem primam, cuius distantia focalis ne fiat $= 0$. debet esse $\mathfrak{B} = \infty$ ita, vt sit

$$\frac{P}{\mathfrak{B}} = -\zeta \text{ hincque } q = \frac{Aa}{\zeta}.$$

Deinde cum sit $r = -\frac{AB\mathfrak{C}a}{kk}$, ob $\mathfrak{B} = \infty$ fit $B = -1$

et

et ob $\mathfrak{C} < 1$ manifestum est, esse debere $k = 0$, vt fieri possit $P\,k$ quantitas finita, at quia $k = 0$ erit $\frac{k}{\mathfrak{k}} = \mathfrak{r}$, hincque $P\,k = \mathfrak{M}\,\mathfrak{r}$ existente $\mathfrak{M} = \frac{m a}{b}$; ex quo erit

$$r = \frac{A\,\mathfrak{C}\,a}{\mathfrak{M}\,\mathfrak{r}}, \text{ et } s = A\,C.\,\frac{b}{m};$$

vnde pro magnis multiplicationibus esse debet C numerus praemagnus hincque $\mathfrak{C}$ ab vnitate parum deficere. Reliqua vero interualla erunt

$$II^{dum} = \frac{A\,a}{\mathfrak{M}\,\mathfrak{r}} = \frac{r}{\mathfrak{C}} \text{ et}$$

$$III^{tium} = \frac{A\,C.\,a}{\mathfrak{M}\,\mathfrak{r}}(1 + \mathfrak{r}) = (1 + C)\,r + s.$$

Praeterea vero distantia oculi erit $O = \frac{s}{M\,\mathfrak{M}}$.

Nunc autem cum sit $M = \frac{1 - \omega + \mathfrak{r}}{\mathfrak{M} - 1}$; hunc valorem in binis formulis $\mathfrak{B}\,\omega$ et $\mathfrak{C}\,\mathfrak{r}$ non substituamus, sed in iis litteram M retineamus, quo eam facilius deinceps definire queamus; tum autem ob $\frac{P}{\mathfrak{P}} = -\zeta$ ex priore inuenimus $\omega = \zeta\,M$ ex posteriore vero

$$\mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = -M - \mathfrak{M}\,\mathfrak{r}\,M + \zeta\,M \text{ siue}$$

$$\mathfrak{r}(\mathfrak{C} + M\,\mathfrak{M}) = (\zeta - 1)\,M \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{r} = \frac{(\zeta - 1)M}{\mathfrak{C} + M\,\mathfrak{M}}, \text{ hinc ergo colligimus}$$

$$\omega - \mathfrak{r} = \frac{(\mathfrak{C} + M\,\mathfrak{M} - 1)\zeta M + M}{\mathfrak{C} + M\,\mathfrak{M}} \text{ vel}$$

$$\omega - \mathfrak{r} = \frac{(\mathfrak{M}\,M\,\zeta - (1 - \mathfrak{C})\zeta + 1)M}{\mathfrak{M}\,M + \mathfrak{C}} \text{ et}$$

$$1 - \omega + \mathfrak{r} = \frac{\mathfrak{M}\,M + \mathfrak{C} - \mathfrak{M}\,M^2\zeta + (1 - \mathfrak{C})\zeta M - M}{\mathfrak{M}\,M + \mathfrak{C}}.$$

quae

quae expressio aequalis esse debet huic $(\mathfrak{M}-1)M$; vnde nascitur haec aequatio:

$$M^2\mathfrak{M}(\mathfrak{M}-1+\zeta)-M(1-\mathfrak{C})(\mathfrak{M}-1+\zeta)-\mathfrak{C}=0$$

ex qua, cum sit proxime $\mathfrak{C}=1$, colligimus etiam proxime $M=\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}-1+\zeta)}}$; adcuratius vero erit

$$M=\frac{1-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}}+\sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}.(\mathfrak{M}-1+\zeta)}}$$

revera autem

$$M=\frac{1-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}}+\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}.(\mathfrak{M}-1+\zeta)}+\frac{(1-\mathfrak{C})^2}{4\mathfrak{M}^2}\right)}$$

quo valore inuento simul innotescunt litterae ω et r, vnde reliqua omnia determinabuntur. Denique pro apertura lentis obiectiuae determinanda, quia nulla ratio vitri diuersitatem suadet, satisfieri debet huic aequationi:

$$\frac{1}{k^3}=\frac{\mathfrak{M}\mu x^3}{a^3}\left(\frac{\lambda}{\alpha^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{B}}-*+\frac{r\lambda'}{A^4 a}+*\right)$$

vbi terminus secundus sponte euanuit, tertius vero ob C numerum praemagnum tuto reiici potest; vnde si hic factor posterior ponatur $=\mathfrak{A}$, reperitur

$$x=\frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{1}{\mathfrak{M}\mu\mathfrak{A}}}.$$

Coroll. 1.

233. Quia $\mathfrak{M}$ est numerus praemagnus, loco factoris $\mathfrak{M}-1+\zeta$ scribere licebit $\mathfrak{M}$, siquidem ζ non fuerit numerus valde magnus; nulla autem ratio suadet pro ζ tantum numerum adhibere; sufficit enim

enim, vt capiatur $\zeta > 1$, ne $\mathfrak{r}$ vel euanefcat vel adeo negatiuum euadat. Tum igitur erit

$$M = \frac{1-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}} + \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}^2} + \frac{(1-\mathfrak{C})^2}{4\mathfrak{M}^2}\right)}$$
$$= \frac{1-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}} + \frac{1+\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}} = \frac{1}{\mathfrak{M}}$$

vnde viciffim colligitur

$$\omega = \frac{\zeta}{M} \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{\zeta-1}{\mathfrak{M}(1+\mathfrak{C})}.$$

Coroll. 2.

234. Hinc ergo fequentes adipifcimur determinationes pro ipfa microfcopii conftructione:

1°. diftantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = \frac{Aa}{\zeta};$$
$$r = \frac{A\mathfrak{C}(1+\mathfrak{C})a}{\zeta-1} \text{ et } s = AC.\frac{b}{m} = \frac{AC.a}{\mathfrak{M}}.$$

2°. lentium interualla

$$1^{mum} = Aa;$$
$$2^{dum} \; \frac{r}{\mathfrak{C}} = \frac{A(1+\mathfrak{C})a}{\zeta-1} \text{ et}$$
$$3^{tium} = (1+C)\,r + s = \frac{AC(1+\mathfrak{C})a}{\zeta-1} + \frac{ACa}{\mathfrak{M}}$$

tum vero diftantia oculi erit $O = s$.

3°. pro apertura inuenienda erit

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - * + \frac{(1+\mathfrak{C})}{A^3(\zeta-1)}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) + \frac{\lambda'''}{A^3C^3\mathfrak{M}}$$

vbi membrum vltimum manifefto omitti poteft.

Scholion.

235. Iam innuimus, nullam rationem suadere, cur pro ζ numerum satis notabilem accipere velimus, interim tamen tertium interuallum, quod est

$$\frac{AC(1+\mathfrak{E})\alpha}{\zeta-1} + \frac{AC.\alpha}{\mathfrak{M}}$$

fieri videtur nimis magnum, nisi ζ vnitatem multum superet, quoniam pro C numerum satis magnum assumi conuenit atque etiam A numero satis notabili aequari debet. Interim tamen semper praestabit, maiorem instrumenti longitudinem tolerare, quam campum restringere. Verum etiamsi ζ maius acciperemus, vt mensurae prodeant ad praxin magis accommodatae; nullum aliud incommodum inde esset metuendum, nisi quod campus minor esset reuera futurus, quam intendimus; quem vero defectum aliquot insuper lentibus adiungendis facile supplere licebit. At vero plurimum refert, vt numerus A satis notabilis accipiatur, vt $\mathfrak{A}$ satis prope ad vnitatem reducatur, id quod necessarium est, vt Λ satis exiguum reddatur hincque maior claritatis gradus obtineatur; quem in finem sufficere videtur, dummodo statuatur $A = 6$; hinc enim fit $\mathfrak{A} = \frac{6}{7}$ ideoque $\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} = \frac{343}{216}\lambda$, qui valor sumto $\lambda = 1$ non multum superat $\frac{3}{2}$, qui per $\mu < 1$ multiplicatus certe infra $\frac{3}{2}$ reducitur; vnde iam satis notabilis valor pro x resultat. *Si igitur* statuatur $A = 6$, videamus quantum sumi oporteat C, ne s fiat nimis paruum etiam pro insigni multiplica-

plicatione $m = 960$. Quia itaque tum fit $s = \frac{48C}{960}$ dig. $= \frac{C}{20}$ dig. haec distantia non infra $\frac{1}{4}$ dig. deprimetur, dummodo $C = 5$ quare si statuamus $C = 6$, vt fit $\mathfrak{C} = \frac{6}{7}$, ex hac parte nihil erit metuendum; tum vero tertium interuallum euadit $\frac{36 \cdot 12 \cdot a}{6(\zeta - 1)}$, omisso altero membro, siue $\frac{12 \cdot 6 \cdot a}{\zeta - 1} = \frac{72 a}{\zeta - 1}$; vnde si distantia obiecti sit dimidii digiti, hoc interuallum erit $\frac{36}{\zeta - 1}$ dig. quod ergo sumto $\zeta = 3$ vel $\zeta = 4$ iam fit tam modicum, vt nulla possit esse ratio de eo conquerendi.

CASVS II.

quo $r = 0$.

Hoc ergo casu erit $\mathfrak{k} = k\omega$ ideoque $P = \mathfrak{M}\omega$ tum vero $M = \frac{1-\omega}{\mathfrak{M}-1}$. Hinc aequationes ex campo deductae erunt

$$\text{I. } \mathfrak{B}\omega = \frac{(1-\mathfrak{M}\omega)(1-\omega)}{\mathfrak{M}-1}.$$

$$\text{II. } \mathfrak{C}r = -\frac{(\mathfrak{M}k\omega+1)(1-\omega)}{\mathfrak{M}-1} + \omega = 0.$$

Cum igitur $P = \mathfrak{M}\omega$, erit $\omega = \frac{P}{\mathfrak{M}}$ et $1 - \omega = \frac{\mathfrak{M}-P}{\mathfrak{M}}$; vnde patet, P minus esse debere, quam $\mathfrak{M}$. Hic autem valor in aequatione posteriore substitutus dabit $k = \frac{\mathfrak{M}(P-1)}{P(\mathfrak{M}-P)}$, vnde cum $k > 0$ patet esse debere $P > 1$. hinc autem porro sequitur, fore $A > 0$, hincque $\mathfrak{A} < 1$; deinde vero reperitur

$$B = -\frac{(P-1)(\mathfrak{M}-P)}{\mathfrak{M}(2P-1)-P^2}; \quad \mathfrak{B} = -\frac{(P-1)(\mathfrak{M}-P)}{P(\mathfrak{M}-1)};$$

 vnde

vnde B etiam negatiuum valorem obtinet, vti rei natura postulat. Denique erit

$$k' = \frac{\mathfrak{M}}{Pk} = \frac{\mathfrak{M} - P}{P - 1} \text{ et } M = \frac{\mathfrak{M} - P}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} - 1)},$$

vnde campus cognoscitur; hinc igitur patet, quo minus capiatur P, eo maiorem proditurum esse campum et cum P vnitatem superare debeat, semper erit $M < \frac{1}{\mathfrak{M}}$. His igitur valoribus inuentis habebimus

1°. distantias focales

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = \frac{A(P-1)(\mathfrak{M}-P)a}{(\mathfrak{M}-1)};$$

$$r = \frac{A\mathfrak{C}.(\mathfrak{M}-P)^2.a}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}(2P-1)-P^2)} \text{ et } s = \frac{AC.(P-1)(\mathfrak{M}-P)a}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}(2P-1)-P^2)}$$

et interualla lentium

$$1^{mum} = Aa(1 - \tfrac{1}{P})$$

$$2^{dum} = \frac{A(\mathfrak{M}-P)a}{\mathfrak{M}P};$$

$$3^{tium} = \frac{AC.(\mathfrak{M}-P)(\mathfrak{M}-1).a}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}(2P-1)-P^2)}.$$

Tum vero oculi distantia erit

$$O = \frac{s}{M\mathfrak{M}} = \frac{\mathfrak{M}-1}{\mathfrak{M}-P}.s$$

ac denique spatii in obiecto conspicui erit semidiameter $z = \frac{\mathfrak{M}-P}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}-1)}.a\xi$. Aperturam vero lentis obiectiuae ex aequatione nota definire oportet, pro aperturis vero sequentium lentium notetur esse $\omega = \frac{P}{\mathfrak{M}}$ et $\mathfrak{r} = 0$. Vnde colligitur semidiameter aperturae

lentis $II^{dae} = \frac{1}{P}x + \frac{Pq}{4\mathfrak{M}}$;

lentis $III^{tiae} = \frac{x}{Pk} + 0 = \frac{\mathfrak{M}-P}{\mathfrak{M}(P-1)}.x$;

lentis $IV^{tae} = \frac{x}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{4}s$.

Coroll.

Coroll. 1.

236. Quoniam campus postulat, vt P satis paruum accipiatur, pro maioribus multiplicationibus licebit P prae $\mathfrak{M}$ negligere, vnde si P vnitatem non multum superet, distantiae focales ita exprimentur

$$p = \mathfrak{A}\, a;\; q = \frac{A.(P-1).a}{P};$$

$$r = \frac{A\mathfrak{C}.}{2P-1}.a \text{ et } s = \frac{AC}{\mathfrak{M}(2P-1)}.a.$$

deinde interualla lentium

$$I^{mum} = A\, a\,(1 - \tfrac{1}{P});$$

$$II^{dum} = \frac{A\, a.}{P};$$

$$III^{tium} = \frac{AC.a}{2P-1.};$$

et distantia oculi $O = s.$

Coroll. 2.

237. Si ergo statuamus $P = 2$, fient distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}\, a;\; q = \tfrac{1}{2}\, A\, a.;$$

$$r = \tfrac{1}{3}.\, A\, \mathfrak{C}.\, a \text{ et } s = \tfrac{1}{3}.\, \frac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a.$$

et interualla

$$I^{mum} = \tfrac{1}{2}\, A\, a;$$

$$II^{dum} = \frac{A\, a}{2};$$

$$III^{tium} = \tfrac{1}{3}\, A\, C.\, a;$$

et pro campo $z = \frac{a\xi}{\mathfrak{M}}.$

Coroll. 3.

238. Si vt supra pro telescopiis fecimus statuamus $P = \sqrt{\mathfrak{M}}$ (quoniam quod ibi erat m, hic nobis est $\mathfrak{M}$) distantiae focales ita exprimentur:

$$p = \mathfrak{A}\, a;\quad q = \frac{A(\sqrt{\mathfrak{M}} - 1)}{\mathfrak{M} + \sqrt{\mathfrak{M}}} . a;$$

$$r = \frac{A\mathfrak{C}.(\sqrt{\mathfrak{M}} - 1)}{2\mathfrak{M}} . a;\quad s = \frac{AC(\sqrt{\mathfrak{M}} - 1)}{2\mathfrak{M}\sqrt{\mathfrak{M}}} . a;$$

et interualla lentium

$$I^{mum} = A\, a\left(\frac{\sqrt{\mathfrak{M}} - 1}{\sqrt{\mathfrak{M}}}\right);$$

$$II^{dum} = \frac{Aa.(\sqrt{\mathfrak{M}} - 1)}{\mathfrak{M}};$$

$$III^{tium} = \frac{AC.a.(\mathfrak{M} - 1)}{2\mathfrak{M}.\sqrt{\mathfrak{M}}}.$$

Pro campo autem apparente erit

$$z = \frac{1}{\mathfrak{M} + \sqrt{\mathfrak{M}}} . a\,\xi$$

et pro Oculi loco

$$O = \frac{\sqrt{\mathfrak{M}} + 1}{\sqrt{\mathfrak{M}}} . s = s\left(1 + \frac{1}{\sqrt{m}}\right).$$

Scholion.

239. Casus in Coroll. vltimo euolutus apprime conuenit cum eo, quem supra in telescopiis tractauimus, vbi praecedentes casus, in quibus litterae p minores valores sunt tributi, penitus exclusimus, idque ob eam rationem, quia interuallum tertium enormiter magnum prodiisset. Cum enim pro telescopiis sit $b = a = \infty$, necesse est, vt sit $\mathfrak{A} = 0 = A$, ita

ita tamen, vt fiat $\mathfrak{A}a = Aa = p$ et $\mathfrak{M} = m$. Tum autem in genere erit tertium interuallum

$$= \frac{C.(\mathfrak{M} - P)(\mathfrak{M} - 1)p}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}(2P - 1) - P^2)}$$

quod, si P prae $\mathfrak{M}$ quasi euanescat, fiet $= \frac{C}{2P - 1} . p$. quare cum C debeat esse numerus praemagnus, hoc solum interuallum multis partibus excessurum esset distantiam focalem p, ideoque longitudo telescopii prodiret enormiter magna; quos igitur casus merito supra exclusimus. Nunc autem, vbi de microscopiis agitur, haec ratio penitus cessat, neque enim longitudo instrumenti ob tertium interuallum adeo enormiter magna euadit. Si enim vt ante notauimus pro magnis etiam multiplicationibus sumatur $A = 6$ et $C = 6$; tum tertium interuallum erit $= \frac{36.a}{2P - 1}$ ac si a, vt fieri solet, capiatur $\frac{1}{2}$ dig. hoc interuallum fiet $\frac{18}{2P - 1}$ dig. vnde si modo sit $P = 2$, id reducitur ad 6 dig. quod in praxi vtique admitti potest. Quocirca in hac de microscopiis tractatione casum in tertio Coroll. euolutum excludi conueniet seruato eo, vbi erat $P = 2$, siquidem hoc modo campus multo maior obtinetur; quin etiam, si lubuerit, sumi poterit $P = 3$, vt prodeant distantiae focales:

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = \tfrac{2}{3} A a;$$

$$r = \tfrac{8}{3} A \mathfrak{C} . a \text{ et } s = \tfrac{1}{3} . \tfrac{AC}{\mathfrak{M}} . a;$$

et

et interualla lentium

$$1^{mum} = \tfrac{2}{3}\, A\, a;$$

$$2^{dum} = \tfrac{1}{3}\, A\, a;$$

$$3^{tium} = \tfrac{1}{3}\, A\, C.\, a;$$

manenta $O = s$ proxime et $z = \frac{\mathfrak{M} - 1}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} - 1)}\, a\, \xi$.

Nunc autem ne s pro magnis multiplicationibus nimis fiat exiguum, litterae C vtique maior valor tribui debebit, ita, vt iam nulla ratio suadeat, cur litterae P potius valorem 3, quam 2 tribuere velimus, quandoquidem ponendo $P = 3$ tertium interuallum vix diminuitur.

Scholion 2.

240. Euolutione horum duorum casuum attentius considerata, poterimus simili modo solutionem generalem instituere, posito enim breuitatis gratia $\frac{P-1}{\mathfrak{B}} = -\zeta$ siue $\mathfrak{B} = -\frac{(P-1)}{\zeta}$, habebimus statim $\omega = \zeta M$; deinde cum sit $P k = \mathfrak{M}(k \omega + \mathfrak{r})$, erit $P k = \zeta \mathfrak{M} M k + \mathfrak{M} \mathfrak{r}$, qui valor in altera aequatione, quae est

$$\mathfrak{C}\, \mathfrak{r} = \zeta M - M - P k M,$$

substitutus dat

$$\mathfrak{C}\, \mathfrak{r} = \zeta M - M - \zeta \mathfrak{M} M^2 k - \mathfrak{M} M \mathfrak{r}$$

ex quo reperitur

$$\mathfrak{r} = \frac{(\zeta - 1) M - \zeta \mathfrak{M} M^2 k}{\mathfrak{M} M + \mathfrak{C}}$$

hinc-

hincque

$$1 - \omega + \mathfrak{r} = - \frac{\zeta \mathfrak{M}(k+1)M^2 + (\mathfrak{M} - 1 + \zeta(1-\mathfrak{C}))M + \mathfrak{C}}{\mathfrak{M}M + \mathfrak{C}}$$

Cum igitur fit $M = \frac{1 - \omega + \mathfrak{r}}{\mathfrak{M} - 1}$ erit

$$1 - \omega + \mathfrak{r} = M(\mathfrak{M} - 1)$$

vnde fequens fuppeditatur aequatio

$$\mathfrak{M}(\mathfrak{M} - 1 + \zeta + \zeta k)M^2 - (1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{M} - 1 + \zeta)M$$
$$- \mathfrak{C} = 0.$$

ex qua, nifi numeri ζ et k fuerint fatis magni, ita, vt eos prae $\mathfrak{M}$ tuto negligere liceat, fequitur fore faltim proxime

$$\mathfrak{M}^2 M^2 - \mathfrak{M} M(1 - \mathfrak{C}) - \mathfrak{C} = 0$$

quae in hos factores refoluitur:

$$(\mathfrak{M} M - 1)(\mathfrak{M} M + \mathfrak{C}) = 0.$$

vnde manifefto colligitur $M = \frac{1}{\mathfrak{M}}$; quo valore, etfi tantum prope vero, vti poterimus, quoniam parum refert, vtrum campus aliquanto fit maior minorue, quam calculus indicat. Probe autem haec conditio obferuetur, quod tam ζ quam k fint numeri fatis exigui, faltim multo minores, quam $\mathfrak{M}$. Si enim ζk tantus fit numerus, vt eum prae $\mathfrak{M}$ reiicere non liceat, tum littera M multo minorem nancifcetur valorem, quam $\frac{1}{\mathfrak{M}}$, ficque campus infignem pateretur diminutionem, quae fola cauffa fufficit, vt maiores valores pro litteris ζ et k penitus excludantur haecque

 regula

regula ſtabiliatur, vt nunquam litteris ζ et k valores tribuantur, qui binarium ſuperent vel vt ſaltim ζk quaternarium non ſuperet. Cum igitur ſit $P k k' = \mathfrak{M}$ et k numerus ab vnitate non multum diſcrepans, euidens eſt, vel P vel k' eſſe debere numerum ſatis magnum vel adeo vtrumque. His ergo obſeruatis, ita, vt ſit $M = \frac{1}{\mathfrak{M}}$ habebimus

$$\omega = \frac{\zeta}{\mathfrak{M}} \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{\zeta - \zeta k - 1}{\mathfrak{M}(1 + \mathfrak{C})};$$

quibus valoribus ſubſtitutis fit

$$P k = k + \frac{\zeta - \zeta k - 1}{1 + \mathfrak{C}} \text{ hincque}$$

$$P = 1 + \frac{\zeta - \zeta k - 1}{(1 + \mathfrak{C})k} = \frac{(\zeta - 1)(1 - k) + \mathfrak{C} k}{(1 + \mathfrak{C})k}$$

hoc igitur valore ipſius P notato, erunt diſtantiae focales

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = \frac{A(P-1)a}{\zeta};$$

$$r = \frac{A(P-1).\mathfrak{C}.a}{(\zeta + P - 1)Pk}; \; s = \frac{A(P-1)C.a}{(\zeta + P - 1)\mathfrak{M}};$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = A a \left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$2^{dum} = \frac{A(P-1)a}{(\zeta + P - 1)Pk}(k + 1) \text{ et}$$

$$3^{tium} = \frac{A.(P-1)C a}{(\zeta + P - 1)}\left(\frac{1}{Pk} + \frac{1}{\mathfrak{M}}\right)$$

et diſtantia oculi $O = s$.

ac denique $\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{a}{\mathfrak{M}}$.

Datis ergo diſtantia obiecti $= a$ et multiplicatione $= m$

$= m$ siue $\mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$; arbitrio nostro relinquuntur sequentes quantitates

1°. $\mathfrak{A}$ quam vnitate non multo minorem assumi conuenit; hanc enim conditionem claritas postulat.

2°. Numerus ζ, qui esse debet positiuus ac tantus, vt $\zeta + P - 1$ fiat numerus positiuus.

3°. Littera C, quam autem ita definiri conuenit, vt distantia focalis ne fiat nimis exigua; sin autem haec littera sit valde magna, euidens est, litteram $\mathfrak{C}$ ad vnitatem proxime esse accessuram.

4°. Littera denique k, quam, vt vidimus, admodum paruam accipi conuenit.

Ratione autem valoris P obseruari oportet, semper esse debere $\zeta + P - 1 > 0$; vnde haec conditio adhuc implenda erit $\zeta \mathfrak{C} k + \zeta - 1 > 0$, quae est fere eadem quantitas, quam supra prae $\mathfrak{M}$ negleximus; ex quo cauendum est, ne ea aliquot vnitates superet.

Problema 3.

241. Si noua lens inter imaginem primam et secundam disponatur, omnia momenta ita definire, vt margo coloratus euanescat simulque maximus campus obtineatur.

Solutio.

Quoniam hic iterum quatuor habentur lentes earumque duae intra imaginem primam et fecundam cadant, litterarum P, Q, R prima et tertia hic erunt negatiuae, ftatuatur igitur $P = -k$ et $R = -k'$. vnde diftantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A} a;\ q = \frac{A\mathfrak{B}}{k}. a;$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{kQ}. a \text{ et } s = -\frac{ABC}{kQk'}. a = -\frac{ABC.a}{\mathfrak{M}}$$

ob $k Q k' = \mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$.

Interualla vero lentium erunt

$$I^{mum} = A a (1 + \tfrac{1}{k})$$

$$II^{dum} = \frac{ABa}{k} (1 - \tfrac{1}{Q})$$

$$III^{tium} = -\frac{ABC.a}{kQ} (1 + \tfrac{1}{k'})$$

hincque fequitur

$$A > 0.\ B (1 - \tfrac{1}{Q}) > 0. \text{ et } BC < 0.$$

Porro erit

$$M = \frac{q + r + s}{\mathfrak{M} - 1}. \text{ vt fiat } z = M a \xi.$$

Hincque diftantia Oculi $O = \frac{ss}{M\mathfrak{M}}$.

vbi, vt campus reddatur maximus, fumi conueniet $s = 1$. fi fcilicet lens ocularis vtrinque aequalis paretur. Tum autem erit

$$\mathfrak{B} q = -(1 + k) M \text{ et}$$

$$\mathfrak{C} r = -(1 + Qk) M - q.$$

Si

Si hic vt ante breuitatis gratia scribatur

$$\frac{1+k}{\mathfrak{M}} = \zeta \text{ vt fit } q = -\zeta M;$$

tum igitur erit

$$\mathfrak{C} r = -(1 + Qk) M + \zeta M \text{ et}$$

$$r = \frac{(\zeta - Qk - 1) M}{\mathfrak{C}} \text{ hincque}$$

$$q + r = \frac{(\zeta(1 - \mathfrak{C}) - Qk - 1) M}{\mathfrak{C}} \text{ et}$$

$$q + r + 1 = \frac{\mathfrak{C} + (\zeta(1 - \mathfrak{C}) - Qk - 1) M}{\mathfrak{C}}.$$

Inde vero est

$$q + r + 1 = M(\mathfrak{M} - 1)$$

vnde sequitur

$$M = \frac{\mathfrak{C}}{(\mathfrak{M} - 1)\mathfrak{C} - \zeta(1 - \mathfrak{C}) + Qk + 1}$$

vbi ergo haec quantitas

$$\mathfrak{M} - 1 - \zeta \frac{(1 - \mathfrak{C})}{\mathfrak{C}} + \frac{Qk + 1}{\mathfrak{C}}$$

debet esse positiua et tam parua, quam circumstantiae permittunt.

Deinde vero vt margo coloratus euanescat, habetur haec aequatio:

$$0 = \frac{q}{P} + \frac{r}{PQ} + \frac{r}{PQR}$$

ex qua reperitur

$$\frac{1}{k'} = Qq + r$$

quae quantitas debet esse positiua. Cum igitur sit

$$kQk' = \mathfrak{M} \text{ erit } \mathfrak{M} = \frac{kQ}{Qq + r}$$

hincque

$$k Q = \mathfrak{M}(Q \mathfrak{q} + \mathfrak{r})$$

Ante quam autem hanc formulam prosequamur, plurimum intererit inuestigare, num forte $\mathfrak{r}$ possit poni $= 1$. Statuamus igitur $\mathfrak{r} = 1$. vt fit

$$M = \frac{\mathfrak{q}+2}{\mathfrak{M}-1} \text{ vnde ob } \mathfrak{q} = -\zeta M \text{ fiet}$$

$$\mathfrak{q} = -\frac{2\zeta - \zeta\mathfrak{q}}{\mathfrak{M}-1} \text{ adeoque } \mathfrak{q} = -\frac{2\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1};$$

hincque $M = +\frac{2}{\mathfrak{M}+\zeta-1}$;

altera vero aequatio iam dabit

$$\mathfrak{C} = -\frac{2(1+Qk)+2\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1} = \frac{2(\zeta-Qk-1)}{\mathfrak{M}+\zeta-1}.$$

Deinde cum sit $kQ = \mathfrak{M} Q \mathfrak{q} + \mathfrak{M}$ fiet nunc

$$kQ = \mathfrak{M} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta Q}{\mathfrak{M}+\zeta-1},$$

vnde inuenitur k, dummodo sit

$$1 > \frac{2\zeta Q}{\mathfrak{M}+\zeta-1} \text{ hoc est } Q < \frac{\mathfrak{M}+\zeta-1}{2\zeta}.$$

Porro autem fiet

$$\mathfrak{B} = \frac{1+k}{\zeta} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{4\mathfrak{M}\zeta Q}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)^2} - 2$$

si igitur fuerit $\mathfrak{B} > 1$, vt sit $B < 0$ sumi debet $Q < 1$; tum vero C debet esse positiuum ideoque etiam $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$; quocirca debet esse

1°. $2\mathfrak{M}\zeta Q > (\mathfrak{M}+\zeta-1)^2$

2°. $2\mathfrak{M}\zeta Q < \frac{3}{2}(\mathfrak{M}+\zeta-1)^2$

quae

quae conditio illi, qua debet esse $Q < 1$, manifesto repugnat. Debet ergo esse $B > 0$, hincque $Q > 1$, tum autem esse debet $C < 0$; quod eueniet, si fuerit $\mathfrak{C}$ etiam negatiuum, id est, si fuerit

$$Q < \frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta}$$

quae conditio cum praecedente $Q > 1$ facile consistere potest. Tum autem esse debet $\mathfrak{B} < 1$ ideoque $\zeta > 1 + k$. Tantum igitur campum obtinebimus, si capiamus $\zeta > 1 + k$, litteram Q vero intra limites 1 et $\frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta}$, dummodo fuerit

$$kQ = \mathfrak{M} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta Q}{\mathfrak{M} + \zeta - 1} \text{ adeoque } Q < \frac{\mathfrak{M} + \zeta - 1}{2\zeta},$$

quia est kQ positiuum; quod sponte fit per conditionem praecedentem, qua est $Q < \frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta}$.

Praeterea autem debet esse

$$k = \frac{\mathfrak{M}}{Q} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta}{\mathfrak{M} + \zeta - 1}$$

quia autem esse debet $\zeta > 1 + k$ habebimus nunc

$$\zeta > 1 + \frac{\mathfrak{M}}{Q} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta}{\mathfrak{M} + \zeta - 1}$$

vnde sequitur haec conditio

$$Q > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} + \zeta - 1)}{\zeta^2 + \zeta(2\mathfrak{M} - 2)}$$

quae conditio cum illa,

$$Q < \frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta} \text{ egregie consistit.}$$

Cum

Cum autem praeterea esse debeat $\zeta > 1 + k$, loco k substituendo eius valorem fiet

$$\zeta > 1 + \frac{\mathfrak{M}}{Q} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1}$$

vnde concluditur esse debere

$$Q > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}+\zeta-1)}{\zeta^2+\zeta(2\mathfrak{M}-2)-\mathfrak{M}+1}$$

quia autem modo vidimus, esse

$$Q < \frac{(\mathfrak{M}+\zeta-1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta}$$

hic limes illo debet esse maior; vnde colligitur

$$\zeta^3+\zeta^2(4\mathfrak{M}-3)+\zeta(\mathfrak{M}^2-6\mathfrak{M}+3) > (\mathfrak{M}-1)^2$$

vnde patet, si $\mathfrak{M}$ sit numerus praemagnus, esse debere $\zeta > 1$. Statuamus ergo $\zeta = 1 + \frac{\alpha}{\mathfrak{M}}$; vnde fit

$$\mathfrak{M}^2+\mathfrak{M}(\alpha-2)+2\alpha+1 > \mathfrak{M}^2-2\mathfrak{M}+1$$

hincque porro $\alpha(\mathfrak{M}+2) > 0$, quod cum semper eueniat, patet, dummodo $\zeta > 1$, solutionem semper locum habere; ac si in illis formulis $\mathfrak{M}$ vt numerus praemagnus spectetur, limites pro Q erunt

$$Q > \frac{\mathfrak{M}}{2\zeta-1} \text{ et } Q < \frac{\mathfrak{M}}{2\zeta}$$

sumtaque Q his limitibus conuenienter erit porro

$$k = \frac{\mathfrak{M}}{Q} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1}$$

hincque reliqua elementa omnia facillime definientur. Ceterum in euolutione sequentium casuum haec clariora reddentur; quod denique ad lentium aperturas attinet, eas pro quouis casu ex cognitis fomulis facile definire licet.

Coroll.

Coroll. 1.

242. Videamus vero, quomodo omnes hae conditiones clarius euolui queant, ac primo quidem ſtatim ac ſtatuimus

$$r = 1. \text{ fit } M = \frac{2+q}{\mathfrak{M}-1}$$

ideoque

$$2 + q = M.(\mathfrak{M}^r - 1).$$

Poſito autem

$$\frac{1+k}{\mathfrak{B}} = \zeta, \text{ vt fit } \mathfrak{B} = \frac{1+k}{\zeta}$$

fiet $q = -\zeta M$; qui valor ibi ſubſtitutus dat

$$2 - \zeta M = M(\mathfrak{M} - 1)$$

hincque

$$M = \frac{2}{\mathfrak{M}+\zeta-1} \text{ et } q = -\frac{2\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1}$$

deinde vero inuenimus

$$kQ = \mathfrak{M}Qq + \mathfrak{M}.$$

vbi valor ipſius q ſubſtitutus dat

$$kQ = \mathfrak{M} - \frac{2\mathfrak{M}Q\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1} \text{ ſiue}$$

$$kQ(\mathfrak{M} + \zeta - 1) + 2\mathfrak{M}Q\zeta = \mathfrak{M}(\mathfrak{M} + \zeta - 1)$$

vnde commode deducitur

$$Q = \frac{\mathfrak{M}.(\mathfrak{M}+\zeta-1)}{k(\mathfrak{M}+\zeta-1)+2\mathfrak{M}\zeta}$$

vnde fit

$$1 + kQ = \frac{k(\mathfrak{M}+1)(\mathfrak{M}+\zeta-1)+2\mathfrak{M}\zeta}{k(\mathfrak{M}+\zeta-1)+2\mathfrak{M}\zeta}$$

Cum igitur ſit

$$\mathfrak{C} = M(\zeta - Qk - 1) \text{ erit}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta - 1) - k(\mathfrak{M} + \zeta - 1)(\mathfrak{M} - \zeta + 1)}{k(\mathfrak{M} + \zeta - 1) + 2\mathfrak{M}\zeta} . M$$

ſeu

$$\mathfrak{C} = \frac{4\mathfrak{M}\zeta(\zeta - 1) - 2k(\mathfrak{M} + \zeta - 1)(\mathfrak{M} - \zeta + 1)}{(k(\mathfrak{M} + \zeta - 1) + 2\mathfrak{M}\zeta)(\mathfrak{M} + \zeta - 1)}.$$

Coroll. 2.

243. Iam ratione litterae $\mathfrak{B}$ duo caſus ſunt conſiderandi; alter, quo $\mathfrak{B} > 1$ ideoque $B < 0$. alter vero, quo $\mathfrak{B} < 1$. ideoque $B > 0$. Priori caſu erit $\zeta < 1 + k$ et quia B eſt minus nihilo, ob ſecundum interuallum debet eſſe $Q < 1$; vnde fit

$$\mathfrak{M}.(\mathfrak{M} + \zeta - 1) < k(\mathfrak{M} + \zeta - 1) + 2\mathfrak{M}\zeta$$

id quod fieri nequit, cum ſit $\mathfrak{M}$ numerus valde magnus.

Coroll. 3.

243. Cum igitur eſſe nequeat $\mathfrak{B} > 1$ ſtatuamus $\mathfrak{B} < 1$. ſiue $\zeta > 1 + k$ et quia iam $B > 0$, debebit eſſe $Q > 1$; id quod ſponte euenit pro maioribus ſcilicet multiplicationibus ad quas hic ſolas attendimus. Tum autem eſſe debet $C < 0$. id quod euenit, vel ſi fuerit $\mathfrak{C} < 0$ vel $\mathfrak{C} > 1$. Priori caſu ſi $\mathfrak{C} < 0$, debebit eſſe

$$k(\mathfrak{M} + \zeta - 1)(\mathfrak{M} - \zeta + 1) > 2\mathfrak{M}\zeta(\zeta - 1)$$

ſiue

siue $k > \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1)}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)}$.

Ex illa vero conditione $\zeta > 1 + k$ debet esse $k < \zeta - 1$; vnde porro colligitur esse debere

$$\zeta - 1 > \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1)}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)} \text{ seu}$$

$$(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1) > 2\mathfrak{M}\zeta,$$

quod etiam semper euenit; ita, vt littera ζ arbitrio nostro relinquatur, dummodo vnitate maior accipiatur. Cum autem sit $M = \frac{2}{\mathfrak{M}+\zeta-1}$; campi magnitudo postulat, vt ζ quam minime vnitatem superet.

Coroll. 4.

244. Examinandus restat alter casus, quo debet esse $\mathfrak{C} > 1$. tum ergo esse deberet ante omnia numerator positiuus seu

$$2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1) > k(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)$$
$$\text{ideoque } k < \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1)}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)}$$

deinde vt etiam vnitatem superet, debet esse

$$4\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1) - 2k(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)$$
$$> k(\mathfrak{M}+\zeta-1)^2 + 2\mathfrak{M}\zeta(\mathfrak{M}+\zeta-1)$$
$$\text{ideoque } k < \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-\mathfrak{M}-1)}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)(3\mathfrak{M}-\zeta+1)}$$

quod cum sit absurdum ob $k > 0$ indicio est, hunc casum locum habere non posse, ita, vt nobis solus casus in coroll. praeced. euolutus relinquatur.

Scholion.
Exempl. I.

245. Quoniam positio $r = 1$, ad campum maxime est accommodata simulque solutionem tam facilem suppeditat, ea vtique sola meretur, vt ad praxin adplicetur. Hic autem primum obseruari conuenit, nequaquam sumi posse $\zeta = 1$; quia tum foret $k = 0$ statimque primum interuallum $= \infty$, vt reliqua incommoda taceamus, dum scilicet tam secunda quam tertia lens haberent distantias focales infinitas. Ex quo necesse est, pro ζ sumi numerum vnitate maiorem; ita, vt excessus non sit nimis paruus, quia alioquin ad eadem incommoda appropinquaremus. Quamobrem quo clarius appareat, quomodo in hoc negotio sit procedendum, sumamus $\zeta = 2$, vt fiat $M = \frac{2}{\mathfrak{M}+1}$. Tum vero k contineri debet intra hos limites

$$1 \text{ et } \frac{4\mathfrak{M}}{(\mathfrak{M}+1)(\mathfrak{M}-1)} \text{ vel } 1 \text{ et } \frac{4}{\mathfrak{M}}.$$

Neque autem k ad vnitatem nimis prope accedere debet, quia alioquin B hincque secundum interuallum nimis euaderet magnum. Sumamus igitur $k =$ [illegible] hinc erit

$$Q = \frac{2\mathfrak{M}(\mathfrak{M}+1)}{9\mathfrak{M}+1} = \frac{2}{9}\mathfrak{M} \text{ proxime.}$$

Deinde vero erit $\mathfrak{B} = \frac{3}{4}$ et $B = 3$ ac denique

$$\mathfrak{C} = \frac{16\mathfrak{M} - 2(\mathfrak{M}+1)(\mathfrak{M}-1)}{9(\mathfrak{M}+1)(\mathfrak{M}+1)} = -\frac{2}{9} + \frac{16}{9\mathfrak{M}} = -\frac{2}{9} \text{ proxime}$$

hincque $C = -\frac{2}{11}$; vnde pro microscopii constructione habebimus has distantias focales $p =$

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = \tfrac{3}{2} A a;$$

$$r = \tfrac{6}{\mathfrak{M}} . A a; \; s = \tfrac{6}{11} \tfrac{A a}{\mathfrak{M}};$$

et interualla

$$I^{mum} = 3 A a;$$

$$II^{dum} = 6 A a \left(1 - \tfrac{6}{2\mathfrak{M}}\right);$$

$$III^{tium} = \tfrac{60}{11} . \tfrac{A a}{\mathfrak{M}};$$

tum vero diſtantia oculi

$$O = \tfrac{s}{\mathfrak{M} M} = \tfrac{s.(\mathfrak{M}+1)}{2\mathfrak{M}} = \tfrac{1}{2} s \left(1 + \tfrac{1}{\mathfrak{M}}\right) = \tfrac{1}{2} s \text{ proxime.}$$

Pro campo autem apparente

$$z = M a \xi = \tfrac{2 a \xi}{\mathfrak{M}+1} = \tfrac{1}{2} . \tfrac{a}{\mathfrak{M}+1} \text{ ob } \xi = \tfrac{1}{4}.$$

Quod vero ad litteram A attinet, quae ad primam lentem refertur, curandum eſt, vt A tantus fiat numerus, vt lens ocularis non fiat nimis exigua; vnde ſequitur $\mathfrak{A}$ eſſe debere fractionem parum ab vnitate deficientem, cuius valore ſtabilito apertura primae lentis definiri debet ex aequatione nota

$$\tfrac{1}{k^3} = \tfrac{\mu \mathfrak{M} x^3}{a^3} \left(\tfrac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \tfrac{\nu}{\mathfrak{A}\mathfrak{A}} + \text{etc.} \right)$$

ſicque obtinemus microſcopium ſatis notatu dignum, quod inſtar primi exempli ſpectari poteſt.

Exemplum II.

246. Conſideremus etiam caſum $\zeta = 3$ vt ſit $M = \frac{2}{\mathfrak{M}+2}$ et pro k habebuntur hi limites 2 et $\frac{12}{\mathfrak{M}}$.

 Statua-

Statuamus ergo $k = 1$ vt fiat $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$ et $B = 2$. Tum vero erit $Q = \frac{\mathfrak{M}}{7}$ et $k' = 7$. Porro vero erit $\mathfrak{C} = -\frac{2}{7}$ et $C = -\frac{2}{9}$ vnde pro his microscopiis erunt distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}\, a;\quad q = \tfrac{2}{3}\, A\, a;$$
$$r = 4 \cdot \frac{Aa}{m} \text{ et } s = \tfrac{4}{9} \cdot \frac{Aa}{\mathfrak{M}};$$

et interualla

$$I^{mum} = 2\, A\, a;$$
$$II^{dum} = 2 .\, A\, a\left(1 - \frac{7}{\mathfrak{M}}\right) \text{ et}$$
$$III^{tium} = \tfrac{22}{9} \cdot \frac{Aa}{\mathfrak{M}};$$

et distantia oculi

$$O = s \cdot \frac{\mathfrak{M}+2}{2\mathfrak{M}} = \tfrac{1}{2}\, s\left(1 + \frac{2}{\mathfrak{M}}\right) = \tfrac{1}{2}\, s \text{ proxime.}$$

Pro campo vero $z = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\mathfrak{M}+2}$.

Circa aperturam modo allegata valent. Ration autem littera $\mathfrak{q}$ erit casu exempli praecedentis $\mathfrak{q} = -\frac{4}{\mathfrak{M}+1}$ et casu huius exempli $\mathfrak{q} = -\frac{6}{\mathfrak{M}+2}$; vnde patet, secundae lentis semidiametrum aperturae esse debere $= \frac{x}{\mathfrak{q}} = \frac{x}{k}$ ideoque priori casu $= 2\, x$; hoc vero $= x$. Binae postremae lentes autem fieri debent vtrinque aeque conuexae.

Scholion.

247. Si haec ad telescopia referamus, quod nunc eo magis est necessarium, quoniam supra huius generis

neris casum tantum maxime particularem euoluimus, qui ne campum quidem maximum, vt hic faciamus, praebebat; tantum fecimus $a = \infty$ et $\mathfrak{M} = m$ ob $b = a$. Tum autem capi debet tam $\mathfrak{A} = 0$ quam $A = 0$, ita vt fiat $\mathfrak{A}\, a = A\, a = p$, quare cum reliqua omnia maneant vt ante, ex exemplo priore posita lentis obiectiuae distantia focali $= p$ erunt reliquarum lentium distantiae focales

$$q = \tfrac{1}{2} p;\; r = \tfrac{6}{m} \cdot p \text{ et } s = \tfrac{6}{11} \cdot \tfrac{p}{m}.$$

Interuallo vero

$$1^{mum} = 3\, p;$$
$$2^{dum} = 6 . p\left(1 - \tfrac{n}{2m}\right) \text{ et}$$
$$3^{tium} = \tfrac{60}{11\, m} . p \text{ et } O = \tfrac{1}{4} s.$$

Tum vero campi semidiameter

$$\Phi = \tfrac{1}{2} . \tfrac{1}{m+1} = \tfrac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Deinde vero ob

$$\mathfrak{B} = \tfrac{3}{4},\; B = 3,\; \mathfrak{C} = -\tfrac{2}{9} \text{ et } C = -\tfrac{2}{11}$$

distantia focalis p ex requisita apertura $x = \frac{1}{50} m$ dig. definiri debet ope huius aequationis:

$$p = m \sqrt[3]{\mu\left(\lambda + 1\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{1}{m B^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) - \frac{\lambda'''}{B^3 C^3 . m}\right)}$$

In casu autem alterius exempli erunt distantiae focales

$$q = \tfrac{3}{5} p;\; r = \tfrac{4}{m} . p;\; s = \tfrac{4}{9m} . p;$$

et

et interualla

$$1^{mum} = 2p;$$
$$2^{dum} = 2p\left(1 - \frac{7}{m}\right);$$
$$3^{tium} = \frac{32}{5m}\cdot p.$$

tum vero p ita definietur, vt fit

$$p = m\sqrt[3]{\mu\left(\lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} - \frac{7}{mB^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) - \frac{\lambda'''}{mB^3\cdot C^3}\right)}$$

reliqua vero erunt, vt ante. Hinc igitur loco communium telefcopiorum terreftrium nancifcimur ex cafu pofteriore fequentem conftructionem, fiquidem omnes 4 lentes ex vitro communi, cuius refractio fit $n = 1,55$, conficere velimus.

Conftructio Telefcopiorum loco vulgarium terreftrium fubftituendorum.

248. Pro data multiplicatione m quaeratur primo lentis obiectiuae diftantia focalis $= p$; ex hac nempe formula, ad quam praecedens proxime reducitur: $p = \frac{1}{2}m$ dig. deinde conftructio ita fe habebit:

I. Pro prima lente, cuius diftantia focalis eft $\frac{1}{2}m$ dig. capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6148.p \\ \text{pofter.} = 5,2438.p \end{cases}$

eius aperturae femidiameter $x = \frac{1}{30}m$ dig.
et diftantia ad lentem fequentem $= 2p$.

II. Pro

II. Pro secunda lente, cuius distantia focalis est $q = \frac{2}{3} p$, et numeri $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$ et $\lambda' = 1$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{q}{0,66806} = 0,99792 . p \\ \text{poster.} = \frac{q}{1,14322} = 0,58315 . p \end{cases}$

eius aperturae semidiameter $= x = \frac{1}{50} m$ dig.
et interuallum ad tertiam lentem $= 2 p (1 - \frac{1}{m})$.

III. Pro tertia lente, cuius distantia focalis est $r = \frac{4}{m} p$. quoniam ea debet esse vtrinque aequaliter conuexa, capiatur eius vterque

radius $= 1, 1 . r = 4, 4 . \frac{p}{m}$

eius aperturae semidiameter $= \frac{p}{m}$
et distantia ad quartam lentem $= \frac{32}{9 \cdot m} . p$.

IV. Pro quarta lente, cuius distantia focalis est $s = \frac{4}{5} . \frac{p}{m}$ capiatur itidem vterque radius $= \frac{22}{25} . \frac{p}{m}$
eius aperturae semidiameter $= \frac{1}{5} . \frac{p}{m}$
et distantia ad oculum $= \frac{1}{2} s$.

V. Tum vero erit semidiameter campi

$\Phi = \frac{1718}{m + 2}$ min.

Scholion.

249. Telescopia haec vtique insigni vitio laborant, propterea quod eorum longitudo sit plane

enormis, maior scilicet quam $4p$. Huic autem vitio medela afferri poterit, litterae k maiorem valorem tribuendo; tum vero etiam littera ζ maior accipi debebit; vnde quidem campus aliquantillum diminuitur, qui tamen defectus in maioribus multiplicationibus vix percipietur. Sumamus igitur $\zeta = 6$, vt fiat $M = \frac{5}{\mathfrak{m}+5}$ et cum limites pro k sint 5 et $\frac{40}{m}$ sumamus $k = 4$ vt fiat $\mathfrak{B} = \frac{5}{4}$ et $B = 5$ tum vero erit $Q = \frac{m}{4}$ et $k' = \frac{5}{4}$, tandemque $\mathfrak{C} = -\frac{1}{5}$ et $C = -\frac{1}{3}$. hinc autem erit interuallum

$$1^{mum} = \frac{5}{4} p.$$
$$2^{dum} = \frac{5}{4} p \left(1 - \frac{6}{m}\right)$$
$$3^{tium} = \frac{25}{8} \cdot \frac{p}{m}.$$

vnde longitudo prodiret quasi $2\frac{1}{2}p$. quae adhuc nimis magna videri potest. Hanc longitudinem autem non mediocriter diminuere poterimus, sumendo $\zeta = 12$ et $k = 9$, hinc enim fit $\mathfrak{B} = \frac{5}{8}$ et $B = 5$, vt ante; vnde sequitur interuallum

$$1^{mum} = \frac{10}{9} p. \text{ et } 2^{dum} = \frac{5}{9} p \ldots$$

ita, vt tota longitudo quasi fiat $1\frac{2}{3}p$. quae non excedit telescopia huius generis vulgaria. Si sumsissemus $\zeta = 12$ et $k = 8$ vt fiat $\mathfrak{B} = \frac{3}{4}$ et $B = 3$, foret interuallum

$$1^{mum} = \frac{8}{9} p \text{ et } 2^{dum} = \frac{4}{9} p$$

ita, vt tota longitudo quasi sit $1\frac{1}{3}p$. quae vtique admitti

mitti poterit. Hic ergo casus meretur, vt plenius euoluatur.

Fiet autem porro $Q = \frac{m}{32}$ hincque $k' = 4$. Porro $\mathfrak{C} = -\frac{1}{5}$ et $C = -\frac{1}{34}$, vnde

$$q = \tfrac{5}{32}.p;\; r = 6.\tfrac{p}{m} \text{ et } s = \tfrac{p}{m};$$

tum vero interualla

$1^{mum} = \frac{5}{6}p$.

$2^{dum} = \frac{1}{6}p(1 - \frac{32}{m})$;

$3^{tium} = 5\frac{p}{m}$;

et pro loco oculi $O = \frac{5}{6}(1 + \frac{32}{m})$

semidiameter campi $= \frac{1710}{m+11}$ min.

Sumto igitur pro apertura lentis obiectiuae $x = \frac{m}{55}$ dig. et $k = 50$ capi debebit circiter

$$p = m\sqrt[3]{\tfrac{4}{5}} = \tfrac{14}{15}\, m \text{ dig.}$$

vnde conficitur sequens

Constructio Telescopii communis ex vitro communi.

I. Pro data multiplicatione m sumatur

$p = \frac{14}{15}.m$ circ. siue etiam $p = m$ dig.

II. Pro prima lente cuius distantia focalis $= p$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6148.\,p \\ \text{poster.} = 5,2438\,p \end{cases}$

 eius

eius aperturae femidiameter $= \frac{m}{50}$ dig.
et diftantia ad lentem fecundam $= 1\frac{1}{4}p$.

III. Pro lente fecunda, cuius diftantia focalis eft $q = \frac{1}{15}.p$ capiatur radius faciei

anter. $= \frac{q}{0,5866} = 0,17039.p$.

pofter. $= \frac{q}{1,3534} = 0,07388.p$.

eius aperturae femidiameter $= \frac{1}{5}x = \frac{m}{405}$ dig.
et diftantia ad lentem tertiam $= \frac{5}{4}p(1 - \frac{12}{m})$.

IV. Pro lente tertia, cuius diftantia focalis eft $r = 6.\frac{p}{m}$, capiatur vterque radius $= 6,6.\frac{p}{m}$ eique apertura maxima tribuatur, diftantia vero a lente quarto erit $= s.\frac{p}{m}$.

V. Pro lente quarta, cuius diftantia focalis $s = \frac{p}{m}$, capiatur vterque radius $= 1,1.\frac{p}{m}$.
eiusque ab oculo diftantia $= \frac{5}{4}(1 + \frac{11}{m})$.

VI. Longitudo erit $1\frac{1}{4}p - 6\frac{1}{4}.\frac{p}{m}$. Campi vero apparentis femidiameter erit $= \frac{1710}{m+11}$ min.

Hoc ergo Telefcopium vulgaribus terreftribus merito anteferendum videtur; notetur vero, id in praxi locum habere non poffe, nifi fit m notabiliter maius, quam 32. Hic autem iftud caput finimus ad fequens progreffuri, vbi microfcopia magis compofita huius generis inueftigabimus.

CAPVT

CAPVT II.

DE MICROSCOPIIS HVIVS GENERIS MAGIS COMPOSITIS.

Problema 1.

250.

Microſcopium huius generis ex quinque lentibus conſtruere, quae ita ſint diſpoſitae, vt prior imago realis inter lentem ſecundam et tertiam, poſterior vero inter tertiam et quartam cadat.

Solutio.

Cum igitur prior imago in interuallum ſecundum, poſterior vero in tertium cadere debeat, litterarum P, Q, R, S ſecunda et tertia Q et R debent eſſe negatiuae. Statuatur ergo $Q = -k$ et $R = -k'$, vt ſit $Pkk'S = \mathfrak{M}$, exiſtente $\mathfrak{M} = \frac{m a}{b}$. Deinde vero ſit $M = \frac{q+r+s+t}{\mathfrak{M}-1}$, vt fiat ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter $= z = M a \xi$. Quare vt campus euadat maximus, efficiendum eſt, vt litterarum q, r, s, t tot fiant vnitati aequales, quam reli-

quae circumſtantiae permittant, quod cum de omnibus ſtatui nequeat, ſaltem pro poſtremis ponamus

$$s = 1 \text{ et } t = 1, \text{ vt ſit } M = \frac{q + r + 2}{\mathfrak{M} - 1}.$$

Tum vero habebuntur ſequentes aequationes

$$1^{ma} \quad \mathfrak{B}\, q = (P - 1) M$$

$$2^{da} \quad \mathfrak{C}\, r = -(P k + 1) M - q$$

$$3^{tia} \quad \mathfrak{D} = (P k k' - 1) M - q - r$$

quibus adiungatur aequatio, qua margo coloratus deſtruitur,

$$o = \frac{q}{P} - \frac{r}{Pk} + \frac{1}{Pkk'} + \frac{1}{Pkk's}$$

ex qua deducitur

$$k' = \frac{1 + \frac{1}{s}}{r - k q}$$

vnde patet, eſſe debere $r > k q$. Ante quam autem hinc quidquam definire valeamus, lentium interualla conſiderare debemus, quae ſunt

$$1^{mum} = A a \left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$2^{dum} = \frac{AB}{P} \cdot a \left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$3^{tium} = -\frac{ABC}{Pk} \cdot a \left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

$$4^{tum} = -\frac{ABCD}{Pkk'} \cdot a \left(1 - \frac{1}{s}\right)$$

quae omnia debent eſſe poſitiua, quibus adiungatur diſtantia focalis vltimae lentis

$$t = \frac{ABCD}{Pkk's} \cdot a = \frac{ABCD}{\mathfrak{M}} \cdot a;$$

quae

quae etiam debet esse positiua, vt prodeat distantia oculi post eam, $O = \frac{r\mathfrak{r}}{k\mathfrak{M}}$, positiua; vnde ob $\mathfrak{r} = 1$ euidens est, esse debere $\mathfrak{r}$ positiuum, ideoque $ABCD > 0$. Quocirca vt quartum interuallum etiam fiat positiuum, necesse est, vt sit $1 - \frac{1}{S} < 0$, siue $S < 1$. vnde euidens est, productum Pkk' fore $> \mathfrak{M}$ ideoque numerum praemagnum; vnde tertia illa aequatio, si loco M eius valor substituatur, dabit

$$\mathfrak{D} = \frac{(Pkk'-1)(q+r+2)}{\mathfrak{M}-1} - q - r$$

vbi cum Pkk' et $\mathfrak{M}$ sint numeri praemagni et $Pkk' > \mathfrak{M}$, fiat proxime

$$\mathfrak{D} = \frac{Pkk'}{\mathfrak{M}}(q + r + 2) - q - r$$
$$= \frac{2Pkk'}{\mathfrak{M}} + (q + r)\left(\frac{Pkk'}{\mathfrak{M}} - 1\right)$$

siue ob

$$Pkk' = \frac{\mathfrak{M}}{S}, \text{ erit } \mathfrak{D} = \frac{2}{S} + (q + r)\left(\frac{1}{S} - 1\right);$$

vnde cum $q + r$ certe sit < 2, euidens est, fore $\mathfrak{D} > 1$. ideoque D negatiuum. Erit ergo $ABC < 0$. hinc tertium interuallum sponte fit positiuum. Quare cum ob secundum interuallum esse debeat $AB < 0$, oportet esse $C > 0$ hincque $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$. Vnde si fuerit $A > 0$, ideoque $P > 1$ ob interuallum primum; debebit esse $B < 0$. hincque vel $\mathfrak{B} < 0$ vel $\mathfrak{B} > 1$; vnde sequitur fore priori casu $q < 0$ altero casu $q > 0$; vnde ob $q + \mathfrak{C}r < 0$ fieret $r < 0$ ideoque $k' < 0$ quod est absurdum. Sin autem esset

A < o

$A < 0$ hincque $P < 1$, debent esse $B > 0$ ideoque $\mathfrak{B} > 0$ et $\mathfrak{B} < 1$ vnde iterum fieret $q < 0$. Neque igitur etiamnum constat, vtrum ambo isti casus consistere queant. Quia vero in vtroque fit $q < 0$, statuamus, vt ante, $q = -\omega$, vt sit $\omega = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ et ob secundam aequationem esse debet $\omega - \mathfrak{C}\mathfrak{r} > 0$, tum vero erit

$$k' = \frac{1 + \frac{1}{S}}{\mathfrak{r} + k\,\omega};$$

vnde ob $P k k' = \frac{\mathfrak{M}}{S}$, fiet $P k = \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{r} + k\omega)}{1 + S}$.

Nunc igitur litteras ω et $\mathfrak{r}$ ex calculo eliminemus et cum sit $\omega = \frac{1-P}{\mathfrak{B}} M$ ponamus breuitatis gratia $\frac{1-P}{\mathfrak{B}} = \zeta$ vt sit $\omega = \zeta M$; deinde sit etiam breuitatis gratia

$$1 + P k = \eta \text{ fietque } \mathfrak{r} = \frac{(\zeta - \eta) M}{\mathfrak{C}}.$$

Ergo porro

$$\mathfrak{r} - \omega = \frac{(\zeta(1-\mathfrak{C}) - \eta) M}{\mathfrak{C}} \text{ et}$$

$$2 - \omega + \mathfrak{r} = \frac{2\mathfrak{C} + (\zeta(1-\mathfrak{C}) - \eta) M}{\mathfrak{C}}$$

at cum sit $M = \frac{2 + \mathfrak{r} - \omega}{\mathfrak{M} - 1}$ erit

$$2 + \mathfrak{r} - \omega = M(\mathfrak{M} - 1);$$

vnde concludimus fore

$$M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

quo valore inuento erit

$$\omega = \frac{2\mathfrak{C}\zeta}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta} \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{2(\zeta - \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

ex

ex quibus valoribus porro conficitur

$$\mathfrak{r} + k\,\omega = \frac{2(\zeta-\eta)+2k\mathfrak{C}\zeta}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-\zeta+\eta}$$

hincque

$$\mathrm{P}k = \frac{2\mathfrak{M}(\zeta-\eta+k\mathfrak{C}\zeta)}{(1+\mathrm{S})(\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-\zeta+\eta)} = \eta - 1$$

ex quo definitur

$$k = \frac{(\eta-1)(1+\mathrm{S})\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-2\mathfrak{M}(\zeta-\eta)-(\eta-1)(1+\mathrm{S})(\zeta-\eta)}{2\mathfrak{M}\mathfrak{C}\zeta}$$

vnde porro inuenitur $\mathrm{P} = \frac{\eta-1}{k}$. Quia autem k debet esse positiuum, in eius numeratore coefficiens ipsius $\mathfrak{M}$ debet esse positiuus, vnde sequitur $\mathfrak{C} > \frac{2(\zeta-\eta)}{(\eta-1)(1+\mathrm{S})}$ at vero vidimus esse $\mathfrak{C} < 1$, sicque necesse est, vt sit

$$\frac{2(\zeta-\eta)}{(\eta-1)(1+\mathrm{S})} < 1 \text{ seu } 2(\zeta-\eta) < (\eta-1)(1+\mathrm{S});$$

ex qua conditione concludimus

$$\zeta < \eta + \frac{(\eta-1)(1+\mathrm{S})}{2}.$$

Nouimus autem esse debere $\zeta > \eta$; vnde littera ζ capi debebit intra limites η et $\eta + \frac{(\eta-1)(1+\mathrm{S})}{2}$, vbi manifestum est esse debere $\eta > 1$. Nostrum igitur problema sequenti modo resolui conueniet: Pro lubitu capi possunt litterae S et η, dummodo obseruetur, esse debere $\mathrm{S} < 1$ et $\eta > 1$, quia $\mathrm{P}k = \eta - 1$. Deinde littera ζ capiatur intra limites η et $\eta + \frac{(\eta-1)(1+\mathrm{S})}{2}$ At $\mathfrak{C}$ capiatur intra hos limites

$$\mathfrak{C} < 1 \text{ simulque } \mathfrak{C} > \frac{2(\zeta-\eta)}{(\eta-1)(1+\mathrm{S})}$$

vnde simul C definitur. Tum vero capiatur

$$k = \frac{(\eta-1)(1+S)\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-2\mathfrak{M}(\zeta-\eta)-(\eta-1)(1+S)(\zeta-\eta)}{2\mathfrak{M}\mathfrak{C}\zeta}$$

ex quo habebitur

$$P = \frac{\eta-1}{k} \text{ et } k' = \frac{\mathfrak{M}}{(\eta-1)S}.$$

Postea capiatur $\mathfrak{B} = \frac{1-P}{\zeta}$; vnde definitur B. Denique ob $P k k' = \frac{\mathfrak{M}}{S}$ formula supra pro $\mathfrak{D}$ inuenta dabit

$$\mathfrak{D} = (\tfrac{\mathfrak{M}}{S} - 1) M - (\mathfrak{M} - 1) M + 2$$
$$= M \mathfrak{M} (\tfrac{1}{S} - 1) + 2;$$

vbi substituto valore ipsius M prodit

$$\mathfrak{D} = \frac{\frac{2\mathfrak{M}\mathfrak{C}}{S} + 2\mathfrak{C}(\zeta-1) - 2(\zeta-\eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1) - \zeta + \eta}$$

qui valor, cum sit $\mathfrak{M}$ numerus praemagnus, erit proxime $\mathfrak{D} = \frac{2}{S}$; hincque adcuratius

$$\mathfrak{D} = \frac{2}{S} + \frac{\frac{2}{S}(\zeta-\eta-\mathfrak{C}(\zeta-1)) + 2\mathfrak{C}(\zeta-1) - 2(\zeta-\eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1) - \zeta + \eta}$$

siue

$$\mathfrak{D} = \frac{2}{S} + \frac{2(\frac{1}{S}-1)(\zeta-\eta-\mathfrak{C}(\zeta-1))}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1) - \zeta + \eta}$$

vel

$$\mathfrak{D} = \frac{2}{S} - \frac{2(\frac{1}{S}-1)(\mathfrak{C}(\zeta-1) - \zeta + \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1) - \zeta + \eta}$$

vnde saltem patet, certe fore $\mathfrak{D} > 1$. ideoque D negati-

gatiuum, vt supra iam notauimus. Iam prouti fuerit P siue > 1 siue < 1, capi debebit vel $A > 0$ vel $A < 0$; ita, vt nunc omnia elementa sint determinata; habebuntur enim distantiae focales

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} a; \; r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{Pk} \cdot a;$$

$$s = -\frac{ABC\mathfrak{D}}{Pkk'} \cdot a \text{ et } t = \frac{ABCD \cdot a}{m};$$

deinde interualla

$$I^{mum} = A a \left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = -\frac{AB \cdot a}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right);$$

$$III^{tium} = -\frac{ABC \cdot a}{Pk}\left(1 + \frac{1}{k'}\right);$$

$$IV^{tum} = -\frac{ABCD}{Pkk'} \cdot a \left(1 - \frac{1}{s}\right);$$

tum vero erit

$$M = 2:\left(\mathfrak{M} + \zeta - 1 - \frac{\zeta + \mathfrak{M}}{\mathfrak{C}}\right) \text{ et } O = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M} M}$$

et apertura primae lentis ex aequatione notissima $\frac{1}{k^3} = \ldots$ definietur.

Coroll. I.

251. Conditio, quam inuenimus $\zeta > \eta$ hic plus non inuoluit, quam ne ζ minus, quam η, accipiatur. Nihil ergo impedit, quominus statuamus $\zeta = \eta$, etsi enim hic valor campum aliquantillum diminuit; tamen is adhuc satis prodit notabilis. Tum autem fiet $r = 0$, sicque tertia lens quam minimam requiret aperturam, ita, vt simul officium diaphragmatis angustissimi praestet

Coroll. 2.

252. Quodsi vero statuamus $\zeta = \eta$, sufficit capere $\mathfrak{C}$ intra limites o et 1. vnde simul C fit positiuum. Tum vero capiatur

$$k = \frac{(\eta - 1)(1 + S)(\mathfrak{M} + \eta - 1)}{2\mathfrak{M}\eta}$$

ex quo habebitur

$$P = \frac{2\mathfrak{M}\eta}{(1 + S)(\mathfrak{M} + \eta - 1)};$$

ita, vt pro maioribus multiplicationibus sit proxime

$$k = \frac{(\eta - 1)(1 + S)}{2\eta} \text{ et } P = \frac{2\eta}{1 + S};$$

vnde patet, esse $P > 1$ ideoque A positiuum. Tum vero erit porro $\mathfrak{B} = -\frac{(P - 1)}{\eta}$, ita, vt sit tam $\mathfrak{B} < 0$, quam $B < 0$. Denique hoc casu fiet

$$\mathfrak{D} = \frac{2\mathfrak{M} + 2S(\eta - 1)}{S(\mathfrak{M} + \eta - 1)} \text{ hincque } D = -\frac{2\mathfrak{M} - 2S(\eta - 1)}{\mathfrak{M}(2 - S) + S(\eta - 1)}$$

atque $M = \frac{2}{\mathfrak{M} + \eta - 1}$.

Scholion.

253. Praeterquam quod hic casus $\zeta = \eta$ ad praxin inprimis est accommodatus, etiam hanc praerogatiuam complectitur, vt a littera $\mathfrak{C}$ reliqua elementa prorsus non pendeant, ita, vt quomodocunque $\mathfrak{C}$ accipiamus intra limites scilicet o et 1, reliqua elementa nullam inde mutationem patiantur. Hoc autem modo facillime euitari poterit, ne lens obiectiva nimis fiat exigua, quod vero insuper commodius per litteram A praestatur, nisi forte de telescopiis sit sermo,

fermo, vbi $A a = p$; fuperfluum igitur foret hic alios cafus praeter iftum $\zeta = \eta$ euoluere, atque nunc inprimis operae pretium erit aliquot valores pro η confiderare, vt inde intelligere queamus, quinam inde ad praxin maxime futuri fint idonei. Pro littera vero S, quam vnitate minorem effe debere vidimus, ftatuamus femper $S = \frac{1}{4}$, quia hinc fatis idoneum intervallum inter binas lentes poftremas oritur. Tum autem noftrae conditiones fequenti modo exprimentur:

1°. $k = \frac{3(\eta - 1)(\mathfrak{M} + \eta - 1)}{4\mathfrak{M}\eta}$

2°. $P = \frac{4\mathfrak{M}\eta}{3(\mathfrak{M} + \eta - 1)}$

3°. $\mathfrak{B} = -\frac{(4\eta - 3)\mathfrak{M} + 3(\eta - 1)}{3\eta(\mathfrak{M} + \eta - 1)}$

4°. $\mathfrak{C}$, vt iam notauimus, arbitrio noftro permittitur, dummodo fit intra 0 et 1.

5°. $\mathfrak{D} = \frac{4\mathfrak{M} + 3(\eta - 1)}{4\mathfrak{M} + \eta - 1}$ et $D = -\frac{4\mathfrak{M} - 3(\eta - 1)}{3\mathfrak{M} + \eta - 1}$.

Hinc itaque diftantiae focales erunt

$p = \mathfrak{A} a$;

$q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} \cdot a = \frac{(4\eta - 3)\mathfrak{M} - 3(\eta - 1)}{4\mathfrak{M}\eta} \cdot A a.$

$r = -\frac{B\mathfrak{C}}{Pk} \cdot A a = -\frac{B\mathfrak{C}}{\eta - 1} \cdot A a$;

$s = -\frac{BC\mathfrak{D}}{3\mathfrak{M}} \cdot A a.$ et $t = \frac{BCD}{\mathfrak{M}} \cdot A a.$

Deinde lentium interualla

$I^{mum} = A a \left(1 - \frac{1}{P}\right) = \frac{(4\eta - 3)\mathfrak{M} - 3(\eta - 1)}{4\mathfrak{M}\eta} \cdot A a.$

$II^{dum} = -B\left(\frac{\mathfrak{M}(7\eta - 3) + 3\eta(\eta - 1) + 1}{4\mathfrak{M}\eta(\eta - 1)}\right) A a.$

$III^{tium} = -BC\left(\frac{1}{\eta-1} + \frac{1}{2\mathfrak{M}}\right)Aa.$

$IV^{tum} = \frac{BCD}{2\mathfrak{M}}. Aa.$

Deinde ob

$$M = \frac{2}{\mathfrak{M}+\eta-1}, \text{ erit } O = \tfrac{1}{2}t\left(1 + \frac{\eta-1}{\mathfrak{M}}\right).$$

Pro prima lente semidiameter aperturae erit $= x$ ex aequatione notissima definiendus; pro secunda autem ob $\omega = \frac{2\eta}{\mathfrak{M}+\eta-1}$ erit semidiameter aperturae $= \frac{\eta}{2(\mathfrak{M}+\eta-1)}q + \frac{x}{P}$ et ob $r = 0$ semidiameter aperturae tertiae lentis $= \frac{x}{Pk} = \frac{x}{\eta-1}$; duabus autem reliquis lentibus apertura maxima tribuitur.

Exempl. I.

254. Sumamus $\eta = 2$ eritque $k = \frac{3(\mathfrak{M}+1)}{2\mathfrak{M}}$ et quia tantum de maioribus multiplicationibus agitur, sumi poterit $k = \frac{3}{2}$ hinc $P = \frac{2\mathfrak{M}}{3(\mathfrak{M}+1)} = \frac{2}{3}$ proxime. Porro

$$\mathfrak{B} = -\tfrac{5}{6} \text{ et } B = -\tfrac{5}{11};$$

$$\mathfrak{D} = 4 \text{ et } D = -\tfrac{4}{3};$$

vnde distantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\,a; \quad q = \tfrac{5}{11}\,Aa;$$

$$r = \tfrac{5}{11}.\,\mathfrak{C}.\,Aa; \quad s = \tfrac{10}{11}.\,\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\,Aa.$$

$$t = \tfrac{20}{33}.\,\tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\,Aa.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = \tfrac{5}{6}\,Aa.$$

$$2^{dum} = \tfrac{5}{11} \cdot A\,a.$$
$$3^{tium} = \tfrac{5}{11} \cdot C\,(1 + \tfrac{1}{2\mathfrak{M}})\,A\,a.$$
$$4^{tum} = \tfrac{10}{33} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot A\,a. \text{ et}$$
$$M = \frac{2}{\mathfrak{M}+1}; \text{ hinc } z = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{a}{\mathfrak{M}+1} \text{ et}$$
$$O = \tfrac{1}{2}\, t\,(1 + \tfrac{1}{\mathfrak{M}});$$

tum vero ſemidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \frac{q}{\mathfrak{M}+1} + \tfrac{1}{2}\,x \text{ et } 3^{tiae} = x.$$

Pro x autem inueniendo ſatisfiat huic aequationi:

$$\frac{r}{k^3} = \frac{\mu\,\mathfrak{M}\,x^3}{B^3 a^3} \begin{cases} \lambda + \nu\,\mathfrak{A}\,(1-\mathfrak{A}) \\ - \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{\mathfrak{B}^3 P}\,(\lambda' + \nu\,\mathfrak{B}\,(1-\mathfrak{B})) \\ + \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3 \mathfrak{C}^3 Pk}\,(\lambda'' + \nu\,\mathfrak{C}\,(1-\mathfrak{C})) \\ - \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3 C^3 \mathfrak{D}^3 . Pkk'}\,(\lambda''' + \nu\,\mathfrak{D}\,(1-\mathfrak{D})) \\ + \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3 C^3 D^3} \cdot \lambda'''' \end{cases}$$

quae aequatio commodius ita repraeſentabitur:

$$k^3 = \mu\,\mathfrak{M}\,x^3 \begin{cases} \frac{\lambda + \nu\,\mathfrak{A}\,(1-\mathfrak{A})}{p^3} \\ - \frac{1}{P^4 q^3}\,(\lambda' + \nu\,\mathfrak{B}\,(1-\mathfrak{B})) \\ + \frac{1}{(Pk)^4 . r^3}\,(\lambda'' + \nu\,\mathfrak{C}\,(1-\mathfrak{C})) \\ - \frac{1}{(Pkk')^4 \mathfrak{s}^3}\,(\lambda''' + \nu\,\mathfrak{D}\,(1-\mathfrak{D})) \\ + \frac{\lambda''''}{(Pkk'S)^4 t^3}. \end{cases}$$

Coroll.

Coroll.

255. Si haec ad telescopia transferantur ponendo $\mathfrak{A} a = A a = p$ et $\mathfrak{M} = m$, fient distantiae focales

$$q = \tfrac{5}{16} \cdot p; \quad r = \tfrac{5}{11} \mathfrak{C}. p;$$
$$s = \tfrac{10}{11} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot p. \text{ et } t = \tfrac{20}{33} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot p.$$

interualla

$$1^{mum} = \tfrac{5}{8} p;$$
$$2^{dum} = \tfrac{5}{11} p;$$
$$3^{tium} = \tfrac{5}{11} C \left(1 + \tfrac{1}{2\mathfrak{M}}\right) p \text{ et}$$
$$4^{tum} = \tfrac{10}{33} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot p.$$

et semidiameter campi $\Phi = \frac{1718}{\mathfrak{M}+1}$ min. Longitudo ergo erit propemodum $= \frac{95}{88} p + \frac{5}{11} C. p.$ Nunc autem p ex aequatione ante data definiri poterit, vbi erit $\mathfrak{A} = 0$ ob $a = \infty$.

Exemplum II.

256. Sit nunc $\eta = 3$ erit

$$k = \tfrac{\mathfrak{M}+2}{2\mathfrak{M}}. \text{ sumi ergo poterit } k = \tfrac{1}{2}$$
$$P = \tfrac{4\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}+1} = 4$$
$$\mathfrak{B} = -\tfrac{2\mathfrak{M}+2}{2(\mathfrak{M}+2)} = -1; \text{ ergo } B = -\tfrac{1}{2}$$
$$\mathfrak{D} = \tfrac{4\mathfrak{M}+4}{\mathfrak{M}+1} = 4; \text{ ergo } D = -\tfrac{4}{3}.$$

Hinc ergo fient distantiae focales

$$p = \mathfrak{A} a; \quad q = \tfrac{1}{2} A a; \quad r = \tfrac{1}{2} \mathfrak{C}. A a;$$

$s =$

$s = \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a.$ et $t = \frac{2}{3} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{3}{4} . A a.$

$2^{dum} = \frac{3}{8} A a.$

$3^{tium} = \frac{1}{4} C (1 + \frac{2}{\mathfrak{M}}) A a.$

$4^{tum} = \frac{1}{3} \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a.$

hinc porro erit

$M = \frac{2}{\mathfrak{M} + 2}$ hinc $z = \frac{1}{2} . \frac{a}{\mathfrak{M} + 2}$ et

$O = \frac{1}{2} t (1 + \frac{2}{\mathfrak{M}})$

tum vero femidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{3 q}{2(\mathfrak{M} + 2)} + \frac{1}{4} x;$ et $3^{tiae} = \frac{1}{2} . x.$

Cetera fe habent, vt ante.

Coroll.

257. Facta applicatione ad telefcopia, vbi fit $A a = p$ omnia elementa facile determinantur, vt ante; tum vero longitudo inftrumenti omiffis partibus per $\mathfrak{M}$ diuifis erit $= \frac{9}{8} p + \frac{1}{4} C . p$, quae minor eft, quam cafu praecedente.

Exemplum III.

258. Statuamus $\eta = 6$, vt fiat $M = \frac{2}{\mathfrak{M} + 6}$ eritque

$k = \frac{5(\mathfrak{M} + 5)}{8 \mathfrak{M}} = \frac{5}{8}$ proxime.

$$P = 8. \quad \mathfrak{B} = \frac{-7\mathfrak{M}+5}{6(\mathfrak{M}+5)} = -\tfrac{7}{6} \text{ proxime}$$

vnde fit

$$B = -\tfrac{7}{13};\ \mathfrak{D} = 4 \text{ et } D = -\tfrac{4}{3}.$$

vnde distantiae focales prodibunt

$$p = \mathfrak{A}\,a;\ q = \tfrac{7}{42}.\,A\,a;\ r = \tfrac{7}{65}\,\mathfrak{C}.\,A\,a;$$
$$s = \tfrac{14}{13}.\,\tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\,A\,a;\ t = \tfrac{28}{39}\,\tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\,A\,a.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = \tfrac{7}{8}.\,A\,a.$$
$$2^{dum} = \tfrac{7}{45}\,A\,a.$$
$$3^{tium} = \tfrac{7}{13}\,C.\left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2\mathfrak{M}}\right)A\,a.$$
$$4^{tum} = \tfrac{14}{39}\,\tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\,A\,a.$$

Praeterea

$$z = \tfrac{1}{2}.\,\frac{a}{\mathfrak{M}+5} \text{ et } O = \tfrac{1}{2}\,t\left(1 + \tfrac{5}{\mathfrak{M}}\right).$$

tum vero semidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \frac{3q}{\mathfrak{M}+5} + \tfrac{1}{8}\,x \text{ et } 3^{tiae} = \tfrac{1}{3}\,x.$$

Coroll.

259. Translatione igitur ad telescopia facta prodiret hoc casu eorum longitudo $= \tfrac{8}{15}\,p + \tfrac{7}{65}\,C.\,p.$ quae longitudo satis est exigua, vt etiam in aliis generibus vix minor sperari queat.

Scho-

Scholion.

260. Etsi iste casus $\zeta = \eta$ in praxi summum vsum praestare videtur, tamen etiam considerari conueniet quempiam casum, quo $\zeta > \eta$, quandoquidem hoc modo campo quodpiam augmentum adfertur. Manente autem $S = \frac{1}{2}$, alter limes pro ζ erat $\zeta < \eta + \frac{3(\eta - 1)}{4}$ siue $\zeta < \frac{7}{4}\eta - \frac{3}{4}$. Huic autem limiti ipsi aequari nequit, quia alioquin $\mathfrak{C}$ deberet esse $= 1$ hincque $C = \infty$. Sumamus igitur

$$\zeta = \eta + \tfrac{1}{2}(\eta -) = \tfrac{3}{2}\eta - \tfrac{1}{2}$$

ac reperietur $\mathfrak{C} > \frac{1}{2}$ et $\mathfrak{C} < 1$. Sumatur igitur $\mathfrak{C} = \frac{2}{3}$ vt fiat $C = 3$. hincque fiet

$$k = \frac{(\eta - 1)(2\mathfrak{M} + 15(\eta - 1))}{12\mathfrak{M}(3\eta - 1)} \text{ et } P = \frac{12\mathfrak{M}(3\eta - 1)}{2\mathfrak{M} + 15(\eta - 1)}$$

hincque porro

$$\mathfrak{B} = -\frac{4\mathfrak{M}(11\eta - 7) + 30(\eta - 1)}{(3\eta - 1)(2\mathfrak{M} + 15(\eta - 1))} \text{ et}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{24\mathfrak{M} + 15(\eta - 1)}{6\mathfrak{M} + 5(\eta - 1)} \text{ seu proxime } \mathfrak{D} = 4.$$

Tum vero prodibit

$$M = \frac{12}{6\mathfrak{M} + 5(\eta - 1)} = \frac{2}{\mathfrak{M} + \frac{5}{6}(\eta - 1)},$$

cum antea fuisset $M = \frac{2}{\mathfrak{M} + \eta - 1}$. Quodsi iam sumamus, vt in exemplo 2do, $\eta = 3$ fient haec elementa

$$k = \frac{\mathfrak{M} + 15}{24\mathfrak{M}} \text{ et } P = \frac{48\mathfrak{M}}{\mathfrak{M} + 15} \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{-17\mathfrak{M} + 15}{4(\mathfrak{M} + 15)}; \quad B = \frac{-47\mathfrak{M} + 15}{51\mathfrak{M} + 45}$$

 tum

tum.

$$\mathfrak{C} = \tfrac{3}{4};\ C = 3;\ \mathfrak{D} = 4 \text{ et } D = -\tfrac{4}{3};$$

vnde ſingula momenta pro conſtructione definiri poſſunt. Quia vero hic tanti occurrunt numeri, quos prae $\mathfrak{M}$ negligere non amplius licet; in adplicatione ad exempla ſtatim quoque pro $\mathfrak{M}$ determinatum valorem aſſumi conueniet. Praeterea vero hic ad ſpecialiora non progredimur, quia adhuc lente obiectiua ſimplice vtimur, ita, vt confuſio aliter tolli nequeat, niſi aperturam lentis obiectiuae diminuendo; quod remedium cum praxis ſponte offerat, non opus erit, litteram x. moleſto illo calculo definire, ſiquis enim microſcopium ſecundum huiusmodi menſuras conſtruxerit, ipſe vſus aperturam declarabit; quando autem in ſequente capite per multiplicationem lentis obiectiuae omnem confuſionem ad nihilum redigemus, tum demum neceſſe erit completas determinationes pro ſingulis momentis, vti hactenus fecimus, exhibere.

Problema 2.

261. Microſcopium huius generis ex quinque lentibus conſtruere, quae ita ſint diſpoſitae, vt prior imago realis in interuallum ſecundum, poſterior vero in interuallum quartum incidat.

Solutio.

Quatuor ergo litterarum P Q R S ſecunda et quarta erunt negatiuae; vnde ponatur $Q = -k$ et

$S =$

$S = -k'$, vt fit $PkRk' = \frac{ma}{b} = \mathfrak{M}$, hinc erit vltimae lentis diſtantia focalis

$$t = \frac{ABCD}{PkRk'} a = \frac{ABCD}{\mathfrak{M}} . a,$$

quae debet eſſe poſitiua aeque ac lentium interualla, quae ſunt.

$$1^{mum} = A a (1 - \tfrac{1}{P});$$
$$2^{dum} = -\tfrac{AB}{P} . a (1 + \tfrac{1}{k});$$
$$3^{tium} = -\tfrac{ABC}{Pk} a (1 - \tfrac{1}{R});$$
$$4^{tum} = + \tfrac{ABCD}{PkR} a (1 + \tfrac{1}{k'});$$

ergo vt tam vltima lens, quam vltimum interuallum, fiant poſitiua, debet eſſe $ABCD > 0$. Hinc vt tertium quoque fiat poſitiuum, debet eſſe

$$-D(1 - \tfrac{1}{R}) > 0.$$

ſicque circa D nihil definitur. Ob ſecundum autem interuallum debet eſſe $-AB > 0$ et ob primum $A(1 - \frac{1}{P}) > 0$. Tum ergo debebit eſſe $CD < 0$. Statuatur nunc $M = \frac{q + r \pm s \pm t}{\mathfrak{M} - 1}$ et quia campus maximus deſideratur, ſtatim ſumi poterit $s = 1$ et $t = 1$, vt fiat $M = \frac{q + r \pm 2}{\mathfrak{M} - 1}$ hincque diſtantia oculi $O = \frac{t}{M \mathfrak{M}}$, quae cum ſit poſitiua, deſtructio marginis praebet:

$$0 = \frac{q}{P} - \frac{r}{Pk} - \frac{1}{PkR} + \frac{1}{PkRk'}$$

vnde colligitur

$$\tfrac{1}{k'} = -qkR + rR + 1$$

 hinc

hinc erit

$$P k R = \mathfrak{M}(1 + r R - q k R)$$

ſicque patet eſſe $1 + r R > q k R$. Praeterea vero conſiderare debemus ſequentes aequationes:

$$1.\ \mathfrak{B} q = (P - 1) M$$

$$2.\ \mathfrak{C} r = -(1 + P k) M - q$$

$$3.\ \mathfrak{D} = -(1 + P k R) M - q - r$$

Ponatur hic, vt ante, breuitatis gratia

$$\frac{1-P}{\mathfrak{B}} = \zeta \text{ et } 1 + P k = \eta, \text{ fietque}$$

$$q = -\zeta M \text{ et } r = \frac{(\zeta - \eta) M}{\mathfrak{C}}$$

vnde colligitur

$$2 + q + r = \frac{2\mathfrak{C} + (\zeta(1 - \mathfrak{C}) - \eta) M}{\mathfrak{C}} = (\mathfrak{M} - 1) M;$$

ex qua aequatione deducitur

$$M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} - 1) - \zeta(1 - \mathfrak{C}) + \eta} = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

ex quo valore viciſſim erit

$$q = -\frac{2\zeta\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta} \text{ et}$$

$$r = \frac{2(\zeta - \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}.$$

Nunc vt marginis colorati rationem habeamus, erit ſtatim

$$1 + r R - q k R = \frac{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta + 2(\zeta - \eta) R + 2\zeta\mathfrak{C} k R}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

Et cum ob

$$P k = \eta - 1 \text{ ſit } P k R = (\eta - 1) R,$$

erit

erit

$$\mathfrak{C}(\eta-1)R(\mathfrak{M}+\zeta-1)-(\eta-1)(\zeta-\eta)R-\mathfrak{M}\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)$$
$$+\mathfrak{M}(\zeta-\eta)-2\mathfrak{M}(\zeta-\eta)R$$
$$-2\mathfrak{M}\zeta\mathfrak{C}kR=0.$$

Ante quam autem hinc vel k vel R determinemus, conſiderare debemus rationem litterae $\mathfrak{D}$ ex ſuperiori tertia aequatione; cum igitur PkR ſit ſine dubio numerus magnus inuoluens $\mathfrak{M}$, facile intelligitur litteram $\mathfrak{D}$ eſſe negatiuam; vnde etiam erit D negatiuum, adeoque concludimus fore $C > 0$, hincque $\mathfrak{C} < 1$ Ob eandem vero rationem debebit eſſe $R > 1$; ita, vt haec littera aliquatenus tanquam nota ſpectari poſſit; quare ex illa aequatione colligimus

$$k=\left\{\begin{array}{l}\mathfrak{C}(\eta-1)R(\mathfrak{M}+\zeta-1)-(\eta-1)(\zeta-\eta)R\\ -\mathfrak{M}\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)+\mathfrak{M}(\zeta-\eta)\\ -2\mathfrak{M}(\zeta-\eta)R\end{array}\right\}:2\mathfrak{M}\zeta\mathfrak{C}R$$

hincque $P=\frac{(\eta-1)}{k}$; ita, vt ſit $\eta > 1$. Quare vt valor ipſius k fiat poſitiuus, debet eſſe

$$R(\mathfrak{C}(\eta-1)(\mathfrak{M}+\zeta-1)-(\eta-1)(\zeta-\eta)-2\mathfrak{M}(\zeta-\eta))$$
$$>\mathfrak{M}(\mathfrak{C}\mathfrak{M}+\mathfrak{C}(\zeta-1)-\zeta+\eta)$$

ad quod primo requiritur, vt quantitas litteram R multiplicans ſit poſitiua, et quia $\mathfrak{M}$ eſt numerus praemagnus, ipſius coefficiens ante omnia debet eſſe poſitiuus, vnde colligimus $\mathfrak{C}(\eta-) > 2(\zeta-\eta)$ vnde con-

concluditur $\mathfrak{C} > \frac{2(\zeta-\eta)}{\eta-1}$; quia igitur $\mathfrak{C} < 1$, erit

$$2(\zeta-\eta) < \eta - 1; \text{ ficque } \zeta < \frac{3\eta-1}{2}.$$

Qua conditione impleta debet effe

$$R > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}\mathfrak{M}+\mathfrak{C}(\zeta-1)-\zeta+\eta)}{\mathfrak{C}(\eta-1)(\mathfrak{M}+\zeta-1)-2\mathfrak{M}(\zeta-\eta)-(\eta-1)(\zeta-\eta)}$$

atque hinc retrogrediendo omnia elementa determinabuntur. Reliqua vero expediuntur, vt in praecedente problemate.

Coroll.

262. Hic igitur littera R denotabit numerum magnum $\mathfrak{M}$ inuoluentem; deinde conditio $\zeta < \frac{3\eta-1}{2}$ inftituto noftro maxime fauet, cum campi conditio inprimis poftulet, ne ζ vltra neceffitatem augeatur. Quare cum femper fit $\eta > 1$; commodiffime videtur ftatui poffe $\zeta = \eta$, vti in praecedante problemate; ita, vt tertiae lentis apertura iterum fiat minima prodeatque

$$M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}\mathfrak{M}+\mathfrak{C}\eta-\mathfrak{C}} = \frac{2}{\mathfrak{M}+\eta-1}.$$

Coroll. 2.

263. Sumto autem $\zeta = \eta$, pro $\mathfrak{C}$ limites erunt $\mathfrak{C} < 1$ et $\mathfrak{C} > 0$. Porro capi debet $R > \frac{\mathfrak{M}}{\eta-1}$; indeque fiet

$$k = \frac{((\eta-1)R-\mathfrak{M})(\mathfrak{M}+\eta-1)}{2\mathfrak{M}\eta R} \text{ et } P = \frac{2\mathfrak{M}\eta(\eta-1)R}{((\eta-1)R-\mathfrak{M})(\mathfrak{M}+\eta-1)},$$

Prac-

Praeterea vero erit

$$\mathfrak{B} = -\frac{(\eta-1)R((2\eta-1)\mathfrak{M}-\eta+1)-\mathfrak{M}(\mathfrak{M}+\eta-1)}{\eta((\eta-1)R-\mathfrak{M})(\mathfrak{M}+\eta-1)}$$

Denique vero reperietur

$$\mathfrak{D} = -\frac{2(1+(\eta-1)R-\eta)}{\mathfrak{M}+\eta-1}$$

siue cum $\mathfrak{M}$ et R sint numeri praemagni, erit proxime $\mathfrak{D} = -\frac{2(\eta-1)R}{\mathfrak{M}}$, qui valor certo est negatiuus, vt supra iam posuimus.

Coroll. 3.

264. Quin etiam statui poterit $\zeta = 0$; vnde pro $\mathfrak{C}$ limites erunt $\mathfrak{C} < 1$ et $\mathfrak{C} > -\frac{2\eta}{\eta-1}$; cui satisfit, dummodo $\mathfrak{C}$ intra limites 1 et 0 contineatur. Tum vero sumi debebit

$$R > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}\mathfrak{M}-\mathfrak{C}+\eta)}{\mathfrak{C}(\eta-1)(\mathfrak{M}-1)+2\mathfrak{M}\eta+\eta(\eta-1)}$$

siue ob $\mathfrak{M}$ numerum praemagnum $R > \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{M}}{\mathfrak{C}(\eta-1)+2\eta}$ Verum hinc sequitur porro $k = \infty$ et $P = 0$. ita, vt sit $Pk = \eta - 1$. Praeterea vero prodit $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$. Denique vero ob

$$q = 0 \text{ et } r = -\frac{\eta M}{\mathfrak{C}} \text{ erit}$$

$$\mathfrak{D} = -(1+(\eta-1)R-\frac{\eta}{\mathfrak{C}})M$$

ideoque ob $\mathrm{M} = \frac{\cdot\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}-1)+\eta}$, qui valor ipfius M aliquanto minor eft, quam cafu praecedente, fiet $\mathfrak{D} = -\frac{2(\eta-1)\mathrm{R}}{\mathfrak{M}}$.

Scholion.

265. Quantumuis hic cafus paradoxus videatur, cum ob $\mathfrak{B} = \infty$ tum vero ob $\mathrm{P} = 0$, tamen reuera eft realis et ad cafum in praecedente capite expofitum reducitur, quia enim $\mathfrak{B} = \infty$; fecundae lentis diftantia focalis eft infinita, ficque res eodem redit ac fi fecunda lens plane abeffet, ita, vt non amplius quaeftio fit de eius loco, quare etfi primum interuallum prodeat $= \mathrm{A}\,a\left(1 - \frac{1}{\mathrm{P}}\right) = -\infty$, et fecundum

$$\mathrm{A}\,a\left(\frac{1}{\mathrm{P}} + \frac{1}{\eta-1}\right) = +\infty,$$

tamen horum fumma, quae fola nunc eft fpectanda, fit finita

$$= \mathrm{A}\,a\left(1 + \frac{1}{\eta-1}\right) = \frac{\eta}{\eta-1}\cdot\mathrm{A}\,a.$$

Cum igitur tantum quatuor lentes hic habeantur, hic cafus ad praecedens caput eft referendus. Interim tamen hinc incommodum nafci debebit, quando ζ prope ad 0 accedit, quia tum P etiam erit vnitate minus, ita, vt A debeat effe numerus negatiuus et $\mathrm{B} > 0$. Cum autem fit $\mathfrak{B} = \frac{1-\mathrm{P}}{\zeta}$, erit quidem $\mathfrak{B} > 0$, verum infoper neceffe eft, vt fit $1 - \mathrm{P} < \zeta$, vel $\mathrm{P} > 1 - \zeta$, fiue P contineri debebit intra limites 1 et $1 - \zeta$ feu effe debet $k < \frac{\eta-1}{1-\zeta}$, quare cum $\mathfrak{M}$

et

et R ſint numeri praemagni, debebit eſſe

$$R\left(\frac{\mathfrak{C}(\eta-1)(1-3\zeta)}{1-\zeta}-2\right)<\mathfrak{C}\,\mathfrak{M}$$

quod ſponte euenit, ſi fuerit

$$\frac{\mathfrak{C}(\eta-1)(1-3\zeta)}{1-\zeta}<2 \text{ ſiue } \mathfrak{C}<\frac{2(1-\zeta)}{(\eta-1)(1-3\zeta)}.$$

Sin autem ſit

$$\frac{\mathfrak{C}(\eta-1)(1-3\zeta)}{1-\zeta}>2 \text{ debet eſſe } R<\frac{(1-\zeta)\mathfrak{C}\,\mathfrak{M}}{\mathfrak{C}(\eta-1)(1-3\zeta)-2(1-\zeta)}$$

quibus obſeruatis aliquot caſus fuſius euoluamus.

CASVS I,

quo $\zeta=\eta$.

266. Hoc caſu iam vidimus, lentem tertiam noſtro arbitrio relinqui, dummodo pro ea capiatur $\mathfrak{C}<1$ et $\mathfrak{C}>0$, vt C fiat numerus poſitiuus, vnde ſi circumſtantiae poſtulent, vt C ſit numerus ſatis magnus, tum $\mathfrak{C}$ parum ab vnitate deficere debebit; deinde etiam notauimus, capi debere $R>\frac{\mathfrak{M}}{\eta-1}$, vnde cum ſemper ſit $\eta>1$, ſi etiam fuerit >2, tunc commode ſumi poterit $R=\mathfrak{M}$. Notetur autem, litteram η non nimis magnam ſumi conuenire, quia pro campo ſit $M=\frac{2}{\mathfrak{M}+\eta-1}$. Deinde vero prodit

$$k=\frac{((\eta-1)R-\mathfrak{M})(\mathfrak{M}+\eta-1)}{2\mathfrak{M}\eta R}$$

quare pro maioribus multiplicationibus tuto ſumi poterit $k=\frac{(\eta-1)R-\mathfrak{M}}{2\eta R}$ vnde patet, litteram k eo fore minorem, quo minus R limitem praeſcriptum $\frac{\mathfrak{M}}{\eta-1}$

ſuperet; vnde fit

$$P = \frac{\eta - 1}{k} = \frac{2\eta(\eta - 1)k}{(\eta - 1)R - \mathfrak{M}}.$$

Pro reliquis elementis primo prodit

$$\mathfrak{B} = - \frac{(\eta - 1)R((2\eta - 1)\mathfrak{M} - \eta + 1) - \mathfrak{M}(\mathfrak{M} + \eta - 1)}{\eta((\eta - 1)R - \mathfrak{M})(\mathfrak{M} + \eta - 1)}$$

hincque proxime

$$\mathfrak{B} = - \frac{(\eta - 1)(2\eta - 1)R - \mathfrak{M}}{\eta(\eta - 1)R - \eta\mathfrak{M}}.$$

qui valor manifeſto eſt negatiuus, ex quo etiam B erit negatiuum. Deinde cum ſit $P > 1$; ob eandem rationem littera A debebit eſſe poſitiua; ex quo productum A B ob

$$B = - \frac{(\eta - 1)(2\eta - 1)R - \mathfrak{M}}{(\eta - 1)(2\eta - 1)R - (\eta - 1)\mathfrak{M}}$$

ſponte fit negatiuum, prorſus, vti conditiones praeſcriptae poſtulant. Denique vero reperitur

$$\mathfrak{D} = - \frac{2(1 + (\eta - 1)R - \eta)}{\mathfrak{M} + \eta - 1}$$

ideoque proxime

$$\mathfrak{D} = - \frac{2(\eta - 1)R}{\mathfrak{M}}; \text{ vnde fit } D = + \frac{2(\eta - 1)R}{\mathfrak{M} + 2(\eta - 1)R}.$$

His definitis erunt primo diſtantiae focales

$$p = \mathfrak{A}\, a.\ q = - \frac{A\mathfrak{B}}{P}\, a = \frac{(\eta - 1)(2\eta - 1)R + \mathfrak{M}}{2\eta^2(\eta - 1)R}.\ A\, a.$$

$$r = - \frac{AB\mathfrak{C}}{\eta - 1}.\, a;\ s = + \frac{ABC\mathfrak{D}}{(\eta - 1)R}.\, a.$$

$$\text{et } t = \frac{ABCD}{\mathfrak{M}}.\, a.$$

Deinde

Deinde vero interualla

$$I^{mum} = A\,a\left(1 - \tfrac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = -\,A\,B.\,a\left(\tfrac{1}{P} + \tfrac{1}{\eta - 1}\right);$$

$$III^{tium} = -\,\tfrac{ABCa}{\eta - 1}\left(1 - \tfrac{1}{R}\right);$$

$$IV^{tum} = A\,B\,C\,D.\,a\left(\tfrac{1}{(\eta - 1)R} + \tfrac{1}{\mathfrak{M}}\right).$$

Distantia vero oculi fiet

$$O = \tfrac{t}{M\mathfrak{M}} = \tfrac{t}{2}.\,\tfrac{\mathfrak{M} + \eta - 1}{\mathfrak{M}} = \tfrac{1}{2}\,t\left(1 + \tfrac{\eta - 1}{\mathfrak{M}}\right) = \tfrac{1}{2}\,t \text{ proxime.}$$

Pro aperturis vero lentium primae quidem apertura tutissime per experientiam definitur; vnde reperitur littera x, ex eaque mensura claritatis $= \frac{20x}{\mathfrak{M}}$, si scilicet x in digitis exprimatur.

Pro secunda vero lente cum sit

$$q = -\,\eta\,M = -\,\tfrac{2\eta}{\mathfrak{M} + \eta - 1} = -\,\tfrac{2\eta}{\mathfrak{M}},$$

erit eius aperturae semidiameter

$$= \tfrac{1}{4}\,q\,q + \tfrac{x}{P} = -\,\tfrac{1}{2}.\,\tfrac{\eta}{\mathfrak{M}}.\,q + \tfrac{x}{P}.$$

Pro tertia vero lente ob $r = 0$ sufficit aperturae semidiameter $= \frac{x}{\eta - 1}$; reliquas vero lentes vtrinque aeque conuexas confici conuenit.

Coroll.

267. Si sumatur $R = \frac{\mathfrak{M}}{\eta - 1}$, vt fiat $k = 0$ et $P = \infty$, existente $P\,k = \eta - 1$; tum fiet $\mathfrak{B} = -\,\frac{P}{\eta} = \infty$

 et

et $B = -1$. Tum igitur ſecunda lens in ipſam imaginem realem priorem incidet ob primum interuallum $= A a = \alpha$, eiusque diſtantia focalis erit $q = \frac{A a}{\eta}$. At vero ſecundum interuallum hoc caſu euadet $= -\frac{A B a}{\eta - 1} = \frac{A a}{\eta - 1}$. Reliqua vero definiuntur, vt in genere, ſi modo notetur, fore $\mathfrak{D} = -2$. et $D = -\frac{2}{3}$.

Exempl. I.

Ponamus $\eta = 2$ et capi debebit $R > \mathfrak{M}$. Nihil vero impedit, quominus ſecundum praecedens Coroll. ſumamus $R = \mathfrak{M}$ ita, vt tum fiat $k = 0$ et $P = \infty$ quare primo diſtantiae focales ita exprimentur

$$p = \mathfrak{A}\, a;\quad q = \tfrac{A a}{2};$$

$$r = A\, \mathfrak{C}.\, a;\quad s = \tfrac{2 A C}{\mathfrak{M}}.\, a;$$

$$\text{et } t = \tfrac{2}{3}.\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a. = \tfrac{1}{3}\, s.$$

Deinde interualla ita ſe habebunt:

$$1^{mum} = A\, a;\quad 2^{dum} = A\, a;$$

$$3^{tium} = C.\,(1 - \tfrac{1}{\mathfrak{M}})\, A\, a;$$

$$4^{tum} = \tfrac{4}{3}\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a.$$

diſtantia vero oculi $= \frac{1}{4}\, t\, (1 + \frac{1}{\mathfrak{M}})$.

Pro valore ipſius x ſiue per experientiam ſiue per formulam notam definito, fiat ſecundae lentis ſemidiameter aperturae $= \frac{q}{\mathfrak{M}}. = \frac{1}{2}.\, \frac{A\, a}{\mathfrak{M}}$ et tertiae lentis $= x$.

$= x$. ſemidiameter ſpatii conſpicui erit $z = \frac{a}{3\mathfrak{M}}$ et menſura claritatis $= \frac{20.x}{\mathfrak{M}}$.

Corollarium.

268. Hae formulae quoque ad teleſcopia accommodari poterunt, ſumendo $Aa = p$ et $\mathfrak{M} = m$. Tum vero ſumi debebit ipſa diſtantia focalis

$$p = m \sqrt[3]{\mu m \left(\lambda_{*} + \frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)}$$

omiſſis terminis ſequentibus per $\mathfrak{M}$ diuiſis.

Exempl. II.

269. Sit nunc $\eta = 3$, vt eſſe debeat $R > \frac{\mathfrak{M}}{2}$ ſumaturque $R = \mathfrak{M}$, vnde fiet $k = \frac{1}{6}$ et $P = 12$; quare reliqua elementa fient $\mathfrak{B} = -\frac{11}{3}$; hincque $B = -\frac{11}{14}$ et $\mathfrak{D} = -4$ et $D = -\frac{4}{3}$ vnde diſtantiae focales euadent

$$p = \mathfrak{A}\, a;\quad q = \tfrac{11}{35}\, A a.$$

$$r = \tfrac{11}{58}\, \mathfrak{C}.\, A a.\quad s = \tfrac{11}{7}.\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A a. \text{ et}$$

$$t = \tfrac{22}{35}\, C.\, A a. = \tfrac{2}{5}.\, s$$

atque interualla lentium

$$1^{mum} = \tfrac{11}{15}\, A a;$$

$$2^{dum} = \tfrac{11}{14}\, A a;$$

$$3^{tium} = \tfrac{11}{58}\, C \left(1 - \tfrac{1}{\mathfrak{M}}\right) A a.$$

$$4^{tum} = \tfrac{11}{35}.\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A a.$$

oculi-

oculique distantia $O = \frac{1}{4} t (1 + \frac{2}{\mathfrak{M}})$, spatii vero in obiecto conspicui erit semidiameter $z = \frac{a}{2.(\mathfrak{M}+1)}$. Definito x siue per experientiam siue per formulam notam erit semidiameter aperturae

secundae lentis $= \frac{1}{4} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{x}{15}$ et tertiae $= \frac{x}{5}$.

et gradus claritatis $= \frac{20x}{\mathfrak{M}}$.

Coroll.

270. Hae formulae etiam ad telescopia accommodari possunt; erit enim $A a = p$ et $\mathfrak{M} = m$. Tum vero lentis obiectiuae distantia focalis definitur per hanc formulam

$$p = m \sqrt[3]{\mu m (\lambda + \frac{1}{15} (\frac{33}{113} \lambda' - \frac{3.14 \nu}{11^2}) + \frac{14^3}{11^3 . 2} (\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}))}$$

Longitudo huius telescopii erit circiter $= (\frac{11}{4} + \frac{11}{15} C) p$.

Exempl. III.

271. Sit nunc $\eta = 6$, vt esse debeat $R > \frac{\mathfrak{M}}{5}$ et sumatur $R = \frac{\mathfrak{M}}{4}$ ac reperitur $k = \frac{1}{4}$ et $P = 20$. Hinc porro fiet $\mathfrak{B} = -\frac{19}{8}$ et $B = -\frac{19}{25}$. Tum vero $\mathfrak{D} = -5$. et $D = -\frac{5}{6}$. Distantiae ergo focales ita se habebunt:

$p = \mathfrak{A} a$; $q = \frac{10}{183} A a$;

$r = \frac{30}{183} \mathfrak{C} . A a$; $s = \frac{11}{15} \frac{C}{\mathfrak{M}} A a$. et

$t = \frac{10}{30} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a$ seu $t = \frac{5}{12} . s$.

et

et interualla lentium

$1^{mum} = \frac{19}{35} . \mathrm{A}\, a;$

$2^{dum} = \frac{10}{105} \mathrm{A}\, a;$

$3^{tium}\ \frac{25}{153} \mathrm{C} (1 - \frac{1}{\mathfrak{M}}) \mathrm{A}\, a.$ et

$4^{tum} = \frac{133}{150} . \frac{\mathrm{C}}{\mathfrak{M}} . \mathrm{A}\, a.$

oculique distantia $\mathrm{O} = \frac{1}{2} t (1 + \frac{s}{\mathfrak{M}})$

Spatii conspicui semidiameter $z = \frac{a}{2(\mathfrak{M} + s)}$.

Definito denique x, vt ante, erit semidiameter aperturae lentis

secundae $= \frac{1}{\mathfrak{M}} q + \frac{x}{30}$ et tertiae $= \frac{1}{5} x;$

gradus autem claritatis manet $= 20 . \frac{x}{\mathfrak{M}}$.

Exempl. IV.

272. Sit vt ante $\eta = 6$, sumatur vero $\mathrm{R} = \mathfrak{M}$, ac reperitur $k = \frac{1}{3}$ et $\mathrm{P} = 15$. Hinc porro fit

$\mathfrak{B} = -\frac{7}{8}$ et $\mathrm{B} = -\frac{7}{15}$, at

$\mathfrak{D} = -10$. et $\mathrm{D} = -\frac{10}{11}$.

Distantiae ergo focales erunt

$p = \mathfrak{A}\, a; \ q = \frac{7}{45} \mathrm{A}\, a;$

$r = \frac{7}{30} \mathfrak{C} . \mathrm{A}\, a; \ s = \frac{7}{8} . \frac{\mathrm{C}}{\mathfrak{M}} . \mathrm{A}\, a;$

$t = \frac{7}{11} . \frac{\mathrm{C}}{\mathfrak{M}} . \mathrm{A}\, a$ seu $t = \frac{8}{11} s.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{14}{15} \cdot A\,a;$

$2^{dum} = \frac{14}{75} \cdot A\,a;$

$3^{tium} = \frac{7}{55} \cdot C. \left(1 - \frac{1}{\mathfrak{M}}\right) A\,a.;$

$4^{tum} = \frac{42}{55} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot A\,a.$

et diſtantia Oculi $= \frac{3}{4} t \left(1 + \frac{5}{\mathfrak{M}}\right)$ pariter, ac reliqua momenta, ſe habet, vt ante.

Corollarium.

273. Si haec ad teleſcopia transferantur, ponendo $A\,a = p$ et $\mathfrak{M} = m$, caſus hic poſterior antecedenti praeferendus videtur, ſiquidem praebet longitudinem parumper minorem, quippe quae neglectis terminis per $\mathfrak{M}$ diuiſis erit $= \left(1 \frac{3}{55} + \frac{7}{55} C\right) p.$ cum ex exemplo praecedente fuerit $= \left(1 \frac{7}{80} + \frac{10}{121} C\right) p$ Caſu ergo vltimi exempli lentis obiectiuae diſtantia focalis ita definietur, vt ſit

$$p = m \sqrt[3]{\mu m \left(\lambda + \frac{1}{13}\left(\frac{3^3}{7^3}\lambda' - \frac{20 \cdot \nu}{7^2}\right) - \frac{200}{343}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)\right)}$$

CASVS II.

quo $\zeta = 1.$

274. Cum ſit $\zeta = 1$, limites pro $\mathfrak{C}$ erunt $\mathfrak{C} < 1$ et $\mathfrak{C} > -2$, ita, vt $\mathfrak{C}$ aeque arbitrio noſtro permittatur, ac ante. Tum vero eſſe debebit

$$R > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}\mathfrak{M} + \eta - 1)}{(\eta - 1)(\mathfrak{C}\mathfrak{M} + 2\mathfrak{M} + \eta - 1)}$$

ſeu

ſeu neglectis minoribus partibus $R > \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{M}}{(\eta-1)(2+\mathfrak{C})}$.
Statuatur ergo $R = i\,\mathfrak{M}$, ſumendo ſcilicet $i > \frac{\mathfrak{C}}{(\eta-1)(2+\mathfrak{C})}$
Tum ergo fiet

$$k = \frac{\mathfrak{C}(\eta i - i - 1) + 2i(\eta-1)}{2i\mathfrak{C}} \text{ et } P = \frac{2i(\eta-1)\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}((\eta-1)i-1) + 2i(\eta-1)}$$

Hinc ergo fiet

$$P - 1 = \frac{\mathfrak{C}(i(\eta-1)+1) - 2i(\eta-1)}{\mathfrak{C}((\eta-1)i-1) + 2i(\eta-1)}$$

qui valor erit poſitiuus, ſeu $P > 1$, ſi fuerit

$$i < \frac{\mathfrak{C}}{(\eta-1)(2-\mathfrak{C})}.$$

Hoc ergo caſu prodit

$$\mathfrak{B} = \frac{-\mathfrak{C}(i(\eta-1)+1) + 2i(\eta-1)}{\mathfrak{C}(i(\eta-1)-1) + 2i(\eta-1)}$$

qui valor cum ſit negatiuus, etiam B erit negatiuum et ob $P > 1$ debebit A eſſe poſitiuum, vt ſuperiores conditiones poſtulant; ſin autem eſſet

$$i > \frac{\mathfrak{C}}{(\eta-1)(2-\mathfrak{C})};$$

tum foret $P < 1$ ſumique deberet A negatiue, ac prodiret $\mathfrak{B} > 0$. vnde vt etiam B fiat poſitiuum, inſuper neceſſe eſt, vt ſit $\mathfrak{B} < 1$, quod manifeſtum eſt, cum ſit $\mathfrak{B} = 1 - P$. Poſtea vero pro $\mathfrak{D}$ inueniendo notetur eſſe

$$M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}\mathfrak{M} + \eta - 1} \text{ et}$$

$$q = -M \text{ et } r = -\frac{(\eta-1)\mathfrak{M}}{\mathfrak{C}};$$

ex quibus prodit

$$\mathfrak{D} = -i(\eta-1)\,M\,\mathfrak{M} = -2i(\eta-1).$$

illi vero valores abibunt in hos:

$$\mathfrak{q} = -\frac{2}{\mathfrak{M}}; \text{ et } \mathfrak{r} = -\frac{2(\eta-1)}{\mathfrak{C}\mathfrak{M}}.$$

His valoribus inuentis confiderentur primo diftantiae focales, quae funt

$$p = \mathfrak{A}a; \ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{\eta-1}.a; \ s = \frac{ABC\mathfrak{D}}{1(\eta-1)\mathfrak{M}}.a$$

$$\text{et } t = \frac{ABCD}{\mathfrak{M}}.a.$$

Tum vero interualla

$$1^{mum} = A a\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$2^{dum} = -A.B.a\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{\eta-1}\right);$$

$$3^{tium} = -\frac{ABC.a}{\eta-1}\left(1 - \frac{1}{1\mathfrak{M}}\right);$$

$$4^{tum} = \frac{ABCD.a}{\mathfrak{M}}\left(\frac{1}{1(\eta-1)} + 1\right);$$

diftantia vero oculi.

$$O = \frac{t}{\mathfrak{M}M} = \frac{1}{2}t\left(1 + \frac{\eta-1}{\mathfrak{C}\mathfrak{M}}\right).$$

Deinde fimili modo, vt iam ante notauimus, littera x fiue per experientiam fiue ex formula nota definiri poterit. Tum vero erit lentis fecundae femidiameter aperturae.

$$= \frac{1}{4}\mathfrak{q}q + \frac{x}{P} = \frac{1}{2}.\frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{x}{P}.$$

tertiae vero lentis.

$$= \frac{1}{4}.\mathfrak{r}r + \frac{x}{\eta-1} = \frac{1}{2}.\frac{(\eta-1)r}{\mathfrak{C}\mathfrak{M}} + \frac{x}{\eta-1}$$

reliquae vero lentes quia funt vtrinque aeque convexae, maximam aperturam admittunt. Pro fpatio deni-

denique conſpicuo erit

$$z = \frac{1}{i} \cdot \frac{\mathfrak{C} \cdot a}{\mathfrak{C}\mathfrak{M} + \eta - 1} = \frac{a}{2\mathfrak{M}} \text{ proxime}$$

et menſura claritatis $= 20 \cdot \frac{x}{\mathfrak{M}}$.

Coroll. 1.

275. Si littera i contineatur intra hos limites, ſcilicet

$$i > \frac{\mathfrak{C}}{(\eta - 1)(2 + \mathfrak{C})} \text{ et } i < \frac{\mathfrak{C}}{(\eta - 1)(2 - \mathfrak{C})}$$

tum fit $P > 1$ et litterae $\mathfrak{B}$ et B negatiuae, littera vero A ſumi debet poſitiue; vnde omnia elementa eiusdem ſunt naturae, vti in caſu praecedente.

Coroll. 2.

276. Sin autem adeo fuerit $i > \frac{\mathfrak{C}}{(\eta - 1)(2 - \mathfrak{C})}$; tum littera P vnitate fit minor, hincque tam littera $\mathfrak{B}$, quam B fiunt poſitiuae; at vero littera A eſſe debebit negatiua, id quod duplici modo euenire poteſt, altero quo $\mathfrak{A} > 1$; altero vero, quo $\mathfrak{A} < 0$. quo poſteriore caſu lens prima euaderet concaua et inſtrumentum multis incommodis foret obnoxium.

Coroll. 3.

277. Sin autem fuerit $i = \frac{\mathfrak{C}}{(\eta - 1)(2 - \mathfrak{C})}$; tum fiet $P = 1$. hincque $\mathfrak{B} = 0$ et $B = 0$. Tum igitur ne fiat $q = 0$, neceſſe erit ſumi $A = \infty$, ita, tamen, vt ſit $A B = A \mathfrak{B} = -\frac{q}{a}$. Vnde cum ſit $1 - P = \mathfrak{B}$

erit primum interuallum

$$= \mathrm{A}\, a \left(1 - \frac{1}{p}\right) = - \mathrm{A}\, \mathfrak{B}.\, a = q$$

quare ob $\mathfrak{A} = 1$. fient distantiae focales

$$p = a;\ q = q;\ r = \frac{\mathfrak{C}\, q}{\eta - 1};$$

$$s = - \frac{\mathrm{C}\mathfrak{D}}{i(\eta - 1)\mathfrak{M}} q \text{ seu } s = \frac{i\mathrm{C}}{\mathfrak{M}}.\, q \text{ et}$$

$$t = - \frac{\mathrm{C}\,\mathrm{D}}{\mathfrak{M}}.\, q \text{ seu } t = \frac{2i(\eta - 1)\mathrm{C}}{2i(\eta - 1) + 1}.\, \frac{q}{\mathfrak{M}}.$$

Interualla vero lentium

$$1^{mum} = q;$$

$$2^{dum} = \frac{\eta}{\eta - 1}.\, q;$$

$$3^{tium} = \frac{\mathrm{C}}{\eta - 1}\left(1 - \frac{1}{i\mathfrak{M}}\right) q;$$

$$4^{tum} = - \frac{\mathrm{C}\,\mathrm{D}}{\mathfrak{M}}\left(1 + \frac{1}{i(\eta - 1)}\right) q.$$

$$= \frac{2i(\eta - 1) + 2}{2i(\eta - 1) + 1}.\, \frac{\mathrm{C}}{\mathfrak{M}}.\, q.$$

In reliquis vero momentis nihil mutandum occurrit.

Scholion.

278. Probe autem hic est notandum, casus in his duobus postremis corollariis contentos neutiquam ad telescopia transferri posse. Pro telescopiis enim ob $a = \infty$ necessario sumi debet $\mathfrak{A} = 0$ et $\mathrm{A} = 0$, cum in his casibus debeat esse $\mathfrak{A}$ vel infinitum vel negatiuum.

Exempl. I.

279. Sumamus $\eta = 2$ et quia C in iis tantum terminis occurrit, qui per $\mathfrak{M}$ sunt diuisi ideoque

que ſemper numerum praemagnum ſignificare debet, pro $\mathfrak{C}$ recte vnitatem aſſumere poterimus, hinc ergo pro littera R primus limes erit $i > \frac{1}{3}$, vt noſtra inſtrumenta ad caſum corollarii primi pertineant, ſumi quoque debet $i < 1$ hinc ergo capiatur $i = \frac{1}{2}$, vt ſit $R = \frac{1}{2}\mathfrak{M}$; vnde colligemus $k = \frac{1}{2}$ et $P = 2$. Deinde $\mathfrak{B} = -1$ et $B = -\frac{1}{2}$ et $\mathfrak{D} = -1$. hinc $D = -\frac{1}{2}$. Hinc diſtantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\, a;\ q = \tfrac{1}{2} A a;$$

$$r = \tfrac{\mathfrak{C}}{2}.\ A a;\ s = \tfrac{C A a}{\mathfrak{M}} \text{ et}$$

$$t = \tfrac{1}{4}.\ \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\ A a. \text{ ſeu } t = \tfrac{1}{4} s.$$

Interualla vero lentium erunt

$$1^{mum} = \tfrac{1}{2} A a;$$

$$2^{dum} = \tfrac{3}{4} A a.;$$

$$3^{tium} = \tfrac{C}{2}(1 - \tfrac{2}{\mathfrak{M}}) A a;$$

$$4^{tum} = \tfrac{5}{4}.\ \tfrac{C}{\mathfrak{M}} A a.$$

ac diſtantia oculi $O = \frac{1}{2} t (1 + \frac{1}{\mathfrak{M}})$.

Semidiametri denique aperturarum lentis

$$1^{mae} = x;$$

$$2^{dae} = \tfrac{1}{2} \tfrac{q}{\mathfrak{M}} + \tfrac{1}{2} x;$$

$$3^{tiae} = \tfrac{1}{2} \tfrac{r}{\mathfrak{M}} + x.$$

Exempl.

Exemplum 2.

280. Maneat $\eta = 2$, ſumatur vero $i = 1$, ſiue $R = \mathfrak{M}$, atque erit $k = 1$ et $P = 1$, tum vero $\mathfrak{B} = 0 = B$ et $\mathfrak{D} = -2$, et $D = -\frac{2}{3}$; vnde ex corollario tertio nanciſcimur

$$p = a;\ q = q;\ r = q;$$
$$s = \frac{2C}{\mathfrak{M}} q;\ t = \frac{2}{3} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q. \text{ ſeu } t = \frac{1}{3} s.$$

Interualla vero lentium erunt

$$1^{mum} = q;$$
$$2^{dum} = 2q;$$
$$3^{tium} = C\left(1 - \frac{1}{\mathfrak{M}}\right) q;$$
$$4^{tum} = \frac{4}{3} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} q;$$

reliqua vero momenta perinde ac in praecedente exemplo ſe habebunt.

Exempl. 3.

281. Maneat $\eta = 2$, et ſumatur $i = 2$, vt ſit $R = 2\mathfrak{M}$; erit ergo $k = \frac{5}{4}$ et $P = \frac{4}{3}$, vnde $\mathfrak{B} = \frac{1}{3}$, hinc $B = \frac{1}{4}$; tum vero $\mathfrak{D} = -4$ et $D = -\frac{4}{5}$. Hinc cum A debeat eſſe negatiuum, ſtatuatur

$$A = -\alpha, \text{ vt ſit } \mathfrak{A} = -\frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha - 1};$$

ex quo diſtantiae focales erunt

$$p = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot a;\ q = \frac{1}{4} \alpha a;$$
$$r = \frac{1}{4} \mathfrak{C} \alpha a;\ s = \frac{1}{8} \cdot \frac{\ }{\mathfrak{M}} \alpha a$$

et

et $t = \frac{1}{3} \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a$ siue $t = \frac{2}{3} s$.

Interualla vero erunt

$1^{mum} = \frac{1}{4} \alpha a$;

$2^{dum} = \frac{5}{15} \alpha a$.

$3^{tium} = \frac{1}{4} C \left(1 - \frac{1}{2\mathfrak{M}}\right) \alpha a$.

$4^{tum} = \frac{3}{15} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a$.

Reliqua vero momenta sunt iterum, vt in exemplo primo. Hoc autem probe notandum est, si capiatur $\alpha = 1$. prodire $p = \infty$ ideoque primam lentem plane reiici posse, ita, vt microscopium ex solis lentibus posterioribus componatur. Quia autem tum confusio prodiret enormis, cum in formulis capitis praecedentis sumi deberet $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$, hoc instrumentum merito reiicimus multoque magis ea, quae prodirent, si esset $\alpha < 1$. Ac si α vnitatem haud parum superet, haec instrumenta in praxi vsum habere posse videntur.

Exempl. 4.

282. Sit nunc $\eta = 4$ et cum primus limes sit $i > \frac{1}{3}$, pro casu corollarii primi sumamus $i < \frac{1}{3}$; sit igitur $i = \frac{1}{2}$ sumto $\mathfrak{C} = 1$, eritque $k = \frac{1}{2}$; $P = 2$; hinc $\mathfrak{B} = -1$; $B = -\frac{1}{2}$; $\mathfrak{D} = -1$; $D = -\frac{1}{2}$; vnde distantiae focales erunt

$p = \mathfrak{A} a$; $q = \frac{1}{2} A a$;

 $r = \frac{1}{2}$

$r = \frac{1}{2} \cdot Aa$; $s = \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot Aa$; et

$t = \frac{1}{4} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot Aa$. seu $t = \frac{1}{4} s$.

Interualla vero lentium

$1^{mum} = \frac{1}{3} Aa$;

$2^{dum} = \frac{5}{18} Aa$;

$3^{tium} = \frac{C}{8} (1 - \frac{8}{\mathfrak{M}}) Aa$;

$4^{tum} = \frac{1}{4} \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot Aa$.

Oculi diſtantia $O = \frac{1}{3} t (1 + \frac{8}{\mathfrak{M}})$.

Porro $x = \frac{a}{3(\mathfrak{M} + 1)}$.

Semidiametri porro aperturarum erunt lentis

primae $= x$;

ſecundae $= \frac{1}{3} \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x$;

tertiae $= \frac{1}{3} \cdot \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x$.

Exempl. 5.

283. Maneat $\eta = 4$, at ſumatur $i = \frac{1}{3}$ ſecundum Coroll. tertium; eritque $k = 1$ et $P = 1$; vnde colliguntur diſtantiae focales

$p = a$; $q = q$; $r = \frac{1}{3} q$;

$s = \frac{2C}{\mathfrak{M}} q$. et $t = \frac{1}{3} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q = \frac{1}{3} s$.

et lentium interualla

$1^{mum} = q$; $2^{dum} = \frac{4}{3} q$;

3^{tium}

$3^{tium} = \frac{C}{7}(1 - \frac{2}{\mathfrak{M}})q;$
$4^{tum} = \frac{4}{7} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} q. = 2\,t.$

Diſtantia oculi $O = \frac{1}{2} t (1 + \frac{2}{\mathfrak{M}})$ et reliqua momenta omnia ſunt, vt ante.

Exempl. 6.

284. Manente $\eta = 4$, ſumatur $i = 1$. eritque $k = 4$ et $P = \frac{3}{4}$; tum vero $\mathfrak{B} = \frac{1}{4}$ et $B = \frac{1}{3}$ et $\mathfrak{D} = -6$; $D = -\frac{6}{7}$. Cum igitur B ſit poſitiuum, littera A negatiua eſſe debet. Sit igitur $A = -\alpha$ fietque $\mathfrak{A} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$, vnde prodibunt diſtantiae focales

$p = \mp \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot a; \; q = \frac{1}{3} \alpha a;$
$r = \frac{1}{9} \mathfrak{C}. \alpha a; \; s = \frac{2}{9} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a.$ et
$t = \frac{2}{7} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a; \; t = \frac{9}{7} s.$

et interualla lentium

$1^{mum} = \frac{1}{3} \alpha a.$
$2^{dum} = \frac{5}{9} \alpha a.$
$3^{tium} = \frac{1}{9} C. (1 - \frac{2}{\mathfrak{M}}) \alpha a.$
$4^{tum} = \frac{8}{21} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a.$

Diſtantia oculi O cum reliquis momentis eadem, ac ante, manet.

Problema 3.

285. Microſcopium ex ſex lentibus conſtruere, quae ita ſint diſpoſitae, vt prior imago realis in interual-

teruallum fecundum, posterior vero in quartum incidat.

Solutio.

Quinque igitur litterarum P, Q, R, S, T fecunda et quarta debent esse negatiuae; quare ponatur $Q = -k$ et $S = -k'$, vt fit $P k R k' T = \mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$. Hinc erit vltimae lentis distantia focalis

$$u = -\frac{ABCDE}{\mathfrak{M}} . a,$$

quae debet esse positiua aeque ac lentium interualla, quae sunt

$$1^{mum} = A a (1 - \tfrac{1}{P});$$
$$2^{dum} = -\tfrac{AB}{P} a (1 + \tfrac{1}{k});$$
$$3^{tium} = -\tfrac{ABC}{Pk} a (1 - \tfrac{1}{R});$$
$$4^{tum} = \tfrac{ABCD}{PkR} a (1 + \tfrac{1}{k'});$$
$$5^{tum} = \tfrac{ABCDE}{PkRk'} a (1 - \tfrac{1}{T}).$$

Ob quintum ergo debet esse $T < 1$. ob quartum vero $E < 0$. hincque $ABCD > 0$. Ob fecundum vero esse debet $AB < 0$. hincque etiam CD negatiuum. Statuatur nunc $M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}+\mathfrak{t}+\mathfrak{u}}{\mathfrak{M}-1}$ et quia campus maximus desideratur, sumi poterit $\mathfrak{s} = 1$; $\mathfrak{t} = 1$ et $\mathfrak{u} = 1$, vt fiat

$$M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+3}{\mathfrak{M}-1} \text{ hincque } z = M a \xi = \tfrac{\xi}{4} . M a.$$

et distantia oculi $O = \frac{\mathfrak{u}}{\mathfrak{M} M}$ quae cum sit positiua, destructio marginis colorati praebet

0 =

$$o = \frac{q}{P} - \frac{r}{Pk} - \frac{1}{PkR} + \frac{1}{PkRk'} + \frac{1}{PkRk'T}$$

vnde colligitur

$$k'(1 + \tfrac{1}{T}) = -qkR + rR + 1.$$

et quia conſtat, eſſe $T < 1$, ſtatuatur breuitatis gratia $1 + \frac{1}{T} = \mathfrak{D}$, vt ſit $\mathfrak{D} > 2$, hincque $T = \frac{1}{\theta - 1}$; ex quo habebitur

$$k' = -\frac{qkR + rR + 1}{\theta}; \text{ ergo ob } \frac{PkRk'}{\theta - 1} = \mathfrak{M}$$

fiet ſtatim

$$PkR = \frac{(\theta - 1)\mathfrak{M}}{k'} = \frac{\mathfrak{M}(\theta - 1)(1 + rR - qkR)}{\theta}.$$

Praeterea iam conſiderandae ſunt aequationes ſequentes:

1°. $\mathfrak{B}q = (P - 1)M$;

2°. $\mathfrak{C}r = -(1 + Pk)M - q$;

3°. $\mathfrak{D} = -(1 + PkR)M - q - r$;

4°. $\mathfrak{E} = (PkRk' - 1)M - q - r - 1$;

pro quarum reſolutione ſtatuamus breuitatis gratia

$$\frac{1 - P}{\mathfrak{B}} = \zeta \text{ et } 1 + Pk = \eta, \text{ vt fiat}$$

$$q = -\zeta M \text{ et } r = \frac{(\zeta - \eta)M}{\mathfrak{C}} \text{ ergo}$$

$$3 + q + r = \frac{1\mathfrak{C} + (\zeta(1 - \mathfrak{C}) - \eta)M}{\mathfrak{C}} = M(\mathfrak{M} - 1);$$

vnde concluditur

$$M = \frac{1\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}; \text{ vnde viciſſim}$$

$$q = -\frac{1\zeta\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta} \text{ et } r = \frac{1(\zeta - \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

 Nunc

Nunc ergo habebimus $\mathrm{P}k\mathrm{R} = (\eta - 1)\mathrm{R}$, feu

$$(\eta - 1)\mathrm{R} = \mathfrak{M}\,\frac{\theta - 1}{\theta}\left(1 + \frac{3\mathrm{R}(\zeta + \zeta\mathfrak{C}k - \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}\right)$$

vnde ob rationes ante allegatas litteram k definire conuenit; quem in finem notaffe iuuabit litteras ζ et η vna cum $\mathfrak{C}$ femper prae multiplicatione $\mathfrak{M}$ fore valde exiguas; alioquin enim campus praeter neceffitatem diminueretur; contra vero R etiam fore numerum praemagnum; vnde fuperior illa aequatio induet hanc formam

$$(\eta - 1)\mathrm{R} = \frac{\theta - 1}{\theta}\left(\frac{\mathfrak{C}\mathfrak{M} + 3\mathrm{R}(\zeta - \eta) + 3\mathrm{R}\zeta\mathfrak{C}k}{\mathfrak{C}}\right)$$

ex qua fequitur

$$k = \frac{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta\mathrm{R} - (\theta - 1)\mathfrak{C}\mathfrak{M} - 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)\mathrm{R}}{3(\theta - 1)\zeta\mathfrak{C}\mathrm{R}}$$

qui valor cum debeat effe pofitiuus, debebit effe

$$\mathrm{R} > \frac{(\theta - 1)\mathfrak{C}\mathfrak{M}}{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta - 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)}$$

exiftente

$(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta > 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)$, feu $\mathfrak{C} > \frac{3(\theta - 1)(\zeta - \eta)}{(\eta - 1)\theta}$.
Cum vero vt in problemate praecedente effe debeat $\mathfrak{C} < 1$.; numerator illius limitis minor effe debet fuo denominatore, hincque $\zeta < \frac{\theta(4\eta - 1) - 3\eta}{3(\theta - 1)}$. His ergo conditionibus obferuatis, ponamus breuitatis gratia iterum, vt ante, $\mathrm{R} = i\,\mathfrak{M}$, ita, vt effe debeat

$$i > \frac{(\theta - 1)\mathfrak{C}}{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta - 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)}$$

habe-

habebimus inde

$$k = \frac{i(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta - (\theta - 1)\mathfrak{C} - 2i(\theta - 1)(\zeta - \eta)}{2i(\theta - 1)\zeta\mathfrak{C}} \text{ et } P = \frac{\eta - 1}{k};$$

pro quo valore duos caſus conſiderari conuenit. Si $P > 1$; tum debet eſſe $A > 0$. ideoque $B < 0$. quod quidem ſponte euenit, cum prodeat $\mathfrak{B} < 0$. Hoc ergo euenit, quando $k < \eta - 1$; ex quo concluditur

$$i < \frac{(\theta - 1)\mathfrak{C}}{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta - 2(\theta - 1)((\eta - 1)\zeta\mathfrak{C} + \zeta - \eta)}$$

qui limes manifeſto maior eſt ſuperiore. Sin autem littera i adeo hunc limitem ſuperet, tunc fiet $P < 1$. ideoque A negatiue ſumi debebit et quia $\mathfrak{B}$ prodit poſitiuum, B eatenus tantum erit poſitiuum, vti requiritur, quatenus fit $\mathfrak{B} < 1$. Fit vero ſemper $\mathfrak{B} < 1$, niſi fuerit $\zeta < 1$. atque ſi etiam fuerit $\zeta < 1 - P$ caſus erit impoſſibilis. Deinde cum ſit

$$P k R = (\eta - 1) i \mathfrak{M},$$

neglectis terminis prae $\mathfrak{M}$ valde paruis ob $\mathfrak{M} M = 3$ proxime, erit

$$\mathfrak{D} = -3 i (\eta - 1), \text{ hinc } D = -\frac{3i(\eta - 1)}{3i(\eta - 1) + 1}.$$

Porro cum ſit

$$. P k R k' = \frac{\mathfrak{M}}{T} = \mathfrak{M}(\theta - 1),$$

fiet eodem modo

$$\mathfrak{E} = 3\mathfrak{D} - 4 \text{ et } E = \frac{3\theta - 4}{3 - 3\theta} \text{ ſeu } E = -\frac{(3\theta - 4)}{3\theta - 3}.$$

Hinc ergo diſtantiae focales ita ſe habebunt:

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} . a; \; r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{k - 1} . a;$$

$s =$

$$s = + \frac{ABC.3i(\eta-1)}{(\eta-1)i\mathfrak{M}}.a = - \frac{3.ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$t = - \frac{3i(\eta-1)(2\theta-1)}{(3i(\eta-1)+1)(\theta-1)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$u = - \frac{2i(\eta-1)(3\theta-1)}{(3i(\eta-1)+1)(3\theta-5)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$

vbi notetur esse quoque $q = \frac{1}{\zeta}(1 - \frac{1}{P})Aa$, ita, vt sit q ad primum interuallum, vt $1 : \zeta$. Interualla autem erunt

$$1^{mum} = Aa(1 - \frac{1}{P}) = \zeta q;$$

$$2^{dum} = - AB.a(\frac{1}{P} + \frac{1}{\eta-1});$$

$$3^{tium} = - ABC.a(\frac{1}{\eta-1} - \frac{1}{i(\eta-1)\mathfrak{M}})$$

$$= - \frac{ABC}{\eta-1}.a(1 - \frac{1}{i\mathfrak{M}});$$

$$4^{tum} = \frac{ABCD.a}{\mathfrak{M}}(\frac{1}{i(\eta-1)} + \frac{1}{\theta-1})$$

$$= - \frac{3(i(\eta-1)+\theta-1)}{(3i(\eta-1)+1)(\theta-1)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$5^{tum} = - \frac{2i(\eta-1)(3\theta-1)(\theta-2)}{(3i(\eta-1)+1)(\theta-1)(3\theta-5)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a.$$

Distantia vero oculi erit

$$O = \frac{u}{\mathfrak{M}M} = \frac{1}{3}u. \text{ proxime.}$$

Spatii vero conspicui semidiameter erit

$$z = \frac{1}{4}aM = \frac{3.a}{4.\mathfrak{M}}.$$

Tum vero semidiameter aperturae lentis primae est $= x$ siue per formulam notam siue per experientiam definiendus. Lentis vero

$$2^{dae} = \frac{1}{4}\mathfrak{q}q + \frac{x}{P} = \frac{1}{4}.\frac{\zeta}{\mathfrak{M}}q + \frac{x}{p};$$

$$3^{tiae} = \frac{1}{4}\mathfrak{r}r + \frac{x}{Pk} = \frac{1}{4}.\frac{\zeta-\eta}{\mathfrak{E}\mathfrak{M}}r + \frac{x}{\eta-1};$$

reliquarum vero lentium, quae debent esse vtrinque aeque

aeque conuexae, ſemidiametri aperturarum erunt reſpectiue $\frac{1}{4}s$; $\frac{1}{4}t$ et $\frac{1}{4}u$. Denique autem menſura claritatis fiet $= 20. \frac{x}{\mathfrak{M}}$.

Coroll.

286. Si ſtatuatur $\zeta = 0$, pro ſecunda lente erit $q = \infty$, qui caſus eodem redit, ac ſi haec lens plane abeſſet; tum autem erit $k = \infty$ et $P = 0$, $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$, vnde etſi primum interuallum fit $= -\infty$, ob ſecundam lentem deficientem interuallum primae et tertiae lentis fiet nihilominus finitum $= \frac{\eta}{\eta - 1}. Aa$. Deinde vero capi debebit

$$i > \frac{(\theta - 1)\mathfrak{C}}{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta + 1\eta(\theta - 1)}.$$

Pro $\mathfrak{C}$ vero ſufficit, vt capiatur intra limites 1 et 0, quandoquidem C debet eſſe numerus poſitiuus ob $D < 0$. Reliquae vero determinationes manent, vt ante, ſi modo notetur, eſſe $B = -1$.

Coroll. 2.

287. Quia hoc caſu lens ſecunda tollitur, hoc modo ſolutio habebitur problematis, quo microſcopium ex quinque lentibus conſtructum quaeritur, quae ita ſint diſpoſitae, vt prima imago realis in primum interuallum, poſterior vero in tertium incidat; cuius ergo problematis ſolutio etiam ſuppeditat campum triplicatum.

Coroll. 3.

288. Quia in genere ob rationes ante allegatas littera C ſemper deſignare debet numerum ſatis magnum, ne ſcilicet lentes poſteriores fiant nimis exiguae, ſatis prope erit $\mathfrak{C} = 1$ atque adeo in praxi tuto ſtatuere licebit $\mathfrak{C} = 1$. Tum igitur ſumi debebit

$$i > \frac{\theta - 1}{(\eta - 1)\theta - 2(\theta - 1)(\zeta - \eta)} \text{ deinde vero}$$

$$k = \frac{2(\eta - 1)\theta - 2i(\theta - 1)(\zeta - \eta) - \theta + 1}{2i(\theta - 1)\zeta}.$$

CASVS I

quo $i = \infty$ et $\vartheta = 3$.

289. Hoc ergo caſu eſſe debet $\zeta < \frac{3\eta - 1}{2}$ tum vero erit

$$k = \frac{3\eta - 2\zeta - 1}{2\zeta} \text{ et } P = \frac{2(\eta - 1)\zeta}{3\eta - 2\zeta - 1}.$$

Vt igitur fiat $P > 1$, debebit eſſe $\zeta > \frac{3\eta - 1}{2\eta}$. Quare fiet $P > 1$, ſi capiatur ζ intra limites $\frac{3\eta - 1}{2}$ et $\frac{3\eta - 1}{2\eta}$; quo ergo caſu A ſumi debet poſitiue et quia reperitur $\mathfrak{B} < 0$, ſponte fit $B < 0$. Sin autem ſit $\zeta < \frac{3\eta - 1}{2\eta}$, tunc erit $P < 1$ hincque $A < 0$, ita, vt debeat eſſe $B > 0$, hincque $\mathfrak{B} < 1$, erit vero $\mathfrak{B} < 1$, ſi $1 - P < \zeta$, ſiue $P > 1 - \zeta$ quod quidem ſemper euenit, niſi ſit $\zeta < 1$. Supereſt ergo examinare caſum $\zeta < 1$. et quia tum eſſe debet $P > 1 - \zeta$ oritur inde haec relatio $\zeta(5\eta - 1) - 2\zeta^2 > 3\eta - 1$. vnde patet, eſſe debere $\zeta =$

$$\zeta = \frac{5\eta - 1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{25\eta^2 - 34\eta + 9 - \alpha}$$

denotante α numerum quempiam positiuum, siue

$$\zeta > \frac{5\eta - 1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{25\eta^2 - 34\eta + 9}$$

qui ergo limes pro ζ pendet ab η, ita, vt sumto $\eta = 2$ debeat esse $\zeta > \frac{9 - \sqrt{41}}{4}$ seu $\zeta > \frac{5}{8}$ sin autem fuerit $\eta = 4$, debet esse $\zeta > \frac{19 - \sqrt{273}}{4}$ seu proxime $\zeta > \frac{5}{8}$. At si sit $\eta = 6$. prodit $\zeta > \frac{29 - \sqrt{705}}{4}$ seu proxime $\zeta > \frac{5}{8}$ vt ante, sicque patet ζ nunquam infra $\frac{5}{8}$ accipi posse. Nunc igitur pronuntiare poterimus, limites, intra quos ζ capi debeat, esse $\frac{5}{8}$ et $\frac{2\eta - 1}{2}$. His notatis distantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}a = \frac{1}{\zeta}\left(1 - \frac{1}{p}\right)Aa.$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{\eta - 1}.a;\ s = -3\frac{ABC}{\mathfrak{M}}a.$$

$$t = -\frac{5}{8}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}a;\ u = -\frac{5}{4}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = Aa\left(1 - \frac{1}{p}\right);$$

$$2^{dum} = -AB\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{\eta - 1}\right)a;$$

$$3^{tium} = -\frac{ABC}{\eta - 1}.a;$$

$$4^{tum} = -\frac{1}{2}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$5^{tum} = -\frac{5}{8}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a.$$

Reliqua momenta se habent vti in problemate, quippe quae ab u non pendent.

Scholion.

290. Mirum hic videbitur, quod hoc casu tam P maius vnitate, quam minus vnitate fieri possit, cum in solutione problematis ostenderimus, tum solum P fieri > 1, quando littera i contineatur intra limites

$$\frac{(\theta-1)\mathfrak{C}}{(\eta-1)\mathfrak{C}\theta-2(\theta-1)(\zeta-\eta)} \text{ et } \frac{(\theta-1)\mathfrak{C}}{(\eta-1)\mathfrak{C}\theta-2(\theta-1)(\zeta-\eta+(\eta-1)\zeta\mathfrak{C})}$$

quando vero i etiam posteriorem limitem superauerit; tum semper fore $P < 1$. Quare cum hic adeo sumserimus $i = \infty$, hinc vtique sequi videtur semper esse debere $P < 1$, quod tamen, vt vidimus, secus euenit. Ad quod dubium soluendum natura posterioris limitis accuratius perpendi debet, si enim is ipse iam fieret infinitus, tum certe mirari desinemus, si etiam sumto $i = \infty$ reperiatur $P > 1$. Sin autem in hoc limite posteriore denominator non solum euanescat, sed adeo negatiuus euadat; tum ipse limes non tam negatiuus, quam infinito maior spectari debebit, ita, vt positio $i = \infty$ adhuc inter illos limites contineri sit censenda. Nunc igitur manifestum est, limitem posteriorem fieri $= \infty$, si sumto $\mathfrak{C} = 1$ fuerit

$$\zeta = \frac{(2\eta-1)\theta-2\eta}{2\eta(\theta-1)},$$

sumtoque $\mathfrak{D} = 3$, vti fecimus, si fuerit $\zeta = \frac{2\eta-1}{2\eta}$. Sin autem sit $\zeta > \frac{2\eta-1}{2\eta}$ (semper autem esse debet $\zeta < \frac{2\eta-1}{2}$); tum ille limes fit quasi infinito maior, hincque $i = \infty$ ipso minor; vnde necessario fieri debebit

bebit $P > 1$. Sin autem fit $\zeta < \frac{3\eta - 1}{2\eta}$; tum ille limes adhuc erit fin tus ideoque valor $i = \infty$ illo erit fine dubio maior; vnde etiam his tantum cafibus fiet $P < 1$. Hoc notato iftum cafum aliquot exemplis illuftremus.

Exempl. I.

291. Sumamus $\eta = 2$ et cum pro ζ prior limes fit $\zeta < \frac{5}{2}$; pofterior vero limes $\frac{5}{4}$; fumamus $\zeta = 2$, vt cadat intra hos limites; vnde fiet $k = \frac{1}{4}$ et $P = 4$, hinc $\mathfrak{B} = -\frac{3}{2}$ et $B = -\frac{3}{5}$ vnde diftantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\, a;\ q = -\tfrac{1}{4}\mathfrak{B}.\ A\, a = \tfrac{3}{8} A\, a;$$

$$r = \tfrac{5}{3} A\, a;\ s = \tfrac{9}{5}.\ \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\ A\, a;$$

$$t = \tfrac{3}{8}\ \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\ A\, a,\ u = \tfrac{3}{4}.\ \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\ A\, a.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = \tfrac{3}{4} A\, a;\ 2^{dum} = \tfrac{3}{4} A\, a;$$

$$3^{tium} = \tfrac{5}{3} C.\ A\, a;\ 4^{tum} = \tfrac{3}{10}.\ \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\ A\, a.$$

$$\text{et } 5^{tum} = \tfrac{3}{8}\ \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\ A\, a.$$

Diftantia oculi $O = \frac{1}{3} u$ proxime; $z = \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$;
femidiameter aperturae lentis primae $= x$;
fecundae $= \frac{3}{2\mathfrak{M}} q + \frac{x}{4}$; tertiae $= x$.
ac denique menfura claritatis $= 20.\ \frac{x}{\mathfrak{M}}$, vti femper.

Exemplum 2.

292. Manente $\eta = 2$, aequetur ζ ipsi alteri limiti, scilicet $\zeta = \frac{5}{4}$ fietque $k = 1$ et $P = 1$, hinc ergo prodit $\mathfrak{B} = 0$ et $B = 0$. Quare ne tam prima lens, quam interualla euanescant, sumi debet $A = \infty$ ideoque $\mathfrak{A} = 1$, ita, vt sit $A\mathfrak{B}$ siue $AB = -\frac{q}{a}$ et cum sit $\mathfrak{B} = \frac{4}{5}(1 - P)$, erit reuera $1 - P = \frac{5}{4}\mathfrak{B}$ hincque $Aa(1 - \frac{1}{P}) = \frac{5}{4} q$. Quare distantiae focales erunt

$$p = a;\ q = q;\ r = \mathfrak{C} q;$$

$$s = 3 \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q;\ t = \frac{5}{8} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q;\ u = \frac{5}{4} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q;$$

vbi secunda q arbitrio nostro relinquitur. Tum vero lentium interualla

$$1^{mum} = \frac{5}{4} q;\ 2^{dum} = 2q;$$

$$3^{tium} = Cq;\ 4^{tum} = \frac{5}{8} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q;\ 5^{tum} = \frac{5}{8} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q.$$

Valores O et z erunt, vt ante; at semidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \frac{15}{16\mathfrak{M}} q + x \text{ et } 3^{tiae} = \frac{9}{16\mathfrak{M}} r + x.$$

Exempl. 3.

293. Manente $\eta = 2$, sumatur $\zeta < \frac{5}{4}$ et cum esse debeat $\zeta > \frac{5}{8}$ vti ostendimus, sumatur $\zeta = \frac{3}{4}$ eritque $k = \frac{7}{8}$ et $P = \frac{6}{7}$; vnde fit $\mathfrak{B} = \frac{16}{21}$, hincque $B = \frac{16}{5}$, qui valor cum sit positiuus, littera A negatiue capi debet, vti etiam primum interuallum postulat ob $P < 1$.

$P < 1$. Sit igitur $A = -\alpha$ ideoque $\mathfrak{A} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$ eruntque distantiae focales

$$p = \frac{3\alpha a}{\alpha - 1};\; q = \tfrac{16}{9}\alpha a;$$

$$r = \tfrac{16}{5}\mathfrak{C}\,\alpha a;\; s = \tfrac{48}{5}\cdot\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\,\alpha a;$$

$$t = 8\cdot\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\,\alpha a;\; u = 4\cdot\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\,\alpha a.$$

Internalla lentium

$$1^{mum} = \tfrac{4}{3}\alpha a;\; 2^{dum} = \tfrac{32}{3}\alpha a;$$

$$3^{tium} = \tfrac{16}{3}C.\,\alpha a;\; 4^{tum} = \tfrac{8}{3}\cdot\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\,\alpha a;$$

$$5^{tum} = 2\cdot\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\cdot\alpha a.$$

Reliqua se habebunt, vt ante ac siqua differentia in aperturis deprehenditur, ea in praxi attendi non meretur; interim tamen semidiameter secundae lentis

$$= \tfrac{9}{16}\tfrac{q}{\mathfrak{M}} + \tfrac{7}{3}x \text{ et } 3^{tiae} = \tfrac{3}{16}\tfrac{r}{\mathfrak{M}} + x.$$

Exempl. 4.

294. Statuatur nunc $\eta = 4$ et cum esse debeat $\zeta < \frac{11}{8}$, posterior vero limes sit $\frac{11}{8}$, quo scilicet casus $P > 1$ et $P < 1$ distinguntur. Sumatur $\zeta = 3$ et erit $k = \frac{5}{8}$ et $P = \frac{11}{8}$. Vnde fit $\mathfrak{B} = -\frac{13}{17}$ et $B = -\frac{13}{30}$. Distantiae ergo focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}\,a;\; q = \tfrac{93}{34}A\,a;$$

$$r = \tfrac{13}{14}\mathfrak{C}.\,A\,a;\; s = \tfrac{30}{38}\cdot\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\cdot A\,a;$$

$$t = \tfrac{65}{38}\cdot\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\cdot A\,a;\; u = \tfrac{65}{318}\cdot\tfrac{C}{\mathfrak{M}}\cdot A\,a = \tfrac{1}{8}t.$$

Inter-

Interualla vero lentium

$1^{mum} = \frac{15}{16}\, A\, a;\; 2^{dum} = \frac{145}{304}\, A\, a;$

$3^{tum} = \frac{15}{34} .\, C.\, A\, a;\; 4^{tum} = \frac{15}{16} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A\, a;$

$5^{tum} = \frac{65}{334} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A\, a.$

Denique ſemidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{-9}{4\mathfrak{M}} . q + \frac{5}{16} x.$ et $3^{tiae} = \frac{5}{4\mathfrak{M}} r + \frac{5}{9} x.$

Exempl. 5.

295. Manente $\eta = 4$, ſit $\zeta = \frac{11}{5}$ ac erit $k = 3$ et $P = 1$ vnde $\mathfrak{B} = \frac{1 - P}{\zeta} = \frac{5}{11}(1 - P) = 0$ et $B = 0$. Vnde aſſumi debet $A = \infty$, ita, vt fiat $\mathfrak{A} = 1$; tum igitur introducto q in calculum fiet $A\mathfrak{B} = AB = -\frac{q}{a}$; vnde fit $A\, a \frac{(1 - P)}{P} = \frac{11}{8} q$ ſicque diſtantiae focales erunt

$p = a;\; q = q;$

$r = \frac{1}{3} \mathfrak{C} q;\; s = 3 . \frac{C}{\mathfrak{M}} q;$

$t = \frac{5}{8} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q$ et $u = \frac{5}{4} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{11}{8} q;\; 2^{dum} = \frac{4}{3} q;$

$3^{tum} = \frac{1}{3} C q;\; 4^{tum} = \frac{1}{8} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q$

et $5^{tum} = \frac{5}{8} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q.$

Semidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{55}{36} . \frac{q}{\mathfrak{M}} + x;\; 3^{tiae} = \frac{65}{36} . \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x.$

Exempl.

Exempl. 6.

296. Manente adhuc $\eta = 4$, fit $\zeta = \frac{2}{3}$, ac reperitur $k = \frac{19}{4}$ et $P = \frac{12}{29}$ vnde fit $\mathfrak{B} = \frac{51}{38}$ et $B = \frac{51}{7}$ ex quo tanto valore iam perſpicuum eſt, huiusmodi microſcopiis in praxi locum concedi non poſſe.

CASVS II.

quo $\eta = 4$ et $\vartheta = 3$.

297. Quoniam debet eſſe $\eta > 1$ eiusque valor nimis paruus quibusdam incommodis eſt obnoxius; nimis magnus vero campo nocet, mediocri ſemper valore vti conueniet, cuiusmodi eſt $\eta = 4$; tum vero valor $\vartheta = 3$ ſeu $T = \frac{1}{3}$ idoneum interuallum inter vltimas lentes praebet; littera autem $\mathfrak{C}$ tam parum ab vnitate deficere debet, vt in noſtris formulis liceat ſumere $\mathfrak{C} = 1$. His praemiſſis pro ζ limes erit $\zeta < \frac{11}{2}$. Pro $\mathfrak{C}$ vero habebimus

$$\mathfrak{C} < 1 \text{ et } \mathfrak{C} > \tfrac{2}{3}(\zeta - 4);$$

vnde patet, etiamſi fit $\zeta = \frac{11}{2}$, tamen fore $\mathfrak{C} = 1$, ita, vt certe ſumi poſſit $\mathfrak{C} = 1$. Porro pro littera i fiet $i > \frac{2}{11 - 6\zeta}$. Deinde obtinebimus

$$k = \frac{(11 - 6\zeta)i - 2}{6\zeta i} \text{ vnde fit } P = \frac{12\zeta i}{(11 - 6\zeta)i - 2}.$$

Hinc oritur $\mathfrak{B} = \frac{(11 - 24\zeta)i - 2}{((11 - 6\zeta)i - 2)\zeta}$.

Hic duos caſus diſtingui oportet, prior eſt, quo fit $P > 1$ hincque A valorem poſitiuum habere debet, quod

euenit, si $\mathfrak{B}$ fiat < 0 ideoque $i < \frac{2}{33 - 24\zeta}$, siue quando i continetur intra limites $\frac{2}{33 - 16\zeta}$ et $\frac{2}{33 - 24}$ atque hoc casu etiam B fit negatiuum, ita, vt sit $AB < 0$. Alter casus, quo $P < 1$; locum habet, si fuerit $i > \frac{2}{33 - 24\zeta}$, quo casu A valorem habebit negatiuum; quo igitur B nanciscatur valorem positiuum, debet esse $\mathfrak{B} < 1$. hincque $i < \frac{2(1-\zeta)}{6\zeta^2 - 57\zeta + 33}$. Cum igitur sit $i > \frac{2}{33 - 24\zeta}$, id euenit, si fuerit

$$\frac{1-\zeta}{6\zeta^2 - 57\zeta + 33} > \frac{1}{33 - 24\zeta}$$

vnde sequeretur $\zeta > 0$. His igitur notatis distantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;$$

$$r = -\tfrac{1}{3} A B \mathfrak{C} a; \; s = -3.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$t = -\frac{45 i}{18 i + 2}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a. \text{ et}$$

$$u = -\frac{45 i}{36 i + 4}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a.$$

siue etiam erit $q = +\frac{1}{\zeta}(1 - \frac{1}{P}) A a$ et interualla lentium sunt

$$1^{mum} = A a (1 - \tfrac{1}{P})$$

$$2^{dum} = -A B a (\tfrac{1}{P} + \tfrac{1}{3})$$

$$3^{tium} = -\frac{ABC}{3}.a(1 - \frac{1}{i\mathfrak{M}})$$

$$4^{tum} = -\frac{3(3i+2)}{2(9i+1)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a$$

$$5^{tum} = -\frac{45 i}{2(9i+1)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a.$$

Deinde

Deinde cum sit

$$M = \frac{3}{\mathfrak{M}+3} \text{ fiet } z = \frac{1}{4} \cdot \frac{3a}{\mathfrak{M}+3}$$

et distantia oculi

$$O = \frac{1}{3} u \left(1 + \frac{3}{\mathfrak{M}}\right).$$

Semidiameter porro aperturae lentis secundae erit

$$= \frac{1}{4} \frac{\zeta}{\mathfrak{M}} q + \frac{x}{P}, \text{ et } 3^{tiae} = \frac{1}{4} \frac{(\zeta - 4)r}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{3} x.$$

Denique definito x erit mensura claritatis $= \frac{20 \cdot x}{\mathfrak{M}}$.

Exempl. I.

298. Sit $\zeta = 0$ et cum esse debeat $i > \frac{3}{17}$, praeterea vero pro $P > 1$ sit $i < \frac{3}{13}$ statuamus $i = \frac{3}{14}$ eritque $P = \frac{0}{0}$. siue P non determinatur, modo non sit minus vnitate; adeoque $\mathfrak{B} = -\frac{(P-1)}{\zeta}$, ita, vt $\mathfrak{B}$ semper sit ∞, nisi capiatur $P = 1$. Primo igitur non sit $P = 1$. erit $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$, ita, vt A sit maius nihilo; hinc igitur distantiae focales erunt $p = \mathfrak{A} a$; $q = \infty$; seu quod idem est secunda lens tollitur;

$$r = \frac{1}{3} A \mathfrak{C} . a; \quad s = \frac{3AC}{\mathfrak{M}} . a;$$

$$t = \frac{15}{17} . \frac{AC}{\mathfrak{M}} . a \text{ et } u = \frac{15}{54} . \frac{AC}{\mathfrak{M}} . a.$$

et interualla lentium

$$1^{mum} + 2^{dum} = \frac{4}{3} A a;$$

$$3^{tium} = \frac{AC}{3}\left(1 - \frac{38}{3\mathfrak{M}}\right); \quad 4^{tum} = \frac{75}{54} . \frac{AC}{\mathfrak{M}} . a;$$

$$\text{et } 5^{tum} = \frac{15}{136} . \frac{AC}{\mathfrak{M}} . a.$$

Reliqua manent, nisi quod sit semidiameter aperturae lentis tertiae $= 3 . r + \frac{1}{3} x$.

Sin autem caperetur $P = 1$, vtcunque calculus instituatur, primum interuallum semper euanesceret; verum superfluum est ad hunc casum attendere, cum in prioribus formulis littera P plane ex calculo euanuerit, ita, vt illae formulae subsistant, quicunque valor ipsi P tribuatur atque adeo non solum si ponatur $P = 1$, sed etiam si P vnitate minus sumeretur, quod etsi nostrae hypothesi repugnat, tamen ob lentem secundam prorsus deficientem haec anomalia admitti debet.

Exempl. 2.

299. Maneat $\zeta = 0$, sed capiatur $i > \frac{2}{37}$ si fieri queat, quo casu fiet $P < 1$, quia autem hoc ipso casu iterum esse debet $i < \frac{2}{37}$, hic casus ad praecedentem redigitur; quem quidem iam notauimus aeque ad valores $P < 1$, quam ad $P > 1$ patere. Interim tamen cum secunda lens plane deficiat, posterior limes $i < \frac{2}{37}$ sponte cessat, ita, vt nunc liceat assumere $i > \frac{2}{37}$, vti iam obseruauimus in Coroll. 1. problemati subnexo. Tum igitur erit

$p = \mathfrak{A} a$; $q = \infty$; seu lens secunda deest;

$r = \frac{A\mathfrak{C}}{3} . a$; $s = \frac{2 AC}{\mathfrak{M}} . a$;

$t = \frac{45 . i}{18 i + 2} . \frac{AC}{\mathfrak{M}} . a$; $u = \frac{45 . i}{26 i + 4} . \frac{AC}{\mathfrak{M}} . a$.

Inter-

Interualla vero lentium

$$1^{mum} + 2^{dum} = \tfrac{4}{3} \cdot \mathrm{A}\, a;$$

$$3^{tium} = \tfrac{1}{3}\, \mathrm{A\,C}\, a \left(1 - \frac{1}{i\mathfrak{M}}\right);$$

$$4^{tum} = \frac{2(3i+2)}{3(9i+1)} \cdot \frac{\mathrm{AC}}{\mathfrak{M}} \cdot a;$$

$$5^{tum} = \frac{45 i}{8(5i+1)} \cdot \frac{\mathrm{AC}}{\mathfrak{M}} \cdot a.$$

Quod autem ad litteram i attinet, quoniam k non amplius in calculum ingreditur, ex aequatione, vnde k definiuimus, iam i definiatur eritque $i = \frac{2}{31 - 6\zeta} = \frac{2}{17}$. Proprie autem hae formulae continent solutionem problematis, quo quinque tantum lentes postulantur, ita disponendae, vt ambae imagines reales in primum et tertium interuallum incidant.

Exempl. 3.

300. Sit $\zeta = \frac{1}{2}$, sumique debebit $i > \frac{1}{17}$ fietque $\mathrm{P} > 1$, si fuerit $i < \frac{2}{17}$; sin autem sit $i > \frac{2}{17}$ simul fiet $\mathrm{P} < 1$. Hic vero sumamus $i = \frac{1}{13}$; fietque $\mathrm{P} = \frac{2}{3}$, hinc $\mathfrak{B} = -1$, et $\mathrm{B} = -\frac{1}{2}$, vnde distantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\, a; \quad q = \tfrac{2}{3}\, \mathrm{A}\, a;$$

$$r = \tfrac{1}{5}\, \mathrm{A}\, \mathfrak{C}.\, a; \quad s = \tfrac{2}{5}\, \frac{\mathrm{AC}}{\mathfrak{M}} \cdot a;$$

$$t = \tfrac{45}{84} \cdot \frac{\mathrm{AC}}{\mathfrak{M}} \cdot a; \quad u = \tfrac{15}{36} \cdot \frac{\mathrm{AC}}{\mathfrak{M}} \cdot a.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = \tfrac{1}{3}\, \mathrm{A}\, a; \quad 2^{dum} = \tfrac{1}{3}\, \mathrm{A}\, a;$$

$3^{tium} = \frac{5}{6}\, A\, C.\, a\left(1 - \frac{12}{\mathfrak{M}}\right);$

$4^{tum} = \frac{27}{28} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a;\ 5^{tum} = \frac{15}{112} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a.$

Reliqua momenta funt, vt ante, nifi quod fit femidiameter aperturae

2^{dae} lentis $= \frac{3}{8} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{2}{8}\, x;$

et $3^{tiae} = \frac{21}{8} \cdot \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3}\, x.$

Has formulas commode ad telefcopia adplicare licet, quia pofito $A\, a = p$ longitudo tantum fit $= \frac{5}{8} p + \frac{1}{8} C. p$, ita, vt ea non multum fuperet p, etiamfi pro C numerus fatis magnus capiatur.

Exempl. 4.

301. Maneat $\zeta = \frac{1}{5}$, fed fumatur $i > \frac{2}{21}$ et quia hinc fit $P = \frac{9i}{30i - 2}$ ideoque $\mathfrak{B} = \frac{21i - 2}{15i - 1}$, vt fiat $\mathfrak{B} < 1$. debet effe $21.\, i - 2 < 15\, i - 1$ fiue $i < \frac{1}{6}$. Capiatur ergo $i = \frac{1}{8}$ fietque $P = \frac{9}{14}$ et $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$, hinc $B = \frac{5}{2}$; ergo A debet effe negatiuum. Statuatur ergo $A = -\alpha$ et diftantiae focales erunt

$p = \frac{\alpha}{1 - \alpha}\, a;\ q = \frac{10}{9}\, \alpha\, a.$

$r = \frac{5}{8}\, \mathfrak{C}.\, \alpha\, a.\ s = \frac{15}{8} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha\, a.$

$t = \frac{225}{56} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}}\, \alpha.\, a.$ et $u = \frac{275}{392} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha\, a.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{5}{9} \cdot \alpha\, a.\quad 2^{dum} = \frac{95}{18} \cdot \alpha\, a.$

3^{tium}

$3^{tium} = \frac{5}{8}. C. \alpha a (1 - \frac{8}{\mathfrak{M}})$.

$4^{tum} = \frac{57}{54}. \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a$.

$5^{tum} = \frac{225}{272}. \frac{C}{\mathfrak{M}}. \alpha a$.

Tum vero ſemidiameter aperturae lentis ſecundae et tertiae

$= \frac{7}{8}. \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{14}{9} x$ et $\frac{21}{8} r + \frac{1}{3} x$.

Has autem formulas ad teleſcopia adplicare non licet, quia A erat negatiuum.

Exempl. 5.

302. Sit $\zeta = 1$. et cum ſumi debeat $i > \frac{8}{17}$ atque vt prodeat $P > 1$, $i < \frac{2}{9}$ capiatur $i = \frac{1}{15}$ fietque $P = \frac{19}{7}$ et $\mathfrak{B} = -\frac{11}{7}$ et $B = -\frac{11}{18}$; vnde diſtantiae focales erunt

$p = \mathfrak{A} a$; $q = \frac{11}{18} A a$;

$r = \frac{11}{54}. \mathfrak{C}. A a$; $s = \frac{11}{6}. \frac{AC}{\mathfrak{M}}. a$;

$t = \frac{55}{78}. \frac{C}{\mathfrak{M}}. A a$; $u = \frac{55}{135}. \frac{C}{\mathfrak{M}}. A a$.

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{11}{18} A a$; $2^{dum} = \frac{143}{324}. A a$;

$3^{tium} = \frac{11}{54}. A C. a (1 - \frac{10}{\mathfrak{M}})$;

$4^{tum} = \frac{253}{858}. \frac{AC}{\mathfrak{M}}. a$. $5^{tum} = \frac{55}{504}. \frac{AC}{\mathfrak{M}}. a$.

et ſemidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{3}{4}. \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{18} x$. $3^{tiae} = \frac{9}{4}. \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x$.

quas

quas formulas etiam commode ad telescopia transferre licet.

Exempl. 6.

303. Maneat $\zeta = 1$. sed sumatur $i = \frac{2}{9}$ fietque $P = 1$. et $\mathfrak{B} = 0$. hinc $B = 0$ hinc A capi debet $= \infty$, ideoque $\mathfrak{A} = 1$. tum autem esse debet

$$A\mathfrak{B} = AB = -\frac{q}{a} \text{ vnde fit}$$

$$Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right) = Aa(P - 1) = -A\mathfrak{B}a = q.$$

hinc distantiae focales erunt

$$p = a;\ q = q;$$

$$r = \frac{1}{3}\mathfrak{C}.\, q;\ s = 3.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}q;$$

$$t = \frac{5}{3}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}q;\ u = \frac{5}{8}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}.\, q.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = q;\ 2^{dum} = \frac{4}{3}.\, q;$$

$$3^{tium} = \frac{1}{3}C\left(1 - \frac{9}{2\mathfrak{M}}\right)q;\ 4^{tum} = \frac{4}{3}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}q;$$

$$5^{tum} = \frac{5}{15}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}q.$$

et semidiametri aperturae lentis

$$2^{dae} = \frac{3}{4}.\, \frac{q}{\mathfrak{M}} + x;$$

$$3^{tiae} = \frac{9}{4}.\, \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3}x.$$

Exempl. 7.

304. Maneat $\zeta = 1$. sed capiatur $i > \frac{2}{9}$ et cum sit $P = \frac{18i}{27i-2}$, hincque $\mathfrak{B} = \frac{9i-2}{27i-2}$, quae fractio iam

sponte

ſponte vnitate eſt minor, ſumamus ergo $i = 1$. erit $P = \frac{18}{17}$ et $\mathfrak{B} = \frac{7}{17}$, $B = \frac{7}{18}$ vnde A debet eſſe negatiuum, ſtatuatur ergo $= -\alpha$; eruntque diſtantiae focales

$$p = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot a; \quad q = \frac{7}{18} \cdot \alpha a;$$

$$r = \frac{7}{34} \mathfrak{C} . \alpha a; \quad s = \frac{7}{8} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a;$$

$$t = \frac{85}{43} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a; \quad u = \frac{85}{83} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a.$$

et interualla

$$1^{mum} = \frac{11}{18} \alpha a;$$

$$2^{dum} = \frac{217}{324} \alpha a;$$

$$3^{tium} = \frac{7}{34} \cdot C . \alpha a \left(1 - \frac{1}{\mathfrak{M}}\right);$$

$$4^{tum} = \frac{7}{24} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a;$$

$$5^{tum} = \frac{7}{32} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a.$$

et ſemidiametri aperturae lentis

$$2^{dae} = \frac{1}{4} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{25}{18} x.$$

$$3^{tiae} = \frac{9}{4} \cdot \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x.$$

Exempl. 8.

305. Sit nunc $\zeta = 4 = \eta$ et cum eſſe debeat $i > \frac{2}{9}$; vt autem fiat $P > 1$, $i < -\frac{2}{63}$ qui limes vt infinito maior ſpectari debet, ſi enim ſumſiſſemus ζ minus, ſcilicet $\zeta = \frac{11}{8}$; tum prodiiſſet $i < \frac{8}{9}$, quod indicio fuiſſet, i quantumuis magnum accipi poſſe, ſemperque fore $P < 1$. Quod autem de valore $\zeta = \frac{11}{8}$

valet, multo magis de maioribus valet. Sit ergo $i = \frac{1}{3}$ eritque $P = 24$ et $\mathfrak{B} = -\frac{23}{4}$ et $B = -\frac{23}{27}$; vnde colliguntur distantiae focales:

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = \tfrac{23}{96}.\, Aa;$$

$$r = \tfrac{23}{81} A\mathfrak{C}a; \; s = \tfrac{23}{9}.\, \tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a;$$

$$t = \tfrac{115}{72}.\, \tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a; \; u = \tfrac{115}{144}.\, \tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a.$$

et interualla lentium

$$1^{mum} = \tfrac{23}{24}.\, Aa;$$

$$2^{dum} = \tfrac{23}{72}.\, Aa;$$

$$3^{tium} = \tfrac{23}{81}.\, CAa\left(1 - \tfrac{1}{\mathfrak{M}}\right);$$

$$4^{tum} = \tfrac{23}{24}.\, \tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a;$$

$$5^{tum} = \tfrac{115}{288}.\, \tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a.$$

et semidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \tfrac{27}{\mathfrak{M}} + \tfrac{1}{24}x. \text{ et } 3^{tiae} = \tfrac{1}{3}x.$$

Exempl. 9.

306. Maneat $\zeta = 4$ et sit $i = 1$. fiet $P = \frac{72}{7}$; ergo $\mathfrak{B} = -\frac{65}{28}$; hinc $B = -\frac{65}{93}$; vnde colliguntur distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = \tfrac{65}{224}.\, Aa;$$

$$r = \tfrac{65}{287} A\mathfrak{C}.\, a; \; s = \tfrac{65}{31}.\, \tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a;$$

$$t = \tfrac{325}{124}.\, \tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a; \; u = \tfrac{325}{248}.\, \tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\, a = \tfrac{1}{2}t.$$

et

et interualla lentium

$$1^{mum} = \tfrac{65}{72} \cdot A\, a;$$
$$2^{dum} = \tfrac{65}{816} \cdot A \cdot a;$$
$$3^{tium} = \tfrac{65}{378}\, AC \cdot a\left(1 - \tfrac{1}{\mathfrak{M}}\right);$$
$$4^{tum} = \tfrac{65}{124} \cdot \tfrac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a;$$
$$5^{tum} = \tfrac{105}{496} \cdot \tfrac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a.$$

et semidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \tfrac{17}{\mathfrak{M}} + \tfrac{7}{72} x \text{ et } 3^{tiae} = \tfrac{1}{3} x.$$

Scholion.

307. Horum exemplorum ea inprimis sunt notatu digna, in quibus fiebat $P = 1$. quia tum littera A abibat in infinitum eratque $\mathfrak{A} = 1$. In casu igitur secundo, quem hactenus sumus contemplati, statuamus in genere $P = 1$. ac sumi debebit $t = \frac{1}{33 - 24\zeta}$. Tum ergo erit $\mathfrak{B} = 0$, simulque $B = 0$. vnde sumto $\mathfrak{A} = 1$ et $A = \infty$ fiet $q = -A\mathfrak{B}\, a$, hinc vicissim $A\mathfrak{B} = AB = -\frac{q}{a}$, ita, vt nunc distantia focalis secundae lentis q arbitrio nostro penitus relinquatur; tum autem ad primum interuallum inueniendum ob $\mathfrak{B} = \frac{1 - P}{\zeta}$, erit $A\, a \cdot \frac{1 - P}{P} = A\, a \cdot P - 1 = -A\mathfrak{B} \cdot \zeta a = \zeta q$, atque hinc in genere distantiae focales ita se habebunt:

$$p = a;\; q = q;\; r = \tfrac{1}{3}\mathfrak{C}\, q;$$
$$s = \tfrac{3C}{\mathfrak{M}} q;\; t = +\tfrac{15}{17 - 15\zeta} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} q;$$
$$u = \tfrac{15}{34 - 16\zeta} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q \text{ seu } u = \tfrac{1}{2} t.$$

Interualla vero lentium erunt

$$1^{mum} = \zeta q; \quad 2^{dum} = \tfrac{4}{3} \cdot q;$$

$$3^{tium} = \tfrac{1}{3} q \left(1 - \tfrac{33 - 24\zeta}{2\mathfrak{M}}\right) = \tfrac{1}{3} q \left(1 - \tfrac{3(11 - 8\zeta)}{2\mathfrak{M}}\right);$$

$$4^{tum} = \tfrac{12(1 - 2\zeta)}{17 - 8\zeta} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} q; \quad 5^{tum} = \tfrac{15}{4(17 - 8\zeta)} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q.$$

vbi ergo manifeſtum eſt, neceſſario ſumi debere $\zeta < \tfrac{1}{2}$. Tum vero erit ſemidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{\zeta}{\mathfrak{M}} \cdot q + x; \text{ et } 3^{tiae} = \tfrac{1}{4} \tfrac{(\zeta - 1)}{\mathfrak{M}} \cdot r + \tfrac{1}{3} x.$$

Ceterum hic manifeſtum eſt, iſtas formulas ad teleſcopia accommodari neutiquam poſſe. Cum igitur omnes caſus, qui quidem in praxi locum habere poſſunt, adeo pro ſex lentibus euoluerimus iisque tantum campum conciliauerimus, quo maior deſiderari vix queat; huic capiti finem imponimus ad ſequens idque vltimum progreſſuri, in quo oſtendimus, quemadmodum loco lentis obiectiuae duas pluresue lentes ſiue ex eodem ſiue ex diuerſo vitri genere factas ſubſtituendo omnis plane confuſio tolli poſſit, vt hoc modo microſcopia omnibus numeris abſoluta nanciſcamur.

CAPVT

CAPVT III.

DE

SVMMA HORVM MICROSCOPIORVM PERFECTIONE, DVM EA AB OMNI CONFVSIONE LIBERANTVR.

Problema 1.

§. 308.

Si lens obiectiua conftet quatuor lentibus conuexis proxime inter fe iunctis, quales defcriptae funt fupra in problema 4. C. II. fection. praeced.; reliquae vero lentes ita fint difpofitae, vti in capitibus praecedentibus huius fectionis defcripfimus, omnem confufionem a lentium apertura oriundam deftruere.

Solutio.

Quatuor illas lentes in loco citato defcriptas hic loco lentis obiectiuae fubftitui affumimus easque coniunctim in calculo inftar vnicae lentis tractamus. Cum igitur littera A hic ad primam lentem pertineat, quatenus ea in determinationes fequentium lentium ingreditur, idem fignificat, quod in loco citato per productum A B C D fignificabatur. At fupra

hoc productum designauimus littera ϑ, ex quo ad locum antecedentem regrediendo ibi ϑ idem erit, quod hic nobis est A. Ibi ergo quatuor illarum lentium distantias focales designemus litteris p', p'', p''', p'''' et cum cuilibet littera germanica conueniat, quae sit $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{A}''$, $\mathfrak{A}'''$, $\mathfrak{A}''''$; ex nostro A ob $\vartheta = A$ habebimus

$$\mathfrak{A}' = \frac{4A}{A+1}; \quad \mathfrak{A}'' = \frac{3A-1}{A+1}; \quad \mathfrak{A}''' = \frac{2A-2}{A+1} \text{ et } \mathfrak{A}'''' = \frac{A-3}{A+1};$$

atque ex his litteris germanicis, quatenus ad singulas quatuor lentes priores referuntur, vna cum numeris λ, qui pro singulis vnitati aequales sumuntur, singulae hae lentes per formulas notas construi possunt. Ante quam autem has ipsas distantias focales assignare queamus, interuallum minimum inter has lentes spectare debemus, quod cum ibi positum esset $= \zeta p$ ne haec littera ζ in nostris formulis confusionem pariat, statuamus hoc interuallum $= \delta p'$; vnde litterae ibi vsurpatae P, Q, R, S ita definientur

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{(3A-1)\delta}{A+1};$$

$$\frac{1}{PQ} = 1 + \frac{(5A-3)\delta}{A+1};$$

$$\frac{1}{PQR} = 1 + \frac{(6A-6)\delta}{A+1};$$

vnde ipsae distantiae focales erunt

$$p' = \frac{4A}{A+1} \cdot a;$$

$$p'' = \frac{4A}{A+1} a + \frac{4A(3A-1)\delta . a}{(A+1)^2};$$

p'''

$$p''' = \frac{4A}{A+1}a + \frac{4A(5A-3)\delta a}{(A+1)^2};$$

$$p'''' = \frac{4A}{A+1}a + \frac{4A(4A-6)\delta a}{(A+1)^2}.$$

His notatis, quod supra erat P Q R S, hic nobis sola littera P exprimitur, ita, vt iam interuallum a lente obiectiua vsque ad nostram lentem secundam sit

$$A\,a\left(1 + \frac{6(A-1)\delta}{A+1} - \frac{1}{P}\right)$$

quod ergo iam spectatur vt nostrum interuallum primum. Ob multiplicationem ergo lentis obiectivae hoc primum interuallum quandam alterationem patitur a fractione δ natam; si enim prima lens esset simplex, hoc interuallum tantum esset $A\,a\left(1 - \frac{1}{P}\right)$, nunc autem id erit

$$= A\,a\left(1 - \frac{1}{P}\right) + \frac{(6A-6)A\delta a}{A+1}.$$

Quia autem hoc augmentum plerumque est valde paruum, id facile negligi poterit; reliqua autem interualla ordine stabilito procedent, erit scilicet

$$2^{dum} = A\,B\,a\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{PQ}\right) \text{ etc.}$$

et perinde ac sequentes distantiae focales, scilicet

$$q = A\,\mathfrak{B}.\,\frac{a}{P};\quad r = A\,B\,\mathfrak{C}.\,\frac{a}{PQ} \text{ etc.}$$

Nunc igitur totum negotium huc redit, vt confusio a lentium apertura orta penitus ad nihilum redigatur, quod fit, vti loco citato inuenimus, ope huius aequationis:

$\sigma =$

$$0 = \frac{(1+A)^3}{16 A^3} - \frac{\nu.(1+A)(5A^2-6A+5)}{16.A^3}$$
$$+ \frac{\delta.(1+A)^2(7A-5)}{32 A^3} - \frac{\delta \nu.(A-1)(7A^2-18A+23)}{16 A^3}$$
$$- \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \text{ etc.}$$

ex qua aequatione fractio δ, qua exigua interualla inter lentes obiectiuas determinantur, commode definiri poteſt, ſi modo littera A numerum ſatis magnum veluti 60 denotet lentesque obiectiuae ex eiusmodi vitri genere parentur, pro quo ſit $\nu > \frac{1}{5}$. Supra enim oſtendimus, ſi ſit $A = 60$, vitrumque commune adhibeatur, pro quo ſit $n = 1,55$, tum fieri $\delta = \frac{1}{18}$, quoniam caſu $A = 60$ partes a ſequentibus lentibus ortae quaſi euaneſcunt. Huiusmodi igitur lens obiectiua compoſita cum omnibus praecedentibus microſcopiorum formis combinari poterit, in quibus ſcilicet ineſt littera A eique valor circiter 60 tribuatur. Quando autem hoc vſu venit, ne opus quidem erit in hunc valorem ipſius λ anxie inquirere; conſtructis enim ſingulis lentibus ſecundum praecepta cognita, id quod ſine notitia litterae δ fieri poteſt, interualla quatuor lentium obiectiuarum indefinita relinquantur eaque demum per experimenta ita determinentur, vt confuſio fiat quam minima, niſi forte plane nulla fieri nequeat. Tum autem ex forma harum lentium ſponte innoteſcit ſemidiameter aperturarum x, cuius hae lentes ſunt capaces, indeque menſura claritatis $= \frac{20\,x}{\mathfrak{M}}$; exiſtente $\mathfrak{M} = \frac{m\,a}{b}$. Reliqua

qua omnia autem momenta prorſus eadem manebunt, vti in praecedentibus capitibus eſt expoſitum.

Coroll.

309. Quodſi ergo fuerit $A = 60$ et quatuor lentes obiectiuae ex vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$, conficiantur, ſupra ſequentem harum lentium conſtructionem inuenimus.

Pro prima lente,

cuius diſtantia focalis eſt $= 3,9333 \cdot a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,97756 \cdot a. \\ \text{poſter.} = 0,67332 \cdot a. \end{cases}$

aperturae ſemidiameter $= 0,16583 \cdot a$.

Pro ſecunda lente,

cuius diſtantia focalis $= 4,5740 \cdot a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,7682 \cdot a. \\ \text{poſter.} = 1,0384 \cdot a. \end{cases}$

Pro tertia lente,

cuius diſtantia focalis $r = 4,9965 \cdot a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -4,3440 \cdot a. \\ \text{poſter.} = 1,6833 \cdot a. \end{cases}$

Pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis $s = 5,2006 \cdot a$. erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 18,1522 \cdot a. \\ \text{poſter.} = 3,4034 \cdot a. \end{cases}$

Interualla autem inter has quaternas lentes ſumi poterunt $= 0\ 2185.a$ ea autem praeſtabit per experientiam definiri. Tum vero ſemidiameter aperturae capi poterit $x = 0,16583.a$; vnde colligitur menſura claritatis

$$= \frac{20.x}{\mathfrak{M}} = \frac{3,3166.a}{\mathfrak{M}} = \frac{26,5328}{\mathfrak{M}};$$

ſi ſcilicet diſtantia a in digitis exprimatur.

Coroll. 2.

310. Facile intelligitur, etiamſi littera A ſiue aliquanto maior ſiue minor caperetur, quam 60; tamen in conſtructione harum lentium vix vllam orituram eſſe variationem, quae quidem in praxi obſervari poſſet, id tantum hic notari oportet, quod ſi eſſet $A < 60$, tum lentes iſtas non amplius tam prope inter ſe conſtitui poſſe, quam confuſionis deſtructio poſtulat. Sin autem $A > 60$; tum iſtud negotium eo felicius ſuccedet.

Scholion.

311. In genere autem notetur, quo maior fuerit numerus A, eo felicius conſtructionem ſuccedere, quandoquidem tum interualla harum lentium non amplius tantopere exigua reperientur, vnde hoc commodi conſequimur, ſi forte ſequentes lentes adhuc ſatis notabilem confuſionem pariant, vt etiam ea lentes has magis appropinquando deſtrui poſſit. In vltimo autem

autem fcholio praecedentis capitis cafus occurrit, quo fiebat $A = \infty$ et $\mathfrak{B} = B = 0$, ita, vt effet $A B = -\frac{q}{a}$; ad hunc igitur cafum noftra lens obiectiua quadruplicata commodiffime adplicari poterit; tum enim fieri debebit

$$0 = \frac{1}{16} - \frac{5}{16}\nu + \frac{7}{32}\delta - \frac{7}{16}\delta\nu + \frac{a^3\lambda'}{q^3 P} + \frac{a^3}{3q^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \text{ etc.}$$

ex qua fractionem δ definiri oportet; tum autem diftantiae focales quatuor priorum lentium erunt

$$p' = 4a;\ p'' = 4a + 12\delta a;$$
$$p''' = 4a + 20\delta a;\ p'''' = 4a + 24\delta a.$$

quae ergo vtique etiam a fractione δ pendent, et vbi fupra diximus lentes conftrui poffe fine notitia ipfius δ; id tantum de eius valore adcurato eft intelligendum; in praxi enim fufficit eius valorem proxime noffe. Deinde vero litterae germanicae ad has lentes pertinentes erunt $\mathfrak{A}' = 4$; $\mathfrak{A}'' = 3$; $\mathfrak{A}''' = 2$; $\mathfrak{A}'''' = 1$. omnes vero litterae λ vnitati capiuntur aequales. Si igitur fumamus omnes lentes ex vitro communi confici, pro quo eft $n = 1,55$ erit $\nu = 0,2326$; fique infuper fit $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$ ob $\mathfrak{C} = 1$ proxime, aequatio noftra refoluenda induet hanc formam:

$$0 = -\frac{0,1630 + 1,8718.\delta}{16} + \frac{4a^3}{3q^3};$$

vbi fequentia membra, quae infuper per $\mathfrak{M}$ funt diuifa, tuto reiicere licet; hinc ergo colligimus

$$\delta = 0,08708 - 11,397 \cdot \frac{a^3}{q^3};$$

 vnde

vnde patet, esse debere $\frac{q}{a} > 5,0771$. Si ergo sumamus $q = 10.a$ fiet $\delta = 0,07569 = \frac{3}{40}$ seu proxime $\delta = \frac{1}{13}$, qui valor satis est ad praxin accommodatus, quem in sequente exemplo fusius euoluemus.

Exemplum.

312. Si omnes lentes ex vitro communi parentur, vt omnis confusio tollatur, sumi debet $\delta = \frac{1}{13}$ et $q = 10.a$ eruntque distantiae focales nostrarum quatuor lentium obiectiuarum

$$p' = 4a;\ p'' = 4,923.a;$$
$$p''' = 5,538.a;\ p'''' = 5,846.a.$$
$$\mathfrak{A}' = 4;\ \mathfrak{A}'' = 3;\ \mathfrak{A}''' = 2;\ \mathfrak{A}'''' = 1.$$

Deinde interualla inter has quatuor lentes erunt $= \frac{4}{13}a = 0,307.a$. Deinde vero interuallum ab hac lente obiectiua ad secundam lentem principalem erit proxime $= 10\zeta a$, vbi ζ adhuc nostro arbitrio relinquitur, dummodo sit $\zeta < \frac{1}{4}$. Tum vero reliquae lentes et reliqua momenta manebunt prorsus, vti in scholio vltimo capitis praecedentibus sunt exposita. Hinc igitur singulae lentes formari poterunt ac pro secunda ac tertia quidem etiam poni debet $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$.

Pro prima igitur harum lentium obiectiuarum, cuius distantia focalis est $p' = 4a$ et $\mathfrak{A}' = 4$, erit radius faciei

anter.

anter. $= \frac{p'}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{-p'}{4,1154} = -0,97101.a$

poſter. $= \frac{p'}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p'}{5,9375} = 0,67368.a.$

Pro ſecunda, cuius diſtantia focalis eſt $p'' = 4,923.a$ et $\mathfrak{A}'' = 3$, erit radius faciei

anter. $= \frac{p''}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{-p''}{2,6827} = -1,8351.a$

poſter. $= \frac{p''}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p''}{4,5008} = 1,0938.a.$

Pro tertia lente, cuius diſtantia focalis eſt $p''' = 5,538.a$ et $\mathfrak{A}''' = 2$ erit radius faciei

anter. $= \frac{-p'''}{1,2460} = -4,4447.a$

poſter. $= \frac{p'''}{3,0641} = 1,8074.a.$

Pro quarta lente, cuius diſtantia focalis eſt $p'''' = 5,846.a$ et $\mathfrak{A}'''' = 1$ erit radius faciei

anter. $= \frac{+p''''}{0,1907} = +30,6560.a$

poſter. $= \frac{p''''}{1,6274} = +3,5922.a.$

Pro ſecunda vero lente principali, cuius diſtantia eſt arbitraria $= q$ ob $\mathfrak{B} = 0$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma} = 0,61448.q$

poſter. $= \frac{q}{\varrho} = 5,2439.q$

Pro tertia autem lente principali eſt ; $\mathfrak{C}q =$; q ob $\mathfrak{C} = 1$ proxime et $\lambda'' = 1$ erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{\varrho} = 1,7479.q$

poſter. $= \frac{r}{\sigma} = 0,20483.q$

quibus inuentis fequitur

Conftructio generalis Microfcopii ex nouem lentibus compofiti ex vitro communi parandis.

313. Sumta pro lubitu diftantia obiecti $= a$, conftructio ita fe habebit

I. Pro prima lente,

cuius diftantia focalis $= 4\,a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -\,0,\,97101.\,a \\ \text{pofter.} = 0,\,67368.\,a \end{cases}$

quae ergo aperturam admittit, cuius femidiameter $x = 0,\,1684.\,a$

Diftantia ad lentem fecundam $= 0,\,307.\,a.$

II. Pro fecunda lente,

cuius diftantia focalis eft $= 4,\,923.\,a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -\,1,\,8351.\,a \\ \text{pofter.} = 1,\,0938.\,a \end{cases}$

cuius apertura eft, vt primae, et diftantia ad lentem tertiam $= 0,\,307.\,a.$

III. Pro tertia lente,

cuius diftantia focalis $= 5,\,538.\,a.$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -\,4,\,4447.\,a \\ \text{pofter.} = 1,\,8074.\,a. \end{cases}$

apertura, vt primae, et diftantia ad quartam $= 0,\,307.\,a.$

IV. Pro

IV. Pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis $= 5, 846. a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 30, 6560. a \\ \text{poſter.} = 3, 5922. a \end{cases}$

apertura, vt primae, diſtantia ad quintam $= \zeta q$, vbi ζ eſt numerus minor, quam $\frac{5}{4}$; at q quantitas arbitrio noſtro relicta.

V. Pro quinta lente,

cuius diſtantia focalis $= q$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0, 61448. q \\ \text{poſter.} = 5, 2439. q \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{3}{4} \cdot \frac{\zeta}{\mathfrak{M}} q + x$;

et diſtantia ad lentem ſextam $= \frac{4}{3} q$.

VI. Pro ſexta lente,

cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{1}{3} q$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 1, 7479. q \\ \text{poſter.} = 0, 2048. q \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{(\zeta - 4)}{\mathfrak{M}} r + \frac{1}{3} x = \frac{1}{4} \cdot \frac{(4 - \zeta)}{\mathfrak{M}} q + \frac{1}{3} x.$$

et diſtantia ad lentem ſeptimam

$$= \frac{1}{3} q \left(1 - \frac{3(11 - 3\zeta)}{2\mathfrak{M}} \right).$$

VII. Pro ſeptima lente,

cuius diſtantia focalis $s = \frac{1C}{\mathfrak{M}} . q$ et quae debet eſſe vtrinque aeque conuexa, capiatur

radius

radius vtriusque faciei $= 1, 1. s.$

et semidiameter aperturae $= \frac{1}{4} s.$

distantia vero ad lentem octauam $= \frac{12(1-2\zeta)}{17-8\zeta} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} q.$

VIII. Pro octaua lente,

cuius distantia focalis $t = \frac{15}{17-8\zeta} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q$ capiatur

radius vtriusque faciei $= 1, 1. t.$

et semidiameter aperturae $= \frac{1}{4} t.$

distantia vero ad lentem nonam $= \frac{15}{4(17-8\zeta)} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q.$

IX. Pro nona lente,

cuius distantia focalis $u = \frac{15}{34-16\zeta} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q.$ capiatur

radius faciei vtriusque $= 1, 1. u.$

aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} \cdot u.$

atque erit distantia ad oculum $= \frac{1}{3} u.$

X. Tum vero spatii in obiecto consp:cui semidia- meter erit $z = \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$; quod cernetur claritatis gradu, cuius mensura est $= \frac{20 \cdot x}{\mathfrak{M}} = \frac{3,368 \cdot a}{\mathfrak{M}}.$

XI. Hic autem ex multiplicatione proposita $= m$ nascitur $\mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$, sumto $b = 8$ dig. per m igitur expressa mensura claritatis erit $= \frac{26,944}{m}.$

XII. Praeterquam autem, quod litterae ζ et q ab arbitrio nostro pendent, etiam C pro lubitu assumi potest, dummodo sit numerus satis magnus

magnus eique fini inferuit, vt vltimae lentes non fiant nimis exiguae, fi fcilicet multiplicatio fuerit praemagna. Notetur autem, cum ob fumtum $A = \infty$ hae formulae aliquantum *a* calculo difcrepent, errores euitari poffe, fi per experientiam tam diftantia obiecti, quam interualla quatuor priorum lentium debite determinentur.

Scholion.

314. Quoniam hic cafus, quo erat $A = \infty$ moram facceffere poffet, applicemus noftram lentem obiectiuam quadruplicatam ad cafum in exemplo. 3. cafus tertii, vbi erat $P = \frac{5}{4}$, $\mathfrak{B} = -1$ et $B = -\frac{1}{5}$, quoniam commode litterae A valor fatis magnus tribui poterit. Tum ergo fequentium lentium diftantiae focales manebunt, vti ibi funt defcriptae perinde atque earum interualla, nifi quod primum interuallum nunc debeat effe

$$A\,a\left(1 + \frac{6.(A-1)\delta}{A+1} - \frac{1}{P}\right) = A\,a\left(\frac{1}{5} + \frac{6.(A-1)\delta}{A+1}\right)$$
$$= A\,a\left(\frac{1}{5} + 6.\delta\right)$$

ad confufionem autem tollendam iam fatisfieri oportet huic aequationi:

$$0 = \frac{(1+A)^3}{16A^3} - \frac{\nu(1+A)(5A^2-5A+5)}{16.A^3}$$
$$+ \frac{\delta.(1+A)^2(7A-5)}{32A^3} - \frac{\delta\nu.(A-1)(7A^2-10A+13)}{16A^3}$$
$$+ \frac{2}{3.A^3}(\lambda' - 2\nu) + \frac{8.\lambda''}{3.A^3};$$

ex qua fractionem δ definiri oportet, quod quo commodius fieri possit, ita, vt pro δ fractio non nimis exigua reperiatur, omnes quatuor lentes obiectiuam constituentes ex vitro chrystallino (Flint Glass) confici sumamus, ita, vt nunc sit $\nu = 0,2529$ atque nunc etiam pro A non opus erit numerum adeo magnum statuere; si enim statuamus $A = 50$; reperietur ista aequatio, postquam scilicet per $16 A^2$ fuerit multiplicata

$$0 = -24768 + 242679 . \delta + 50$$

vnde colligitur

$$\delta = \frac{24718}{242679} = \frac{1}{10} \text{ proxime}$$

qui valor ad praxin maxime est accommodatus. Sumto igitur $a = 50$ et $\delta = \frac{1}{10}$; distantiae focales quatuor priorum lentium erunt

$$p' = 3,922 . a; \; p'' = 5,063 . a;$$
$$p''' = 5,821 . a; \; p'''' = 6,183 . a;$$

quibus iungantur numeri

$$\mathfrak{A}' = 3,922; \; \mathfrak{A}'' = 2,922;$$
$$\mathfrak{A}''' = 1,922; \; \mathfrak{A}'''' = 0,922.$$

Interuallum vero singularum harum lentium est $\frac{1}{10} p' = 0,392 . a$. Deinde vero interuallum a lente obiectiua ad lentem principalem secundam $= 46,667 . a$. Ex his ergo quatuor lentes obiectiuam constituentes sequenti modo construentur.

Pro

Pro prima lente,

cuius diſtantia focalis eſt $p' = 3,922.\,a$
et numerus $\mathfrak{A}' = 3,922 = 4 - \frac{1}{13}$, erit radius faciei

anter. $= \frac{p'}{\sigma - \mathfrak{A}'(\sigma - \rho)} = -\frac{p'}{4,0717} = -0,9632.\,a.$

poſter. $= \frac{p'}{\rho + \mathfrak{A}'(\sigma - \rho)} = \frac{p'}{5,7958} = 0,6767.\,a.$

Pro ſecunda lente,

cuius diſtantia focalis eſt $p'' = 5,063.\,a$
et numerus $\mathfrak{A}'' = 2,922 = 3 - \frac{1}{13}$ erit radius faciei

anter. $= -\frac{p''}{2,6304} = -1,9248.\,a$

poſter. $= \frac{p''}{4,3541} = 1,1628.\,a$

Pro tertia lente,

cuius diſtantia focalis eſt

$p''' = 5,821.\,a$ et $\mathfrak{A}''' = 1,922.\,a$

erit radius faciei

anter. $= -\frac{p'''}{1,1891} = -4,8953.\,a$

poſter. $= \frac{p'''}{2,9132} = 1,9981.\,a.$

Pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis

$p'''' = 6,183.\,a$ et $\mathfrak{A}'''' = 0,922,$

erit radius faciei

anter. $= \frac{p''''}{0,2522} = 24,5160.\,a$

poſter. $= \frac{p''''}{1,4719} = 4,2007.\,a.$

Quod ad ſequentes lentes attinet nihil intereſt, ex quonam vitri genere parentur, dummodo tres poſtre-

mae vtrinque fiant aeque conuexae. Binis autem prioribus figura adeo quaecunque tribui poteſt, dummodo diſtantias focales aſſignatas adipiſcantur. Ex his igitur colligitur ſequens

Conſtructio Microſcopii ex quatuor lentibus obiectiuis et quinque ocularibus compoſiti.

315 Quatuor lentes priores obiectiuam conſtituentes ex vitro chryſtallino, pro quo eſt $n = 1,58$, parari ſumuntur, reliquas autem lentes ex vitro quocunque conficere licebit.

Conſtructio autem ipſa ita ſe habebit:

I. Pro lente prima,

cuius diſtantia focalis eſt $3,922.a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,9632.a \\ \text{poſter.} = 0,6767.a. \end{cases}$

cuius aperturae ſemidiameter ſumi poterit $x = 0,169.a.$ et diſtantia ad lentem ſecundam $= 0,392.a.$

II. Pro ſecunda lente,

cuius diſtantia focalis $= 5,063.a.$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,9248.a. \\ \text{poſter.} = 1,1628.a. \end{cases}$

cuius apertura eſt, vt primae, diſtantia ad lentem ſequentem quoque $= 0,392.a.$

III. Pro

III. Pro tertia lente,

cuius diſtantia focalis $= 5, 821. a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -4, 8953. a. \\ \text{poſter.} = 1, 9981. a. \end{cases}$

apertura, vt ante, et diſtantia ad quartam denuo $= 0, 392. a.$

IV. Pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis $= 6, 183. a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 24, 5160. a. \\ \text{poſter.} = 4, 2007. a. \end{cases}$

apertura, vt primae, at diſtantia ad lentem ſequentem $46, 667. a.$

V. Quintae lentis

diſtantia focalis ſit $q = 3, 333. a$

et ſemidiameter aperturae $= \frac{x q}{8 \mathfrak{M}} + \frac{2}{3} x$

et diſtantia ad lentem ſextam $= 25. a.$

VI. Sextae lentis

diſtantia focalis ſit $r = 8, 333. a.$

ſemidiameter aperturae $= \frac{21 \cdot r}{8 \cdot \mathfrak{M}} + \frac{1}{3} . x$

diſtantia ad lentem ſeptimam $= 8, 333. a \left(1 - \frac{32}{\mathfrak{M}}\right).$

VII. Septimae lentis

quae vtrinque debet eſſe aequaliter conuexa, vti et duae ſequentes; diſtantia focalis eſt $s = \frac{75 \cdot C}{\mathfrak{M}} . a$

 et

et apertura maxima; et diſtantia ad lentem octavam $= \frac{1,78.C}{\mathfrak{M}} . a.$

VIII. Octauae lentis

diſtantia focalis ſit $t = 35, 2. \frac{C}{\mathfrak{M}} . a.$

et diſtantia ad lentem nonam $= 6, 70. \frac{C}{\mathfrak{M}} . a.$

IX. Nonae denique lentis

diſtantia focalis eſt $u = 13, 40. \frac{C}{\mathfrak{M}} . a.$

et diſtantia ad oculum $= \frac{1}{3} u.$

X. Spatii autem in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $= \frac{1a}{4\mathfrak{M}}$. quod apparebit gradu claritatis, cuius menſura eſt $= \frac{8,38.a}{\mathfrak{M}} = \frac{27,04}{m}$.

Scholion.

316. In his microſcopiis id deſiderari poterit, quod eorum longitudo fiat nimis magna, cuius rei ratio maximam partem in eo eſt ſita, quod erat $P = \frac{5}{3}$. Quamobrem noſtram lentem quadruplicatam ad exemplum octauum accommodemus, vbi eſt $P = 24$, $\mathfrak{B} = -\frac{23}{4}$ et $B = -\frac{29}{17}$; vnde patet, ſi iterum capiatur $A = 50$, partes confuſionis a lentibus B et C ortas magis euaneſcere, quam caſu praecedente; tum vero etiam littera δ eundem, quem ante, valorem retinebit; hinc ergo formari potent ſequens

Con-

Constructio Microscopii ex nouem lentibus compositi, quarum quatuor priores lentem obiectiuam constituentes ex vitro chrystallino sint factae.

317. In hac constructione quatuor articuli priores ad lentes obiectiuas relati manent iidem, vt in genere praecedente, nisi quod statui debeat

IV. interuallum quartae lentis ad quintam $= 76, 65. a$. Reliqui porro articuli erunt, vt sequuntur.

V. Quintae lentis

distantia focalis sit $q = 11, 98. a$

et semidiameter aperturae

$= \frac{3q}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{4} x$; existente $x = 0, 169. a$.

Distantia ad lentem sextam $= 15, 97. a$.

VI. Sextae lentis

distantia focalis sit $r = 14, 19. a$.

et semidiameter aperturae $= \frac{1}{3} x$.

Distantia ad lentem septimam $= 14, 19. a (1 - \frac{1}{\mathfrak{M}})$

VII. Septimae lentis

quae vtrinque debet esse aequaliter conuexa, vt et duae sequentes, sit distantia focalis $s = 127, 71. \frac{C}{\mathfrak{M}}. a$. cui lenti apertura tribuitur maxima, et distantia ad lentem octauam $= 47, 92. \frac{C}{\mathfrak{M}}. a$.

VIII. Lentis octauae

diſtantia focalis ſit $t = 78, 76. \frac{C}{\mathfrak{M}}. a.$

et diſtantia ad lentem nonam $= 19, 95. \frac{C}{\mathfrak{M}}. a.$

IX. Nonae denique lentis

diſtantia focalis eſt $u = 39, 90. \frac{C}{\mathfrak{M}}. a.$

et diſtantia ad oculum $= \frac{1}{2} u.$

X. Denique, vt ante, eſt ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter $= \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$, quod apparebit gradu claritatis, cujus menſura eſt $\frac{3, 75. a}{\mathfrak{M}} = \frac{27, 04}{m}$.

Scholion.

318. Tum in his duabus microſcopiorum ſpeciebus, quam in aliis, quae ſimili modo in medium afferri poſſunt, id potiſſimum inprimis notatu dignum occurrit, quod eaedem lentes ad omnes plane multiplicationes, dummodo ſatis magnas, aeque adhiberi poſſunt. Cum enim numerus C plane ab arbitrio noſtro pendeat, dummodo ſit mediocriter magnus, ita, vt $\mathfrak{C} = \frac{C}{1+C}$ in praxi pro vnitate haberi queat; fractio $\frac{C}{\mathfrak{M}}$ tanquam data ſpectari poteſt veluti $= \frac{1}{10}$ vel $= \frac{1}{50}$, vt poſtremae lentes non fiant nimis exiguae, ita vt haec fractio multiplicationem non amplius continere ſit cenſenda: Hoc igitur notato ſolum intervallum lentium ſextae et ſeptimae multiplicationem deter-

determinabit, ita, vt manentibus tam iisdem lentibus, quam reliquis interuallis solum istud interuallum pro varia multiplicatione mutari debeat, quae adeo mutatio non adeo erit magna. Si enim desideretur multiplicatio $m = 400$, sumta distantia obiecti $a = \frac{1}{2}$ dig. erit $\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{M}}{16} = 25$. hincque istud interuallum

$$= 12,49. a = 6,24. \text{ dig. ob } a = \tfrac{1}{2} \text{ dig.}$$

Sin autem velimus multiplicationem $m = 800$, hoc interuallum erit $= 13,34. a = 6,67.$ dig. Atque adeo si hoc interuallum sumeretur $= 14,19. a = 7,09.$ dig. tunc multiplicatio infinita produceretur. Semper autem consultum erit his instrumentis non nisi ad multiplicationes maximas vti, quoniam nisi $\mathfrak{M}$ esset numerus valde magnus, littera $\mathfrak{C}$ tanta non foret, vt $\mathfrak{C}$ pro vnitate haberi posset.

Scholion.

319. Videamus nunc etiam, an hae lentes obiectiuae quadruplicatae ad eos casus adplicari possent vbi littera A fit negatiua, ad quod inuestigandum sumamus superius exemplum septimum, vbi erat $P = \frac{18}{25}$ atque vt interuallum

$$A\,a\left(1 + \frac{6(A-1)\delta}{A+1} - \frac{1}{P}\right)$$

prodeat positiuum, posito $A = -\alpha$, debebit esse

$$\alpha\,a\left(\frac{7}{18} - \frac{6(\alpha+1)}{\alpha-1}\delta\right)$$ positiuum hincque $\delta < \frac{7(\alpha-1)}{108(\alpha+1)}$

ideoque multo magis $\delta < \frac{7}{108}$ siue $\delta < \frac{1}{16}$ id quod in

praxi locum habere nequit. Quia autem hoc non successit ob valorem $P = \frac{18}{25}$, faciamus adplicationem ad Exempl. 3. Cas. I., vbi erat $P = \frac{8}{7}$, $\mathfrak{B} = \frac{16}{17}$, $B = \frac{16}{5}$. Hoc casu ergo positiuum esse debet interuallum

$$\alpha a \left(\frac{4}{5} - \frac{6(\alpha + 1)}{\alpha - 1} \delta \right)$$

vnde pro δ valor non nimis exiguus requiritur. Examinari autem oportet aequationem, qua confusio tollitur, quae per $16\,A^2$ multiplicata erit

$$0 = -(\alpha - 1)^2 + \nu(\alpha - 1)(5\alpha^2 + 6\alpha + 5) - \frac{\delta(\alpha - 1)^2(7\alpha + 5)}{2} + \delta\nu(\alpha + 1)(7\alpha^2 + 18\alpha + 23) - \frac{16}{P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} \right) - \frac{16}{3 \cdot B^3}\lambda''.$$

cui quidem aequationi satis idoneis valoribus tam pro α, quam δ satisfieri posset, sed quia haec microscopiorum species alii incommodo est obnoxia, quandoquidem vna lens in ipsa imagine reali posteriori est constituta, vnde repraesentationem non mediocriter inquinari iam supra obseruauimus, non opus esse duco, hanc euolutionem suscipere, sed potius formularum inuentarum adplicationem ad telescopia ostendi eo magis conueniet, quod earum vsus in microscopiis non tantopere desiderari videtur, quoniam perinde est, siue obiecta inuerse siue erecte repraesentantur; quae autem supra de telescopiis huius generis sunt allata ad duos tantum casus nimis particulares sunt referenda. Quare ex hac vlteriori istius generis euolutione non contemnendum supplementum peti potest.

Ad-

Adplicatio huius problematis ad Telefcopia.

320. Cum diftantia obiecti $a = \infty$; litteram A euanefcentem fumi oportet ita tamen, vt A a diftantiam finitam, quae fit $= l$, denotet. Hinc igitur noftrarum quatuor lentium obiectiuarum diftantiae focales ita fe habebunt:

$$p' = 4\,l;\ p'' = 4\,(1 - \delta)\,l;$$
$$p''' = 4\,(1 - 3\,\delta)\,l;\ p'''' = 4\,(1 - 6\,\delta)\,l;$$

exiftente communi interuallo inter has lentes $= 4\,\delta\,l$. Litterae autem germanicae ad has lentes conftruendas adhibendae funt

$$\mathfrak{A}' = 0;\ \mathfrak{A}'' = -1;\ \mathfrak{A}''' = -2;\ \mathfrak{A}'''' = -3;$$

dum alterae litterae λ, λ' etc. omnes funt $= 1$. Tum vero interuallum ab hac lente quadruplicata ad lentem fequentem erit $= (1 - 6\,\delta - \frac{1}{p})\,l$. Verum ad confufionem deftruendam nunc ifta habebitur aequatio

$$0 = \tfrac{1}{16} - \tfrac{5\nu}{16} - \tfrac{5\delta}{32} + \tfrac{21.\delta\nu}{16} - \tfrac{1}{p}\left(\tfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \tfrac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)$$
$$+ \tfrac{1}{B^3PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \text{ etc.}$$

quae fi lentes ex vitro chryftallino conficiantur, vbi eft $\nu = 0,2529$ abit in hanc:

$$0 = -\tfrac{0,2645 + 1,1167\delta}{16} - \tfrac{1}{p}\left(\tfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \tfrac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)$$
$$+ \tfrac{1}{B^3PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right).$$

Hinc ergo fi duo poftrema membra euanefcerent, fo-

ret circiter $\delta = \frac{1}{11}$; accedentibus autem istis membris minor euadet; verum tamen haec membra tam debent esse exigua, vt non superent $\frac{0,1645}{16}$; inter exempla autem in fine capitis superioris allata nullum occurrit, quod hic locum habere queat, cum confusionis partes ex his lentibus natae multo sint maiores; neque etiam formulae generales ibi datae ad hunc vsum accommodari possunt, ita, vt huiusmodi lens obiectiua quadruplicata in hoc telescopiorum genere nullum plane vsum habere possit.

Problema 2.

321. Si lens obiectiua constet tribus lentibus, quarum prima sit concaua ex vitro chrystallino, duae autem reliquae conuexae ex vitro coronario confectae, reliquis lentibus omnibus manentibus, vti in capite praecedente sunt descriptae, microscopium construere, quod ab omni confusione sit liberatum.

Solutio.

Hic in subsidium vocetur Problema 2. Cap. III. sectionis praecedentis, vbi pro tribus istis lentibus obiectiuis in euolutione sequentes sumti sunt valores:

$$\mathfrak{A} = -\tfrac{1}{2};\ A = -\tfrac{1}{3};$$

$$\mathfrak{B} = 2;\ B = -2;\ \mathfrak{C} = 1.\ \text{et}\ C = \infty,$$

seu potius C indefinitum, dum sit numerus satis mag-

magnus. Deinde $\frac{1}{P} = \frac{19}{144}$; $\frac{1}{PQ} = \frac{37}{288}$; vnde trium harum lentium distantiae focales, quas hic litteris p', p'', p''' designemus, ita sunt definitae

$$p' = -\tfrac{1}{8}a;\ p'' = \tfrac{37}{81}\cdot a;\ p''' = \tfrac{37}{45}\cdot a.$$

Interualla autem harum lentium $= \frac{1}{14}\cdot a$.

Vt igitur has determinationes ad praesens institutum accommodemus, quod ibi erat A B C, hic nobis est simpliciter A ita, vt sit $\frac{1}{8}$ C = A seu, quod ibi erat C, hic nobis est $\frac{1}{8}$A. et quia ibi C erat indefinitum, etiamnunc hic A denotabit numerum indefinitum, dummodo sit satis magnus. Deinde quod ibi erat P Q R, hic nobis simpliciter erit P, quod ideo etiamnum est indefinitum; vnde interuallum a lente obiectiua hac triplicata ad lentem vsque sequentem nobis hic erit $= A\,a\,(\frac{37}{18} - \frac{1}{P})$. Vt vero omnis confusio tollatur, si littera λ referatur ad lentem primam concauam chrystallinam, cui respondeant litterae μ et ν, pro sequentibus vero lentibus coronariis litterae λ, λ', λ'' etc. vnitati aequales ponantur, ac vitro coronario conueniant litterae μ' et ν'. littera λ definiri debet ex hac aequatione

$$8\lambda = 6\nu + \tfrac{\mu'}{\mu}.\ \Lambda \text{ existente}$$

$$\Lambda = \tfrac{27\cdot 19}{8\cdot 44}(1 - 2\nu') + \tfrac{27\cdot 37}{8\cdot 28}\left(1 + \tfrac{2\nu'}{8A}\right) - \tfrac{1}{A^3 P}\left(\tfrac{1}{B^3} + \tfrac{\nu'}{BB}\right) + \tfrac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\tfrac{1}{C^3} + \tfrac{\nu'}{CC}\right).$$

Hic ergo ex supra euolutis exemplis ea eligi pote-

 runt,

runt, in quibus A numerum ſatis magnum denotare poteſt atque vbi $\frac{1}{p} < \frac{27}{35}$, ſicque plures huiusmodi microſcopiorum ſpecies omni confuſione carentes inueniri poterunt. Notetur autem eſſe

$$\mu = 0,8724, \text{ et } \nu = 0,2529;$$

at vero

$$\mu' = 0,9875, \text{ et } \nu' = 0,2196.$$

ita, vt ſit

$$\log. \frac{\mu'}{\mu} = 0,0538214.$$

Hinc ergo euolutione facta erit

$$\Lambda = 2,2983 + 4,4598$$
$$+ \frac{0,6520}{A} - \frac{1}{A^2 P}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)$$
$$+ \frac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$

hocque valore inuento erit

$$\lambda = 0,1897 + \frac{\mu'}{2\mu}.\Lambda.$$

exiſtente

$$\log. \frac{\mu'}{2\mu} = 9.1507314.$$

Coroll. 1.

322. Hinc ergo patet, ſi modo capiatur $A = 10$, hincque in ſuperioribus formulis $C = 15$; partes huius formulae poſteriores tam fieri exiguas, vt tuto negligi queant, dummodo litterae $\mathfrak{B}$ et B, quae ſunt nega-

negatiuae, non fiant vnitate multo minores, quod facile obtinetur, ſi modo P vnitatem notabiliter ſuperet. Tum igitur habebitur ſatis exacte

$$\lambda = 0,1897 + 0,9654 = 1,1551.$$

Coroll. 2.

323. Quia in hac hypotheſi pro ſuperioribus formulis erat $C = 15$, cum tamen ibi ſumſiſſemus $\mathfrak{C} = 1$. quo haec fiant accuratiora, debuiſſemus ibi ſumere $\mathfrak{C} = \frac{15}{16}$, vnde pars illa tertia 4,4598 aliquanto maior euaſiſſet in ratione $15^2 : 16^2$, quo facto loco iſtius numeri ſubſtitui debet hic 5,4111. ex quo concluditur $\lambda = 1,2897$. Tum vero pro tertia lente obiectiua fiet $p''' = 0,826.a$.

Coroll. 3.

324. Vt autem aliquam rationem teneamus ſequentium lentium; iſtum valorem ipſius λ tantillum augeri oportebit eumque ergo ſumamus $\lambda = 1,29$. Vnde pro conſtructione primae lentis chryſtallinae fiet $\tau \surd (\lambda - 1) = 0,4725$.

Hinc pro prima lente obiectiua, cuius diſtantia ocalis eſt $p' = -\frac{1}{3}a$. et numerus $\mathfrak{A}' = -\frac{1}{3}$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p'}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho) \pm \tau \surd(\lambda - 1)} = \frac{p'}{1,2208} = -0,273.a$$

$$\text{poſter.} = \frac{p'}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho) \mp \tau \surd \lambda - 1} = -\frac{p'}{0,0711} = 4,686.a.$$

Pro

Pro secunda vero lente obiectiua ex vitro coronario, cuius distantia focalis est $p'' = \frac{17}{21}. a = 0,8095. a$ ob $\mathfrak{B} = 2$, supra inuentus est

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -0,6708. a \\ \text{poster.} = 0,2617. a. \end{cases}$$

Pro tertia autem lente obiectiua, cuius est distantia focalis $p''' = 0,826. a$ ob $\mathfrak{C} = \frac{13}{15}$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p'''}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{p'''}{0,3163} = 2,611. a$$

$$\text{poster.} = \frac{p'''}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{p'''}{1,5708} = 0,526. a$$

quibus tribus lentibus, quarum interualla sunt $= \frac{1}{14} a = 0,071. a.$ tribui poterit apertura, cuius semidiameter $x = 0,065. a.$ vnde nascitur claritas, cuius mensura est $= \frac{10,4}{m}$.

Coroll. 4.

325. Quod ad reliquas lentes attinet, quoniam in calculum confusionis non ingrediuntur, perinde est ex quonam vitro parentur et quaenam figura ipsis tribuatur, dummodo eae vtrinque fiant aeque conuexae, quae maximam aperturam habere debent; id tantum notetur, interuallum a tertia lente obiectiua ad sequentem lentem esse debere $= 10. a \left(\frac{17}{21} - \frac{1}{p}\right)$.

Exempl.

Exempl. I.

326. Adplicemus haec ad Exempl. 2. postremi casus capitis praecedentis, vbi secunda lens plane tollebatur primumque et secundum interuallum in vnum coalescebat, quod nunc erit $= 16,54. a$. Hinc ergo sequitur

Constructio Microscopii ex septem lentibus compositi.

Hic praeter distantiam obiecti $= a$ multiplicatio m vt data assumitur, vnde fit $\mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$. Tum vero etiam numerus C arbitrio nostro relinquitur, dummodo sit praemagnus, quo effici poterit, vt postremae lentes non fiant nimis exiguae. Constructio igitur ita se habebit:

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p' = -\frac{1}{4} a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,273. a. \\ \text{poster.} = 4,686. a. \end{cases}$

eius aperturae semidiameter $x = 0,065. a$ et interuallum ad lentem secundam $= 0,071. a$.

II. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis est $p'' = 0,809. a$; capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,671. a. \\ \text{poster.} = 0,262. a. \end{cases}$

eius apertura, vt primae, et interuallum ad lentem tertiam etiam $= 0,071. a$.

III. Pro tertia lente itidem ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis est $p''' = 0,826.a.$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 2,611.a. \\ \text{poster.} = 0,526.a. \end{cases}$

eius apertura etiam, vt primae, at interuallum ad lentem quartam $= 16,54.a$

IV. Pro quarta lente perinde est ex quonam vitro paretur, dummodo sit eius distantia focalis $r = \frac{10}{3}\mathfrak{C}.a$ siue proxime $r = 3a$. neque etiam multum refert, quaenam huic lenti figura tribuatur.

Eius aperturae semidiameter $= \frac{3r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{5}x$ et interuallum ad lentem quintam

$$= \frac{10}{3}.\mathfrak{C}.a\left(1 - \frac{1}{3i\mathfrak{M}}\right) = \frac{10}{3}\mathfrak{C}a\left(1 - \frac{11}{3\mathfrak{M}}\right) \text{ ob } i = \frac{1}{11}.$$

V. Pro quinta lente, quam vtrinque aeque conuexam esse oportet, distantia focalis $s = 30.\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}}.a.$ eiusque apertura maxima. Interuallum ad lentem sextam

$$= \frac{16(5i+2)}{9i+1}.\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}}.a. = \frac{560}{17}.\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}}.a.$$

VI. Pro sexta lente pariter vtrinque aeque conuexa distantia focalis est

$$t = \frac{225.i}{9i+1}.\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}}.a. = \frac{150}{17}.\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}}.a.$$

et interuallum ad lentem septimam

$$\frac{225.i}{4(5i+1)}.\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}}.a. = \frac{75}{34}.\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}}.a.$$

VII.

VII. Pro ſeptima lente etiam vtrinque aeque conuexa diſtantia focalis eſt

$$u = \frac{225\,t}{181+2} \cdot \frac{C}{\mathfrak{m}} \cdot a = \frac{1}{3}\,t = \frac{75}{17} \cdot \frac{C}{\mathfrak{m}} \cdot a.$$

et diſtantia ad oculum $= \frac{1}{3}\,u$.

VIII. Spatii in obiecto conſpicui erit ſemidiameter $= \frac{16}{4\mathfrak{m}}$ et menſura claritatis $= \frac{10,4}{m}$.

Hic igitur quantitas C arbitrio noſtro relinquitur, dummodo ſit numerus ſatis magnus ita, vt fractio $\frac{C}{\mathfrak{m}}$ tanquam data ſpectari poſſit; deinde patet etiam eſſe $t = \frac{5}{54}\cdot s$. ſicque ipſis lentibus iisdem manentibus idem inſtrumentum ad omnes multiplicationes aptum reddi poterit, dummodo interuallum inter lentem quartam et quintam varietur, cum etiam reliqua interualla maneant eadem ob fractionem $\frac{C}{\mathfrak{m}}$.

Exempl. 2.

327. Lentem noſtram obiectiuam triplicatam etiam coniungere licebit cum ſuperiori exemplo tertio, vbi erat $P = \frac{1}{5}$ et $\mathfrak{P} = -1$. Manebunt igitur tres priores articuli, vti in exemplo praecedente, niſi quod in fine tertii ſcribi debet

Interuallum à tertia lente ad quartam

$$= \left(\tfrac{37}{38} - \tfrac{1}{P}\right) A\,a = 6,55.\,a.$$

IV. Pro quarta lente perinde eſt ex quonam vitro paretur, dummodo ſit eius diſtantia focalis

$q = \frac{20}{3} . a. = 6,7. a.$

Eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} . \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x.$

et interuallum ad lentem quintam $= 5. a.$

V. Pro quinta lente, cuius diſtantia focalis eſt

$r = \frac{5}{3} \mathfrak{C} a = 1,667. \mathfrak{C}. a = 1,50. a,$

ſumto ſcilicet $\mathfrak{C} = \frac{9}{10}$ ſiquidem vnitati prorſus aequari non poteſt.

Eius aperturae ſemidiameter $= \frac{21.r}{5 \mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x.$

Interuallum ad lentem ſextam $= \frac{5}{3} . C. a. (1 - \frac{12}{\mathfrak{M}})$ ſeu ſi ponatur $\frac{C}{\mathfrak{M}} = \gamma$, vt ſit $C = \gamma \mathfrak{M}$ hoc interuallum erit $= \frac{5}{3} \gamma a (\mathfrak{M} - 12)$ vbi γ ita ſumitur, vt lenter ſequentes non fiant nimis exiguae.

VI. Pro ſexta lente, quae cum ſequentibus debet eſſe vtrinque aeque conuexa, diſtantia focalis ſit $s = 15. \gamma. a.$

Eius apertura maxima, ſeu ſemidiameter aperturae $= \frac{1}{4} s.$ et interuallum ad lentem ſeptimam

$= \frac{135}{14} . \gamma a = 9,643. \gamma. a.$

VII. Pro ſeptima lente

diſtantia focalis $t = \frac{225}{32} . \gamma a = 7,031. \gamma. a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} t.$

Interuallum ad lentem octauam $= \frac{75}{56} . \gamma a = 1,349. \gamma a.$

VIII.

VIII. Pro lente octaua

distantia focalis $u = \frac{75}{28} \cdot \gamma a = 2,698 \cdot \gamma a$.

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} u$.

Distantia ad oculum $= \frac{1}{3} u$.

IX. Spatii in obiecto conspicui erit semidiameter $= \frac{1^{\circ}}{4\mathfrak{M}}$ et mensura claritatis $= \frac{10x^2}{m}$.

Exempl. 3.

328. Superius quartum exemplum huc transferri nequit; ex quinto autem vbi $P = \frac{19}{7}$ et $\mathfrak{B} = -\frac{11}{7}$ nascitur haec constructio.

Tres articuli priores manent vt in exemplo primo; iis autem subiungatur

Interuallum a tertia lente ad quartam $= 9,32 \cdot a$.

IV. Pro quarta lente

distantia focalis $q = \frac{55}{9} \cdot a = 6,11 \cdot a$.

Eius aperturae semidiameter $= \frac{3}{4} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{18} \cdot x$.

Distantia ad lentem quintam $= \frac{711}{162} \cdot a = 4,392 \cdot a$.

V. Pro quinta lente

distantia focalis $r = 1,83 \cdot a$.

Eius aperturae semidiameter $= \frac{9}{4} \cdot \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x$.

Distantia ad lentem sextam $= 2,037 \gamma a (\mathfrak{M} - 10)$.

VI. Pro sexta lente

Distantia focalis $s = \frac{55}{3} \cdot \gamma a = 18,33 \cdot \gamma a$.

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} s$.

Distantia ad lentem septimam $= 11, 096. \gamma a$.

VII. Pro septima lente

Distantia focalis $t = \frac{275}{38}. \gamma a = 7, 237. \gamma. a$.

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} t$.

Interuallum ad lentem octauam $= \frac{275}{152} \gamma. a = 1, 809. \gamma a$.

VIII. Pro octaua lente

Distantia focalis $u = \frac{1}{2} t = 3, 618. \gamma a$.

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} u$.

et distantia ad oculum $= \frac{1}{3} u$.

IX. Campus et claritas se habent, vti in praecedentibus exemplis.

Exempl. 4.

329. Ex superiori exemplo octauo, vbi $P = 24$ et $\mathfrak{B} = -\frac{77}{4}$ nascitur haec constructio.

Tribus prioribus articulis manentibus, vt ante, subiungatur

Distantia tertiae lentis ad quartam $= 12, 79. a$.

IV. Pro quarta lente

Distantia focalis $q = \frac{115}{48}. a = 2, 396. a$.

Aperturae semidiameter $= \frac{q}{48} + \frac{1}{24} x$.

Interuallum ad quintam lentem $= \frac{115}{36} a = 3, 194. a$.

V. Pro

V. Pro quinta lente

Diſtantia focalis $r = \frac{230}{81}\mathfrak{C}a = 2,556.\,a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}x.$

Interuallum ad ſextam lentem $= 2,839.\,\gamma a(\mathfrak{M}-3)$

VI. Pro ſexta lente

Diſtantia focalis $s = 25,555.\,\gamma.\,a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}s.$

Interuallum ad ſeptimam lentem $= 9,583.\,\gamma.\,a.$

VII. Pro ſeptima lente

Diſtantia focalis $t = 15,967.\,\gamma.\,a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}t.$

Interuallum ad lentem octauam $= \frac{1}{4}t = 3,992.\,\gamma a.$

VIII. Pro octaua lente

Diſtantia focalis $u = \frac{1}{2}t = 7,983.\,\gamma a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}u.$

Interuallum ad oculum $= \frac{1}{3}u.$

IX. Campus et apertura vt in praecedentibus exemplis.

Exempl. 5.

330. Facta denique applicatione ad ſuperius exemplum 9. poſtremo naſcitur haec conſtructio.

Tribus prioribus lentibus manentibus vt hactenus ſubiungatur tertio articulo

Inter-

Interuallum tertiae et quartae lentis $= 12, 24. a.$

IV. Pro quarta lente

Distantia focalis $q = \frac{325}{144}. a = 2, 257. a.$

Aperturae semidiameter $= \frac{3q}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{71} x.$

Distantia ad quintam lentem $= 3, 009. a.$

V. Pro quinta lente

Distantia focalis $r = 2, 09. a.$

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} x.$

Interuallum ad sextam lentem $= 2, 33 \gamma a (\mathfrak{M} - 1).$

VI. Pro sexta lente

Distantia focalis $s = 20, 97. \gamma a.$

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} s.$

Interuallum ad septimam lentem $= 5, 242. \gamma a.$

VII. Pro septima lente

Distantia focalis $t = 15, 726. \gamma a.$

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} t.$

Interuallum ad lentem octauam $= \frac{1}{4} t = 3, 931. \gamma a.$

VIII. Pro octaua lente

Distantia focalis $u = 7, 863. \gamma a.$

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} u.$

Distantia ad oculum $= \frac{1}{4} u.$

IX. Campus et claritas se habent, vt in praecedentibus exemplis.

FINIS OPERIS.



